

Geometria e Algebra

LISI

Prof. Marini Stefano

Primo parziale, 12/11/2020, A.A. 2020/2021

Cognome Nome

Esercizio 1. Siano $v = (\frac{t}{\sqrt{2}}, 1, \frac{t}{\sqrt{2}})$ e $w = (\frac{1}{\sqrt{2}}, t, \frac{1}{\sqrt{2}})$ vettore di \mathbb{R}^3 dipendenti da un parametro reale $t \in \mathbb{R}$. Allora:

1. Trovare $t \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che v e w sono ortogonali tra loro;
2. Trovare $t \in \mathbb{R}$, se esistono, tale che w ha norma $\sqrt{2}$;
3. Trovare $t \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che l'angolo θ tra v e w é π ;

Esercizio 2. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t & 0 \\ 1+t & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1+t & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1+t \end{pmatrix}$$

la matrice dipendente dal parametro $t \in \mathbb{R}$

1. Dire se per $t = -1$, la matrice A risulta invertibile e in caso affermativo calcolare l'inversa.
2. Studiare il rango della matrice A al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$;

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare dipendente dai parametri $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + ky + z = 1 \\ (1 - k^2)y - z = 0 \\ (1 - k)z = k \end{cases}$$

1. Risolvere il sistema per $k = 0$;
2. Studiare al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema.

Esercizio 4. Sia

$$\pi : 2x + 3y - z = 1$$

l'equazione cartesiana di un piano.

1. Trovare il piano π' passante per $P = (0, 0, 0)$ e parallelo a π .
2. Trovare una retta r passante per $Q = (1, 0, 2)$ e parallela al piano π .
3. Trovare la retta r' passante per P e Q e studiarne la mutua posizione con π .

Esercizio 5. Giustificando, stabilire se la seguente affermazione é vera o falsa:

“Sia $O \in M_{n \times n}$ una matrice ortogonale. Allora O^m , con m pari, é una matrice ortogonale con determinante uguale a 1”