

METODY WYZNACZANIA MODUŁU YOUNGA DLA MATERIAŁÓW ELASTOMEROWYCH

Prawidłowy dobór materiałów elastomerowych mogących mieć zastosowanie w systemach wibroizolacji wymaga wyznaczenia wartości parametrów fizyko-mechanicznych materiału. Podstawową wyznaczaną wielkością jest moduł Younga będący miarą sprężystości materiału elastomerowego. W artykule przedstawiono porównanie metod wyznaczania modułu Younga dla próbek materiału elastomerowego. Przedstawiono metodykę badań oraz ich wyniki.

WSTĘP

Jednym z podstawowych zagadnień przy doborze systemu wibroizolacji jest przeprowadzenie badań własności fizyko-mechanicznych jednego z podstawowych składników tego systemu jakim jest element elastyczny (wibroizolujący) [1,2,3,5,6]. Do badań tych należy między innymi wyznaczenie statycznego i dynamicznego modułu Younga. W artykule przedstawiono analizę metod wyznaczania statycznego modułu Younga. Badania podstawowych własności wytrzymałościowych prowadzone są na maszynach wytrzymałościowych, którą w tym przypadku stanowiło urządzenie statyczno-dynamiczne typu Instron 8872 (rys.1) klasy 1 o dokładności pomiaru 0,5% wraz z komorą klimatyczną pracującą w zakresie temperatur $-60 \div 315$ °C z dokładnością ± 1 °C.



Rys. 1. Maszyna wytrzymałościowa statyczno-dynamiczna typu Instron 8872

1. METODY WYZNACZANIA STATYCZNEGO MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI MATERIAŁÓW ELASTOMEROWYCH

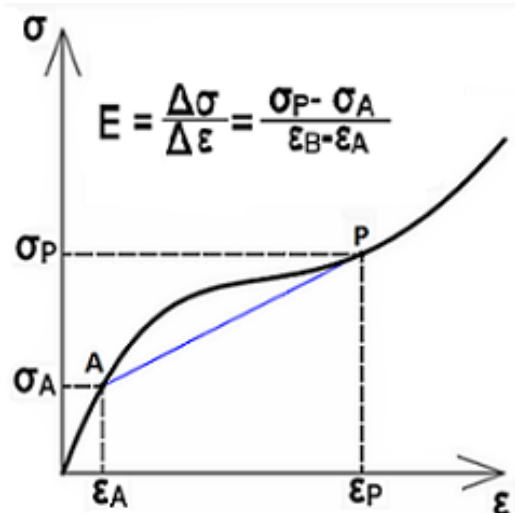
Sztwywność materiałów określa się zazwyczaj modułem Younga (E). Matematyczny zapis prawa Hooke'a ma postać $\sigma = E \cdot \epsilon$, gdzie σ to naprężenie, a ϵ względna zmiana długości (ϵ definiujemy

jako $\Delta l/l_0$, gdzie l_0 to długość początkowa próbki, a Δl to bezwzględna zmiana długości próbki) i jest to zależność liniowa. Oznacza to, że prawo Hooke'a można stosować tylko dla opisu liniowej części krzywej rozciągania lub ściskania. W związku z tym, że początki krzywych doświadczalnych rozciągania i ściskania elastomerów nie są liniowe, dla tych materiałów nie można jednoznacznie określić modułu Younga. Jak podano w artykule [4] istnieje wiele sposobów wyznaczania modułu sprężystości dla materiałów elastomerowych, a w literaturze podając wartości E elastomerów często pomija się sposób jego wyznaczania. Można wyróżnić trzy podstawowe definicje modułów wyznaczanych z krzywej rozciągania lub ściskania:

- moduł ścięciwy,
- moduł sieczny,
- moduł styczny.

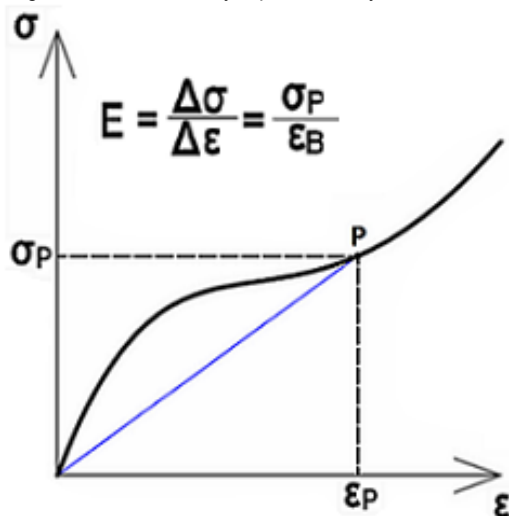
Definicje wymienionych modułów w odniesieniu do charakterystyki naprężenie - odkształcenie opisano poniżej i przedstawiono na rysunkach 2,3 oraz 4.

Moduł ścięciwy (rys. 2) to nachylenie ścięciwy poprowadzonej między dwoma zadanymi punktami krzywej naprężenie-odkształcenie. Jest to iloraz zmiany naprężenia między dwoma punktami pomiarowymi ($\Delta \sigma$) oraz zmiany odkształcenia względnego między tymi punktami ($\Delta \epsilon$), co wyraża zależność $E = \Delta \sigma / \Delta \epsilon$.



