

```

1  procedure Graham_Scan( $Q$ );
2  begin
3      znajdź w zbiorze  $Q$  punkt  $p_0$  o minimalnej współrzędnej  $y$ ;
4      jeśli jest więcej punktów o tej współrzędnej, wybierz punkt o najmniejszej współrzędnej  $x$ ;
5      pozostałe punkty  $Q$  posortuj rosnąco ze względu na współrzędną kątową w biegunowym;
6      układzie współrzędnych o środku w  $p_0$  i zwrocie przeciwnym do ruchu wskazówek zegara;;
7      oznacz kolejno przez  $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$ ;
8      wyzeruj stos  $S$ ;
9      Push( $S, p_0$ );
10     Push( $S, p_1$ );
11     Push( $S, p_2$ );
12     for  $i := 3$  to  $n - 1$  do
13         while kąt (Next_to_top( $S$ ), Top( $S$ ),  $p_i$ ) nie oznacza skrętu w lewo do
14             Pop( $S$ );
15         end while;
16         Push( $S, p_i$ );
17     end for;
18     return  $S$ ;    { $S$  zawiera szukaną otoczkę}
19 end.

```

1. Algorytm Grahama znajdowania minimalnej wypukłej otoczki

```

1  procedure przecinające_się_odcinki( $S$ );
2  begin
3      Init( $T$ );
4      sortuj końce odcinków w  $S$  wzg. współrz.  $x$  od lewej do prawej i współrz.  $y$  od dołu do góry;
5      for każdy punkt  $p$  na posortowanej liście do
6          if  $p$  jest lewym końcem odcinka  $s$  then
7              Wstaw( $T, s$ );
8              if ( $\text{Nad}(T, s)$  istnieje i przecina  $s$ ) or ( $\text{Pod}(T, s)$  istnieje i przecina  $s$ ) then
9                  return true;
10             end if;
11         end if;
12         if  $p$  jest prawym końcem odcinka  $s$  then
13             if ( $\text{Pod}(T, s)$  istnieje i  $\text{NAD}(T, s)$  istnieje i przecina  $\text{POD}(T, s)$ ) then
14                 return true;
15             end if;
16             Usun( $T, s$ );
17         end if;
18     end for;
19     return false;
20 end.

```

1. Algorytm sprawdzania czy w zbiorze odcinków którekolwiek z nich przecinają się

```
1  procedure drzewo_maksimum(x);  
2  begin  
3      while x.prawy_syn ≠ NIL do  
4          x := x.prawy_syn;  
5      end while;  
6      return x;  
7  end.
```

1. Wyszukiwanie maksymalnego elementu w drzewie poszukiwań binarnych

```
1  procedure drzewo_minimum( $x$ );  
2  begin  
3      while  $x.lewy\_syn \neq \text{NIL}$  do  
4           $x := x.lewy\_syn$ ;  
5      end while;  
6      return  $x$ ;  
7  end.
```

1. Wyszukiwanie minimalnego elementu w drzewie poszukiwań binarnych

```
1  procedure drzewo_następnik(x);
2  begin
3      if x.prawy_syn ≠ NIL then
4          return drzewo_minimum(x.prawy_syn);
5      end if;
6      y := x.rodzic;
7      while y ≠ NIL and x = y.prawy_syn do
8          x := y;
9          y := y.rodzic;
10     end while;
11     return y;
12 end.
```

1. Wyszukiwanie następnika elementu w drzewie przeszukiwań binarnych

```
1  procedure drzewo_poprzednik(x);
2  begin
3      if x.lewy_syn ≠ NIL then
4          return drzewo_maximum(x.lewy_syn);
5      end if;
6      y := x.rodzic;
7      while y ≠ NIL and x = y.lewy_syn do
8          x := y;
9          y := y.rodzic;
10     end while;
11     return y;
12 end.
```

1. Wyszukiwanie poprzednika elementu w drzewie przeszukiwań binarnych

```
1  procedure drzewo_szukaj( $x$ ,  $k$ );  
2  begin  
3      while  $x \neq \text{NIL}$  and  $k \neq x.klucz$  do  
4          if  $k < x.klucz$  then  
5               $x := x.lewy\_syn$ ;  
6          else  
7               $x := x.prawy\_syn$ ;  
8          end if;  
9      end while;  
10     return  $x$ ;  
11 end.
```

1. Wyszukiwanie elementu o podanym kluczu w drzewie poszukiwań binarnych

```

1  procedure drzewo_usuń(D, e);
2  begin
3      if e.lewy_syn = NIL or e.prawy_syn = NIL then
4          y := e;
5      else
6          y := drzewo_następnik(e);
7      end if;
8      if y.lewy_syn ≠ NIL then
9          x := y.lewy_syn;
10     else
11         x := y.prawy_syn;
12     end if;
13     if x ≠ NIL then
14         x.rodzic := y.rodzic;
15     end if;
16     if y.rodzic = NIL then
17         D.korzen := x;
18     else
19         if y = y.rodzic.lewy_syn then
20             y.rodzic.lewy_syn := x;
21         else
22             y.rodzic.prawy_syn := x;
23         end if;
24     end if;
25     if y ≠ e then
26         z.klucz := y.klucz;
27         {Kopiowanie pozostałych pól};
28     end if;
29     return y;
30 end.

