PROVA PRIMO PARZIALE

1) $w=(0,t,t) \in \mathbb{R}^3$, $t \in \mathbb{R}$

1. Trovare $t \in \mathbb{R}$, t.c. $v=(1,-1,1)$ è ortogonale a w.

$\langle v, w \rangle = 0$ se il prodotto scalare è uguale a zero allora è ortogonale

$$(1 \cdot 0 + (-1) \cdot t + (1) \cdot t) = 0 - \cancel{t} + \cancel{t} = 0 \qquad \langle v,w \rangle = 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$$

2. trovare $t \in \mathbb{R}$, t.c. $\|w\| = 1$.

$$\|w\| = \sqrt{0^2+t^2+t^2} = \sqrt{2t^2} = \sqrt{2}\,\sqrt{t^2} = 1$$ imponiamo uguale a 1

$$\Downarrow$$

$$t = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3. trovare $t \in \mathbb{R}$, t.c. l'angolo θ tra $v' = (1,1,0)$ e w è $\frac{\pi}{3}$.

$$\frac{\langle v, w \rangle}{\|v\| \cdot \|w\|} = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{t}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{t^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{|t|} \qquad \forall t > 0$$

$\frac{t}{|t|} \to$ sign(t)

ES.2

1. Studiare il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ 1 & 1 & t \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ con $t \in \mathbb{R}$

$$|A| = \left| \begin{matrix} 1 & t & 1 \\ 1 & 1 & t \\ 2 & 2 & 2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1 & t \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right| = 2 + 2t^2 + \cancel{2} - \cancel{2} - 2t - 2t = 2t^2 - 4t + 2$$

$$2t^2 - 4t + 2 = 0$$ per quali t il det è $=$ a 0

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{4} = 1$$ quindi se $t = 1$ ~~det = 0 rg A = 2~~

$|A|=0$ rg $= 1$

se $t \neq 1$ rg $A = 3$

2. se per $t=-1$ invertibile, ne ... inversa?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad |A| = \left| \begin{matrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right| = 2+2-2+2+2+2 = 8 \neq 0$$ $\to$ NON SINGOLARE

$\downarrow$

INVERTIBILE

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot B^T$$ dove B è la matrice dei complementi

$$C_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \det A_{11} = 1 \cdot 0 = 0$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \det A_{12} = (-1) \cdot 0 = 0$$

$B = ($