INSTITUT SUPERIEUR POLYTECHNIQUE
DE MADAGASCAR

Premier Semestre
final exam

ESIIA3 – IMTICIA3 – ISAIA3 – IGGLIA3
Année Universitaire 2022-2023

ALGORITHMIQUE AVANCEE

1 heure 30 – aucun document autorisé.

EXERCICE 1 : Notations asymptotiques (8 points)

1) Remplir rapidement le tableau suivant (sans démonstration-regardez bien)

$f(n)$	$f(n) \in \Theta(n^2)$	$f(n) \in \omega(n^2)$	$f(n) \in \Omega(n^2)$	$f(n) \in o(n^2)$	$f(n) \in O(n^2)$
$n^6 + 20$					
$(4n + 10)n$					
$2n + 2$					
$n!$					
				OUI	

2) Soient f et g, deux fonctions asymptotiquement croissantes et asymptotiquement positives :
si $f(n) \in o(g(n))$, donner $\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{f(n)}{g(n)}\right|$

3) Montrer que $20 + 5n \in O(n)$.

EXERCICE 2 : Diviser pour régner

Partie A – Tri à fusion (3 points)

1) Schématiser, à partir d'un exemple de votre choix (avec 7 éléments), le fonctionnement du tri à fusion.
2) Ecrire un sous-programme qui fait la fusion de deux listes triées en une liste triée en un temps linéaire.

Partie B – Récursivité (4,5 points)

3) Ecrire un sous-programme itératif qui teste l'existence d'un élément dans un tableau d'entiers.
4) Ecrire un sous-programme récursif qui teste l'existence d'un élément dans un tableau d'entiers.
5) Donner la complexité algorithmique de votre sous-programme, en vous concentrant sur les comparaisons.

Partie C – Etude de cas (4,5 points)

On donne le sous-programme suivant :

```
//entrées : x ∈ ℝ et n ∈ ℕ
static double calcul(double x, int n){
        if (n<=0) return 1;
        if (n==1) return x;
        if (n%2==0) return calcul(x,n/2)*calcul(x,n/2);
        else return calcul(x,n/2)*calcul(x,n/2)*x;
}
```

6) Evaluer : `calcul(2.0,5)`
7) Que fait ce sous-programme ? Donner sa complexité.
8) Modifier ce sous-programme afin de lui donner une complexité ***logarithmique***.