```

1. Usuwanie elementu z drzewa poszukiwań binarnych


```

1  procedure drzewo_wstaw(D, e);
2  begin
3      y := NIL;
4      x := D.korzen;
5      while x ≠ NIL do
6          y := x;
7          if e.klucz < x.klucz then
8              x := x.lewy_syn;
9          else
10             x := x.prawy_syn;
11         end if;
12     end while;
13     e.rodzic := y;
14     if y = NIL then
15         D.korzen := e;
16     else
17         if e.klucz < y.klucz then
18             y.lewy_syn := e;
19         else
20             y.prawy_syn := e;
21         end if;
22     end if;
23 end.

```

1. Wstawianie nowego elementu do drzewa poszukiwań binarnych

```

1  procedure DSP_Ranga( $D$ ,  $x$ );
2  begin
3       $r := x.lewy\_syn.rozmiar + 1$ ;
4       $y := x$ ;
5      while  $y \neq D.korzeń$  do
6          if  $y = y.rodzic.prawy\_syn$  then
7               $r := r + y.rodzic.lewy\_syn.rozmiar + 1$ ;
8          end if;
9           $y := y.rodzic$ ;
10     end while;
11     return  $r$ ;
12 end.

```

1. Wyznaczanie rangi elementu w dynamicznej statystyce pozycyjnej

```

1  procedure DSP_Wybór( $x$ ,  $i$ );
2  begin
3       $r := x.lewy\_syn.rozmiar + 1$ ;
4      if  $i = r$  then
5          return  $x$ ;
6      else
7          if  $i < r$  then
8              return DSP_Wybór( $x.lewy\_syn$ ,  $i$ );
9          else
10             return DSP_Wybór( $x.prawy\_syn$ ,  $i - r$ );
11         end if;
12     end if;
13 end.

```

1. Algorytm wyszukiwania elementu o zadanej randze w dynamicznej statystyce pozycyjnej

```
1  procedure Fib1(n);  
2  begin  
3      if n = 0 or n = 1 then  
4          return 1;  
5      end if;  
6      return Fib1(n-1) + Fib1(n-2);  
7  end.
```

1. Rekurencyjny algorytm obliczania liczb Fibonacciego

```
1  procedure Fib2(n);  
2  begin  
3      F[0] := 1;  
4      F[1] := 1;  
5      for i := 2 to n do  
6          F[i] := F[i-1] + F[i-2];  
7      end for;  
8      return F[n];  
9  end.
```

1. Nierekurencyjny algorytm wyznaczania liczb Fibonacciego

```

1  procedure gen_komb( $n$ ,  $S$ ,  $p$ : integer);
2  begin
3      {  $n$ : nr kombinacji od 0,  $S$ : liczba elementów zbioru,  $p$ : liczba elementów podzb. }
4      {  $v$ ,  $lewy\_r$ ,  $prawy\_r$ ,  $i$ : zmienne całkowite }
5       $n := n + 1$ ;    { ...teraz kombinacje są numerowane od 1}
6       $i := 0$ ;    {nr pierwszego elementu zbioru}
7      while  $S > 0$  do
8           $v := \binom{S}{p}$ ;    {wartość bieżącego elementu trójkąta}
9           $prawy\_r := \binom{S-1}{p}$ ;    { „prawy rodzic”}
10         if  $p < S$  then
11              $lewy\_r := v - prawy\_r$ ;
12         else
13              $lewy\_r := 1$ ;    { „lewy rodzic”}
14         end if;
15          $S := S - 1$ ;    { „piętro” w górę}
16         if  $n > lewy\_r$  then    {idziemy w prawo do góry}
17              $n := n - lewy\_r$ ;
18             writeln('element ', $i$ , 'nie należy do podzbioru');
19         else    {idziemy w lewo do góry}
20             writeln('element ', $i$ , 'należy do podzbioru');
21              $p := p - 1$ ;    { zmniejszamy liczbę elementów podzbioru („ $k$ ”)}
22         end if;
23          $i := i + 1$ ;    { nr kolejnego elementu zbioru}
24     end while;
25 end.

```

1. Algorytm generowania k -elementowej kombinacji

```

1  procedure relax( $u, v$ );
2  begin
3      {  $u, v$ : nr wierzchołków }
4      if  $d[u] + waga(u, v) < d[v]$  then
5           $d[v] := d[u] + waga(u, v)$ ;
6           $p[v] := u$ ;
7      end if;
8  end.

```

```

1  { $s$ : źródło}
2  procedure dijkstra( $V, E, s$ );
3  begin
4       $d[v] := \infty$  dla  $v$  należących do  $V$ ;
5       $d[s] := 0$ ;
6       $p[v] := 0$  dla  $v$  należących do  $V$ ;
7       $S :=$  zbiór pusty;
8       $Q :=$  wszystkie wierzchołki ze zbioru  $V$ ;
9      while kolejka  $Q$  nie jest pusta do
10          $u :=$  wierzchołek z  $Q$  o minimalnej wartości  $d$ ;
11          $S := S + \{u\}$ ;
12         for lista wierzchołków  $v$  sąsiadujących z  $u$  do
13             relax( $u, v$ );
14         end for;
15     end while;
16 end.

```

1. Algorytm Dijkstry wyszukiwania najkrótszych dróg w grafie z jednego wierzchołka do wszystkich pozostałych.

```

1  procedure graf_euler;
2  begin
3       $STOS \leftarrow \emptyset;$     {opróżnianie stosu}
4       $CE \leftarrow \emptyset;$   {opróżnianie stosu}
5       $v :=$  dowolny wierzchołek grafu;
6       $STOS \leftarrow v;$ 
7      while  $STOS \neq \emptyset$  do
8           $v :=$  szczyt( $STOS$ );
9          if  $inc[v] \neq \emptyset$  then    {lista incydencji  $v$  nie jest pusta}
10              $u :=$  usuń_pierwszy_wierzchołek_z_listy  $inc[v];$ 
11              $STOS \leftarrow u;$ 
12             {Usuwanie krawędzi  $(u, v)$  z grafu}
13              $inc[v] := inc[v] - \{u\};$ 
14              $inc[u] := inc[u] - \{v\};$ 
15         else    {lista incydencji  $v$  jest pusta}
16              $v \leftarrow STOS;$     {przeniesienie szczytowego wierzchołka stosu  $STOS$  do stosu  $CE$ }
17              $CE \leftarrow v;$ 
18         end if;
19     end while;
20 end.

```

1. Wyznaczanie cykli Eulera w grafie


```

1  procedure Floyd-Warshall;
2  begin
3      { Dane: macierz długości krawędzi  $D = \{d_{ij}\}$  }
4      { Szukane: macierz długości najkrótszych dróg  $D = \{d_{ij}\}$  }
5      for  $i := 1$  to  $n$  do
6          for  $j := 1$  to  $n$  do
7              if  $i = j$  then
8                   $d[i, j] := 0$ ;
9              end if;
10         end for;
11     end for;
12     for  $k := 1$  to  $n$  do
13         for  $i := 1$  to  $n$  do
14             if  $d[i, k] \neq \infty$  then
15                 for  $j := 1$  to  $n$  do
16                      $d[i, j] := \min(d[i, j], d[i, k] + d[k, j])$ ;
17                 end for;
18             end if;
19         end for;
20     end for;
21 end.

```

1. Algorytm Floyda-Warshalla wyszukiwania najkrótszych odległości między wszystkimi parami wierzchołków w grafie.

```

1  procedure graf_kolorowanie_zachłanne (G : graf; nowy_kolor : zbiór);
2  var  jest : boolean;
        kolor : integer;
        v, w : integer;
3  begin
4      kolor := 0;
5      while istnieją niepokolorowane wierzchołki w G do
6          nowy_kolor :=  $\emptyset$ ;
7          kolor := kolor + 1;
8          v := pierwszy niepokolorowany wierzchołek w G;
9          while v <> null do
10             jest := false;
11             w := pierwszy wierzchołek w zbiorze nowy_kolor;
12             while w <> null do
13                 if istnieje krawędź pomiędzy v i w w G then
14                     jest := true;
15                 end if;
16                 w := następny wierzchołek w zbiorze nowy_kolor;
17             end while;
18             if not jest then
19                 oznacz v jako pokolorowany kolorem kolor;
20                 dołącz v do zbioru nowy_kolor;
21             end if;
22             v := następny niepokolorowany wierzchołek w G;
23         end while;
24     end while;
25 end.

```

1. Kolorowanie grafu algorytmem zachłannym

```

1  procedure graf_kruskal;
2  begin
3       $\{T - \text{zbiór krawędzi minimalnego drzewa rozpinającego}\}$ 
4       $\{VS - \text{rodzina (zbiór) rozłącznych zbiorów wierzchołków}\}$ 
5       $T := \emptyset;$ 
6       $VS := \emptyset;$ 
7      Skonstruuuj kolejkę priorytetową  $Q$  zawierającą wszystkie krawędzie ze zbioru  $E$ ;
8      for  $v \in V$  do
9          Dodaj  $\{v\}$  do  $VS$ ;
10     end for;
11     while  $|VS| > 1$  and not pusta_kolejka( $Q$ ) do
12         Wybierz z kolejki  $Q$  krawędź  $(v, w)$  o najmniejszym koszcie;
13         Usuń  $(v, w)$  z  $Q$ ;
14         if  $v$  i  $w$  należą do różnych zbiorów  $W_1$  i  $W_2$  należących do  $VS$  then
15             Zastąp  $W_1$  i  $W_2$  w  $VS$  przez  $W_1 \cup W_2$ ;
16             Dodaj  $(v, w)$  do  $T$ ;
17         end if;
18     end while;
19 end.

```

1. Znajdowanie minimalnego drzewa rozpinającego metodą Kruskala

```

1  procedure wg( $v$ );
2  begin
3       $znacznik[v] := odwiedzony$ ;
4      for  $u \in listy\_incydencji[v]$  do
5          if  $znacznik[u] = nieodwiedzony$  then
6              {Krawędź  $(u, v)$  wstawiana jest do drzewa rozpinającego}
7              wg( $u$ );
8          end if;
9      end for;
10 end.

```

```

1  procedure graf_w_głęb;
2  begin
3      for  $v \in V$  do
4           $znacznik[v] := nieodwiedzony$ ;
5      end for;
6      for  $v \in V$  do
7          if  $znacznik[v] = nieodwiedzony$  then
8              wg( $v$ );
9          end if;
10     end for;
11 end.

```

1. Przeszukiwanie grafu $G = (V, E)$ w głęb

```

1  procedure wsz(v);
2  var K : kolejka wierzchołów FIFO
3  begin
4      znacznik[v] := odwiedzony;
5      wstaw_do_kolejki(v, K);
6      while not pusta_kolejka(K) do
7          x := pierwszy(K);
8          usuń_pierwszy_z_kolejki(K);
9          for y ∈ lista_incydencji[x] do
10             if znacznik[y] = nieodwiedzony then
11                 znacznik[y] := odwiedzony;
12                 wstaw_do_kolejki(y, K);
13                 {Krawędź (x, y) jest wstawiana do drzewa rozpinającego}
14             end if;
15         end for;
16     end while;
17 end.

```

```

1  procedure graf_wszerz;
2  begin
3      for v ∈ V do
4          znacznik[v] := nieodwiedzony;
5      end for;
6      for v ∈ V do
7          if znacznik[v] = nieodwiedzony then
8              wsz(v);
9          end if;
10     end for;
11 end.

```

1. Przeszukiwanie grafu $G = (V, E)$ wszerz

```

1  procedure hash_al_szukaj( $x$ );
2  begin
3      for  $i := 0$  to  $m - 1$  do
4           $k := h(x, i)$ ;
5          if  $A[k] = x$  then
6              return true;
7          end if;
8          if  $A[k]$  jest puste then
9              return false;
10         end if;
11     end for;
12     return false;
13 end.

```

1. Operacja wyszukiwania elementu w tablicy mieszającej z adresowaniem liniowym jako metodą rozwiązywania kolizji

```

1  procedure hash_al_usuń( $x$ );
2  begin
3      for  $i := 0$  to  $m - 1$  do
4           $k := h(x, i)$ ;
5          if  $A[k] = x$  then
6               $A[k] := usunięte$ ;
7              return true;
8          end if;
9          if  $A[k]$  jest puste then
10             return false;
11         end if;
12     end for;
13     return false;
14 end.

```

1. Operacja usuwania elementu z tablicy mieszającej z adresowaniem liniowym jako metodą rozwiązywania kolizji

```

1  procedure hash_al_usuń( $x$ );
2  begin
3      for  $i := 0$  to  $m - 1$  do
4           $k := h(x, i)$ ;
5          if  $A[k] = x$  then
6               $A[k] := usunięte$ ;
7              return true;
8          end if;
9          if  $A[k]$  jest puste then
10             return false;
11         end if;
12     end for;
13     return false;
14 end.

```

1. Operacja usuwania elementu z tablicy mieszającej z adresowaniem liniowym jako metodą rozwiązywania kolizji


```

1  procedure hash_al_wstaw( $x$ );
2  begin
3      for  $i := 0$  to  $m - 1$  do
4           $k := h(x, i)$ ;
5          if  $A[k]$  jest puste lub usunięte then
6               $A[k] := x$ ;
7              return true;
8          end if;
9      end for;
10     return false;
11 end.

```

1. Operacja wstawiania elementu do tablicy mieszającej z adresowaniem liniowym jako metodą rozwiązywania kolizji

```
1  function hash_fun_float( $f, m$ );  
2  var  $h$  : unsigned integer;  
3  begin  
4       $h := (0.616161 * f) \bmod m$ ;  
5      return  $h$ ;  
6  end.
```

1. Przykładowa funkcja mieszająca dla liczb zmiennoprzecinkowych

```
1  function hash_fun_string1( $s, m$ );  
2  var  $h, a$  : integer;  
3  begin  
4       $h := 0$ ;  
5       $a := 29$ ;  
6      for  $i := 1$  to length( $s$ ) do  
7           $h := (a * h + s[i]) \bmod m$ ;  
8      end for;  
9      return  $h$ ;  
10 end.
```

1. Przykładowa funkcja mieszająca dla ciągów znaków

```

1  function hash_fun_string2( $s, m$ );
2  var  $h, a, b$  : unsigned integer;
3  begin
4       $h := 0$ ;
5       $a := 31415$ ;
6       $b := 27183$ ;
7      for  $i := 1$  to length( $s$ ) do
8           $h := (a * h + s[i]) \bmod m$ ;
9           $a := (a * b) \bmod (m - 1)$ ;
10     end for;
11     return  $h$ ;
12 end.

```

1. Wydajna funkcja mieszająca dla ciągów znaków

```
1  procedure hash_mł_szukaj( $x$ );  
2  begin  
3       $k := h(x)$ ;  
4      if  $x$  występuje na liście zaczynającej się w  $A[k]$  then  
5          return true;  
6      else  
7          return false;  
8      end if;  
9  end.
```

1. Operacja wyszukiwania elementu w tablicy mieszającej z łańcuchową metodą rozwiązywania kolizji

```
1  procedure hash_mł_usuń( $x$ );  
2  begin  
3       $k := h(x)$ ;  
4      Usuń  $x$  z listy zaczynającej się w  $A[k]$  jeśli tam występuje;  
5  end.
```

1. Operacja usuwania elementu z tablicy mieszającej z łańcuchową metodą rozwiązywania kolizji

```
1  procedure hash_mł_usuń( $x$ );  
2  begin  
3       $k := h(x)$ ;  
4      Usuń  $x$  z listy zaczynającej się w  $A[k]$  jeśli tam występuje;  
5  end.
```

1. Operacja usuwania elementu z tablicy mieszającej z łańcuchową metodą rozwiązywania kolizji

```
1  procedure hash_mł_wstaw( $x$ );  
2  begin  
3       $k := h(x)$ ;  
4      Wstaw  $x$  na początek listy zaczynającej się w  $A[k]$ ;  
5  end.
```

1. Operacja wstawiania elementu do tablicy mieszającej z metodą łańcuchową rozwiązywania kolizji


```
1  procedure kopiec_buduj( $A, n$ );  
2  begin  
3      heap_size( $A$ ) :=  $n$ ;  
4      for  $i := n \text{ div } 2$  downto 1 do  
5          kopiec_w_dół( $A, i$ );  
6      end for;  
7  end.
```

1. Algorytm budowania kopca

```

1  procedure kopiec_w_dół( $A, i$ );
2  begin
3       $l := 2 * i$ ;
4       $r := 2 * i + 1$ ;
5      if  $l \leq \text{heap\_size}(A)$  and  $A[l] > A[i]$  then
6           $largest := l$ ;
7      else
8           $largest := i$ ;
9      end if;
10     if  $r \leq \text{heap\_size}(A)$  and  $A[r] > A[largest]$  then
11          $largest := r$ ;
12     end if;
13     if  $largest \neq i$  then
14         zamiana( $A[i], A[largest]$ );
15         kopiec_w_dół( $A, largest$ );
16     end if;
17 end.

```

1. Algorytm przesuwania elementu w dół kopca

```

1  procedure kopiec_w_góre( $A, x$ );
2  begin
3       $heap\_size(A) := heap\_size(A) + 1$ ;
4       $i := heap\_size(A)$ ;
5      while  $i > 1$  and  $A[i \text{ div } 2] < x$  do
6           $A[i] := A[i \text{ div } 2]$ ;
7           $i := i \text{ div } 2$ ;
8      end while;
9       $A[i] := x$ ;
10 end.

```

1. Algorytm przesuwania elementu w górę kopca

```

1  procedure max_frag1( $A$ ,  $n$ );
2  begin
3       $M := 0$ ;
4      for  $d := 1$  to  $n$  do
5          for  $g := d$  to  $n$  do
6               $S := 0$ ;
7              for  $i := d$  to  $g$  do
8                   $s := s + A[i]$ ;   { $s$  zawiera sumę elementów  $A[d..g]$ }
9              end for;
10              $M := \max(s, M)$ ;
11         end for;
12     end for;
13     return  $M$ ;
14 end.

```

1. Algorytm nr 1 wyznaczania spójnego fragmentu o największej sumie – złożoność $O(n^3)$.

```

1  procedure max_frag2a( $A$ ,  $n$ );
2  begin
3       $M := 0$ ;
4      for  $d := 1$  to  $n$  do
5           $s := 0$ ;
6          for  $g := d$  to  $n$  do
7               $s := s + A[g]$ ;     $\{s$  zawiera sumę elementów  $A[d..g]\}$ 
8               $M := \max(s, M)$ ;
9          end for;
10     end for;
11     return  $M$ ;
12 end.

```

1. Algorytm nr 2a wyznaczania spójnego fragmentu o największej sumie – złożoność $O(n^2)$.

```

1  procedure max_frag2b( $A$ ,  $n$ );
2  begin
3       $C[0] := 0$ ;
4      for  $i := 1$  to  $n$  do
5           $C[i] := C[i - 1] + A[i]$ ;
6      end for;
7       $M := 0$ ;
8      for  $d := 1$  to  $n$  do
9          for  $g := d$  to  $n$  do
10              $s := C[g] - C[d - 1]$ ;    { $s$  zawiera sumę elementów  $A[d..g]$ }
11              $M := \max(s, M)$ ;
12         end for;
13     end for;
14     return  $M$ ;
15 end.

```

1. Algorytm nr 2b wyznaczania spójnego fragmentu o największej sumie – złożoność $O(n^2)$.

```

1  procedure max_frag3( $A$ ,  $d$ ,  $g$ );
2  begin
3      if  $d > g$  then    {wektor zeroelementowy}
4          return 0;
5      end if;
6      if  $d = g$  then    {wektor jednoelementowy}
7          return  $\max(0, A[d])$ ;
8      end if;
9       $p := (d + g) \text{ div } 2$ ;
10     {{Znajdź maksymalny fragment po lewej stronie granicy}}
11      $s := 0$ ;  $ml := 0$ ;
12     for  $i := p$  downto  $d$  do
13          $s := s + A[i]$ ;
14          $ml := \max(ml, s)$ ;
15     end for;
16     {{Znajdź maksymalny fragment po prawej stronie granicy}}
17      $s := 0$ ;  $mp := 0$ ;
18     for  $i := p + 1$  to  $g$  do
19          $s := s + A[i]$ ;
20          $mp := \max(mp, s)$ ;
21     end for;
22     {{Sprawdź, który fragment daje najlepszy wynik}}
23      $mo := ml + mp$ ;
24      $mA := \text{max\_frag3}(A, d, p)$ ;
25      $mB := \text{max\_frag3}(A, p + 1, g)$ ;
26     return  $\max(mo, mA, mB)$ ;
27 end.

```

1. Algorytm nr 3 wyznaczania spójnego fragmentu o największej sumie – złożoność $O(n \log n)$.

```

1  procedure max_frag4( $A$ ,  $n$ );
2  begin
3       $dotąd\_naj := 0$ ;
4       $MK := 0$ ;
5      for  $i := 1$  to  $n$  do
6           $MK := \max(MK + A[i], 0)$ ;
7           $dotąd\_naj := \max(dotąd\_naj, MK)$ ;
8      end for;
9      return  $dotąd\_naj$ ;
10 end.

```

1. Algorytm nr 4 wyznaczania spójnego fragmentu o największej sumie – złożoność $O(n)$.


```

1  procedure minmax1;
2  begin
3       $j := 1$ ;
4      for  $i := 2$  to  $n$  do
5          if  $A[i] > A[j]$  then
6               $j := i$ ;
7          end if;
8      end for;
9       $k := 1$ ;
10     for  $i := 2$  to  $n$  do
11         if  $A[i] < A[k]$  then
12              $k := i$ ;
13         end if;
14     end for;
15 end.

```

1. Algorytm znajdowania elementu minimalnego i maksymalnego (minmax1)

```

1  procedure minmax2;
2  begin
3       $j := 1; k := 1;$ 
4      for  $i := 2$  to  $n$  do
5          if  $A[i] > A[j]$  then
6               $j := i;$ 
7          else
8              if  $A[i] < A[k]$  then
9                   $k := i;$ 
10             end if;
11         end if;
12     end for;
13 end.

```

1. Algorytm znajdowania elementu minimalnego i maksymalnego (minmax2)

```

1  procedure minmax3;
2  begin
3      {m jest indeksem elementu min, a M — elementu max}
4      if  $A[2] \geq A[1]$  then
5           $m := 1; M := 2;$ 
6      else
7           $m := 2; M := 1;$ 
8      end if;
9       $i := 3;$ 
10     while  $i < n$  do
11          $k := i; l := k + 1;$ 
12         if  $A[k] > A[l]$  then
13              $k := l; l := i;$     { $k$  — el. mniejszy, a  $l$  — el. większy z pary  $i, i+1$ }
14         end if;
15         if  $A[m] > A[k]$  then
16              $m := k;$     {poprawianie  $m$ }
17         end if;
18         if  $A[M] < A[l]$  then
19              $M := l;$     {poprawianie  $M$ }
20         end if;
21          $i := i + 2;$ 
22     end while;
23     if  $i = n$  then    {jeśli  $n$  nieparzyste, to ostatnie porównanie}
24         if  $A[n] < A[m]$  then
25              $m := n;$ 
26         else
27             if  $A[n] > A[M]$  then
28                  $M := n;$ 
29             end if;
30         end if;
31     end if;
32 end.

```

1. Algorytm znajdowania elementu minimalnego i maksymalnego (minmax3)

```

1  procedure dlugosc_NWP(X, Y);
2  begin
3      m := length[X];
4      n := length[Y];
5      for i := 1 to m do
6          c[i, 0] := 0;
7      end for;
8      for j := 1 to n do
9          c[0, j] := 0;
10     end for;
11     for i := 1 to m do
12         for j := 1 to n do
13             if  $x_i = y_j$  then
14                 c[i, j] := c[i-1, j-1] + 1;
15                 b[i, j] := '↖';
16             else
17                 if c[i-1, j] ≥ c[i, j-1] then
18                     c[i, j] := c[i-1, j];
19                     b[i, j] := '↑';
20                 else
21                     c[i, j] := c[i, j-1];
22                     b[i, j] := '←';
23                 end if;
24             end if;
25         end for;
26     end for;
27     return c, b;
28 end.

```

1. Algorytm wyznaczania długości najdłuższego wspólnego podciągu (NWP)

```

1  procedure drukuj_NWP(b, X, i, j);
2  begin
3      if i = 0 or j = 0 then
4          return;
5      end if;
6      if b[i, j] = '↖' then
7          drukuj_NWP(b, X, i-1, j-1);
8          print  $x_i$ ;
9      else
10         if b[i, j] = '↑' then
11             drukuj_NWP(b, X, i-1, j);
12         else
13             drukuj_NWP(b, X, i, j-1);
14         end if;
15     end if;
16 end.

```

1. Algorytm drukowania najdłuższego wspólnego podciągu

```

1  procedure SilniaSystem;
2  begin
3      { Dane wejściowe: liczba  $N$  }
4      { Dane wyjściowe: ciąg cyfr  $d_0, d_1, \dots, d_k$  będący zapisem  $N$  w silnia-systemie }
5       $d_0 := 0$ ;    { najstarsza cyfra zawsze równa 0 }
6       $q := N$ ;
7       $k := 0$ ;
8      while  $q \neq 0$  do
9           $d_k := q \bmod r_k$ ;    { kolejna cyfra }
10          $q := q \operatorname{div} r_k$ ;
11          $k := k + 1$ ;
12     end while;
13     if  $k \neq 0$  then
14          $k := k - 1$ ;
15     end if;
16 end.

```

1. Algorytm znajdowania zapisu liczby N w silnia-systemie

```
1  procedure sortowanie_babelkowe;  
2  begin  
3      for  $i := 1$  to  $n$  do  
4          for  $j := 2$  to  $n$  do  
5              if  $A[j - 1] > A[j]$  then  
6                  zamiana( $A[j - 1]$ ,  $A[j]$ );  
7              end if;  
8          end for;  
9      end for;  
10 end.
```

1. Algorytm sortowania bąbelkowego

```

1  procedure sortowanie_przez_kopcowanie( $A, n$ );
2  begin
3      kopiec_buduj( $A, n$ );
4      for  $i := n$  downto 2 do
5          zamiana( $A[1], A[i]$ );
6           $heap\_size(A) := heap\_size(A) - 1$ ;
7          kopiec_w_dół( $A, 1$ );
8      end for;
9  end.

```

1. Algorytm sortowania przez kopcowanie


```

1  procedure sortowanie_minmax( $A[i..j]$ );
2  begin
3      if  $j - i \geq 1$  then
4          {Stosując metodę porównań znajdź w tablicy  $A[i..j]$  element minimalny i zamień go}
5          {z elementem  $A[i]$ , następnie znajdź element maksymalny i zamień go z elementem  $A[j]$ .}
6           $i := i + 1$ ;
7           $j := j - 1$ ;
8          sortowanie_minmax( $A[i..j]$ );
9      end if;
10 end.

```

1. Prosty algorytm sortowania

```

1  procedure sortowanie_shella;
2  begin
3       $h := 1$ ;
4      while  $h < n/9$  do      {wyszukiwanie maksymalnego  $h$ }
5           $h := 3 * h + 1$ ;
6      end while;
7      while  $h > 0$  do      {wykonuj  $h$ -sortowania tak długo, aż  $h$  zmaleje do 0}
8          for  $i := h + 1$  to  $n$  do
9               $x := A[i]$ ;  $j := i$ ;
10             while  $j \geq h + 1$  and  $x < A[j - h]$  do
11                  $A[j] := A[j - h]$ ;  $j := j - h$ ;
12             end while;
13              $A[j] := x$ ;
14         end for;
15          $h := h \text{ div } 3$ ;      {zmniejszenie wartości  $h$ }
16     end while;
17 end.

```

1. Algorytm sortowania Shella

```

1  procedure sortowanie_szybkie0( $d$ ,  $g$ );
2  begin
3      if  $d < g$  then
4          {wybierz klucz osiowy  $t$ };
5          {przenieść klucze „wokół” klucza osiowego};
6          sortowanie_szybkie0( $d$ ,  $s - 1$ );
7          sortowanie_szybkie0( $s + 1$ ,  $g$ );
8      end if;
9  end.

```

1. Ogólna wersja algorytmu sortowania szybkiego

```

1  procedure sortowanie_szybkie1(d, g);
2  begin
3      if  $d < g$  then
4           $t := A[d]$ ;    {t jest kluczem osiowym}
5           $s := d$ ;
6          for  $i := d + 1$  to  $g$  do    {przemieszczanie elementów wokół klucza osiowego}
7              if  $A[i] < t$  then
8                   $s := s + 1$ ;
9                  zamiana( $A[s]$ ,  $A[i]$ );
10             end if;
11         end for;
12         zamiana( $A[d]$ ,  $A[s]$ );
13         sortowanie_szybkie1( $d$ ,  $s - 1$ );    {wywołania rekursywne dla obu części tablicy}
14         sortowanie_szybkie1( $s + 1$ ,  $g$ );
15     end if;
16 end.

```

1. Algorytm sortowania szybkiego

```

1  procedure proste_wstawianie1;
2  begin
3      for  $i := 2$  to  $n$  do
4           $x := A[i]$ ;
5           $j := i - 1$ ;
6          while ( $j > 0$ ) and ( $x < A[j]$ ) do    {szukanie miejsca do wstawienia elementu  $x$ }
7               $A[j + 1] := A[j]$ ;  $j := j - 1$ ;
8          end while;
9           $A[j + 1] := x$ ;    {wstawienie element}
10     end for;
11 end.

```

1. Algorytm sortowania przez proste wstawianie bez wartownika

```

1  procedure proste_wstawianie2;
2  begin
3      for  $i := 2$  to  $n$  do
4           $x := A[i]$ ;
5           $A[0] := x$ ;    {ustawienie wartownika}
6           $j := i - 1$ ;
7          while  $x < A[j]$  do    {szukanie miejsca dla wstawienia elementu  $x$ }
8               $A[j + 1] := A[j]$ ;  $j := j - 1$ ;
9          end while;
10          $A[j + 1] := x$ ;    {wstawienie elementu  $x$ }
11     end for;
12 end.

```

1. Algorytm sortowania przez proste wstawianie z wartownikiem

```

1  procedure proste_wybieranie;
2  begin
3      for  $i := 1$  to  $n - 1$  do
4           $k := i$ ;  $x := A[i]$ ;    { $k$  — indeks minimalnego elementu w  $A[i..n]$ ,  $x$  — element minimalny}
5          for  $j := i + 1$  to  $n$  do
6              if  $A[j] < x$  then    {czy bieżący element jest mniejszy niż dotychczasowe minimum}
7                   $k := j$ ;  $x := A[j]$ ;    {aktualizacja minimalnego elementu}
8              end if;
9          end for;
10          $A[k] := A[i]$ ;  $A[i] := x$ ;    {zamiana elementu  $A[i]$  ze znalezionym minimalnym}
11     end for;
12 end.

```

1. Algorytm sortowania przez proste wybieranie

```

1  procedure wzorzec_KMP( $T, W, n, m$ );
2  begin
3      { Wyznaczanie tablicy  $P$  }
4       $P[0] := 0; P[1] := 0;$ 
5       $t := 0;$ 
6      for  $j := 2$  to  $m$  do
7          while  $(t > 0)$  and  $(W[t + 1] \neq W[j])$  do
8               $t := P[t];$ 
9          end while;
10         if  $(W[t + 1] = W[j])$  then
11              $t := t + 1;$ 
12         end if;
13          $P[j] := t;$ 
14     end for;
15     for  $i := 1$  to  $m$  do
16          $przes[i] := \max(1, j - P[j]);$ 
17     end for;
18     { Wyszukiwanie wzorca }
19      $i := 1; j := 0;$ 
20     while  $i \leq n - m + 1$  do
21          $j := P[j];$ 
22         while  $j < m$  and  $W[j + 1] = T[i + j]$  do
23              $j := j + 1;$ 
24         end while;
25         if  $j = m$  then
26             return  $i;$ 
27         end if;
28          $i := i + przes[j];$ 
29     end while;
30     return 0;
31 end.

```

1. Algorytm Knutha-Morrisa-Pratta wyszukiwania wzorca w tekście


```

1  procedure wzorzec_naiwny( $T, W, n, m$ );
2  begin
3       $i := 1$ ;
4      while  $i \leq n - m + 1$  do
5           $j := 0$ ;
6          while  $j < m$  and  $W[j + 1] = T[i + j]$  do
7               $j := j + 1$ ;
8          end while;
9          if  $j = m$  then
10             return  $i$ ;
11          end if;
12           $i := i + 1$ ;
13      end while;
14      return 0;
15  end.

```

1. Algorytm naiwny wyszukiwania wzorca w tekście

```

1  procedure wiel1;
2  begin
3       $W := a[0];$ 
4      for  $i := 1$  to  $n$  do
5           $p := x;$ 
6          for  $j := 1$  to  $i - 1$  do
7               $p := p * x;$ 
8          end for;
9           $W := a[i] * p + W;$ 
10     end for;
11 end.

```

1. Algorytm wyznaczania wartości wielomianu metodą bezpośrednią

```
1  procedure wiel2;  
2  begin  
3       $W := a[n];$   
4      for  $i := n - 1$  downto 0 do  
5           $W := W * x + a[i];$   
6      end for;  
7  end.
```

1. Algorytm wyznaczania wartości wielomianu metodą Hornera

```

1  procedure wyszukiwanie_z_powrotami_metoda_podziału_i_ograniczeń;
2  begin
3      min_koszt := ∞;    {nieskończoność, bieżące minimum}
4      koszt := 0;    {aktualny koszt}
5      „wyznacz  $S_1$  na podstawie  $A_1$  i ograniczeń”;
6      k := 1;
7      while k > 0 do
8          while ( $S_k \neq \emptyset$ ) and (koszt < min_koszt) do
9               $a_k$  := element z  $S_k$ ;
10              $S_k := S_k - \{a_k\}$ ;
11             koszt := koszt( $a_1, a_2, \dots, a_k$ );
12             if „( $a_1, a_2, \dots, a_k$ ) jest rozwiązaniem” and koszt < min_koszt then
13                 min_koszt := koszt( $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ );
14             end if;
15             k := k + 1;    {następny „poziom”}
16             „wyznacz  $S_k$  na podstawie  $A_k$  i ograniczeń”;
17         end while;
18          $k := k - 1$ ;    {powrót}
19         koszt := koszt( $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ );
20     end while;
21 end.

```

1. Wyszukiwanie z powrotami – metoda podziału i ograniczeń

```

1  procedure szacowanie_metoda_Monte_Carlo;
2  begin
3      { $N$  oznacza liczbę eksperymentów do przeprowadzenia}
4      średnia := 0;
5      for i := 1 to  $N$  do
6          iloczyn := 1;    {na iloczyn  $x_1x_2x_3\dots$ }
7          suma := 0;    {na sumę iloczynów  $x_1 + x_1x_2 + \dots$ }
8          „wyznacz  $S_1$  na podstawie  $A_1$  i ograniczeń”;
9          k := 1;
10         while  $S_k \neq \emptyset$  do
11             iloczyn := iloczyn *  $|S_k|$ ;
12             suma := suma + iloczyn;
13              $a_k$  := losowy element z  $S_k$ ;
14             {nie musimy usuwać  $a_k$  z  $S_k$ , bo i tak nie będzie powrotu}
15             k := k + 1;    {następny „poziom”}
16             „wyznacz  $S_k$  na podstawie  $A_k$  i ograniczeń”;
17         end while;
18         {dotarliśmy do liścia, mamy oszacowanie liczby węzłów w tym eksperymencie}
19         średnia := średnia + suma;
20     end for;
21     średnia := średnia /  $N$  ;
22 end.

```

1. Szacowanie efektywności metodą Monte Carlo

```

1  procedure wyszukiwanie_z_powrotami;
2  begin
3      „wyznacz  $S_1$  na podstawie  $A_1$  i ograniczeń”;
4       $k := 1$ ;
5      while  $k > 0$  do
6          while  $S_k \neq \emptyset$  do
7               $a_k :=$  element z  $S_k$ ;
8               $S_k := S_k - \{a_k\}$ ;
9              if „ $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  jest rozwiązaniem” then
10                 „wypisz  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ ”;
11             end if;
12              $k := k + 1$ ;    {następny „poziom”}
13             „wyznacz  $S_k$  na podstawie  $A_k$  i ograniczeń”;
14         end while;
15          $k := k - 1$ ;    {powrót}
16     end while;
17 end.

```

1. Algorytm wyszukiwania wyczerpującego

```

1  procedure wysz_z_pow_rek(w: wektor; i: integer);
2  var a: element_wektora; S: zbiór;
3  begin
4      if „w jest rozwiązaniem” then
5          „wypisz(w)”;
6      end if;
7      „wyznacz S”;
8      for  $a \in S$  do
9          wysz_z_pow_rek(w || (a), i + 1);
10     end for;
11 end.

```

1. Rekurencyjny algorytm wyszukiwania wyczerpującego

```

1  procedure wybór( $d, g, k$ );
2  begin
3      if  $d = g$  then      {jeśli podtablica zawiera tylko jeden element to musi to być ten szukany}
4          return  $A[d]$ ;
5      end if;
6       $t := A[d]$ ;      { $t$  jest kluczem osiowym}
7       $s := d$ ;
8      for  $i := d + 1$  to  $g$  do      {przemieszczanie elementów wokół klucza osiowego}
9          if  $A[i] < t$  then
10              $s := s + 1$ ;
11             zamiana( $A[s], A[i]$ );
12         end if;
13     end for;
14     zamiana( $A[d], A[s]$ );
15     if  $s = k$  then      {sprawdzenie czy klucz osiowy nie jest  $k$ -tym co do wielkości elementem}
16         return  $A[s]$ ;
17     else
18         if  $s > k$  then      {sprawdzenie, w której części znajduje się szukany element}
19             wybór( $d, s - 1, k$ );
20         else
21             wybór( $s + 1, g, k$ );
22         end if;
23     end if;
24 end.

```

1. Algorytm wyboru k -tego co do wielkości elementu w oczekiwanym czasie liniowym