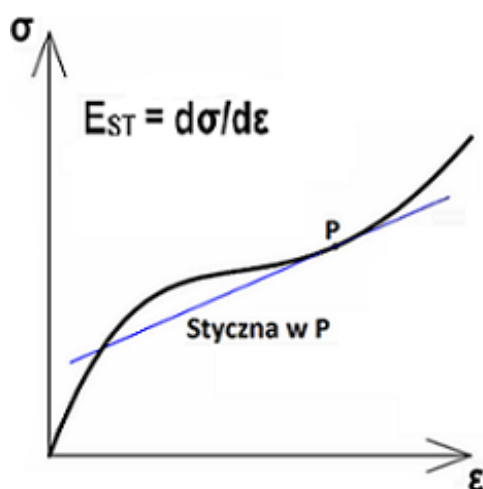
Rys. 2. Moduł ścięciwy

Szczególnym przypadkiem modułu ścięciwy jest moduł sieczny (rys. 3), czyli nachylenie siecznej poprowadzonej z początku układu współrzędnych do określonego punktu krzywej naprężenie-odkształcenie. Jest to iloraz naprężenia w danym punkcie pomiarowym, oraz względnego odkształcenia w tym punkcie, czyli $E = \sigma/\epsilon$.



Rys. 3. Moduł sieczny

Moduł styczny (rys. 4.) definiujemy jako nachylenie krzywej naprężenie-odkształcenie dla określonego naprężenia lub odkształcenia. Jest to wartość tangensa kąta nachylenia w danym punkcie wykresu naprężenia do odkształcenia względnego wyznaczona przez różniczkowanie krzywej rozciągania lub ściskania, czyli $E_{ST} = d\sigma/d\epsilon$.



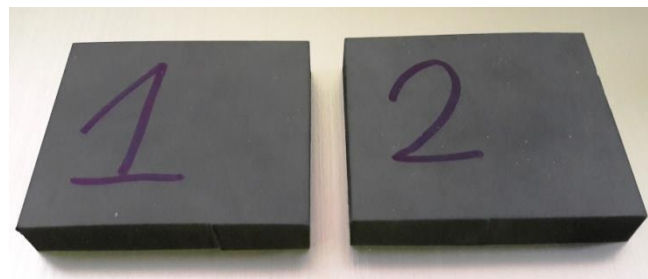
Rys. 4. Moduł styczny

2. OPRACOWANY ALGORYTM WYZNACZANIA STATYCZNEGO MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI MATERIAŁÓW ELASTOMEROWYCH

Elementy z materiałów elastomerowych często wykorzystywane są jako element elastyczny w systemach wibroizolacji. Siła ciężkości obiektu na nich posadowionego wywołuje w nich pewne naprężenie wstępne. Dobierając element elastomerowy możemy spotkać się z dwoma przypadkami. W pierwszym pole powierzchni elementu jest stałe a zmienia się materiał, z którego element jest wykonany. W drugim zadany jest materiał elementu a zmienną jest jego pole powierzchni. Istnieje więc konieczność wyznaczenia parametrów próbek dla równej wartości naprężenia wstępnego, oraz dla równego względnego odkształcenia początkowego.

Dodatkowo w obciążonych elastomerach zachodzi relaksacja naprężeń, dlatego przy wolnym rozciąganiu uzyskuje się niższe wartości odpowiednich naprężeń, niż przy szybszym. Stąd przy ocenie właściwości mechanicznych konieczne jest podanie prędkości rozciągania.

Autorzy przeprowadzili badania eksperymentalne dla dwóch próbek materiału elastomerowego (rys. 5) wyciętych za pomocą metody „ciąćcia wodą” z jednego arkusza materiału dostarczonego przez producenta. Wymiary próbek to 70x80x15 mm (szerokość – długość – wysokość).



Rys. 5. Badane próbki

Dla każdej z próbek przeprowadzono próbę statyczną z prędkością odkształcenia 0,1 mm/s, próby quasi-statyczne z prędkościami odkształcenia 0,5 mm/s i 1 mm/s, oraz próbę dynamiczną z prędkością 3 mm/s. Dla każdej prędkości obliczono wartości modułu siecznego E oraz modułu stycznego E_{ST} dla odkształcenia względnego $\epsilon_L = 5\% \div 30\%$ z krokiem co 5%. Jako wysokość początkową próbki, względem której liczone odkształcenie względne ϵ_L , przyjmowano jej wysokość po osiągnięciu przyjętego naprężenia wstępnego (przyjęto 0,1 MPa), lub po osiągnięciu przyjętego odkształcenia początkowego (przyjęto 10% wysokości próbki nieobciążonej, czyli 1,5 mm). W związku z tym, że dane doświadczalne mają wartości dyskretne, o określonej częstotliwości próbkowania, należało znaleźć punkty startowe, dla których wartości naprężenia albo odkształcenia są jak najbardziej zbliżone do przyjętych wartości wstępnego naprężenia albo odkształcenia. Parametry dla odnalezionych punktów przedstawione są w tabelach 1 oraz 2.

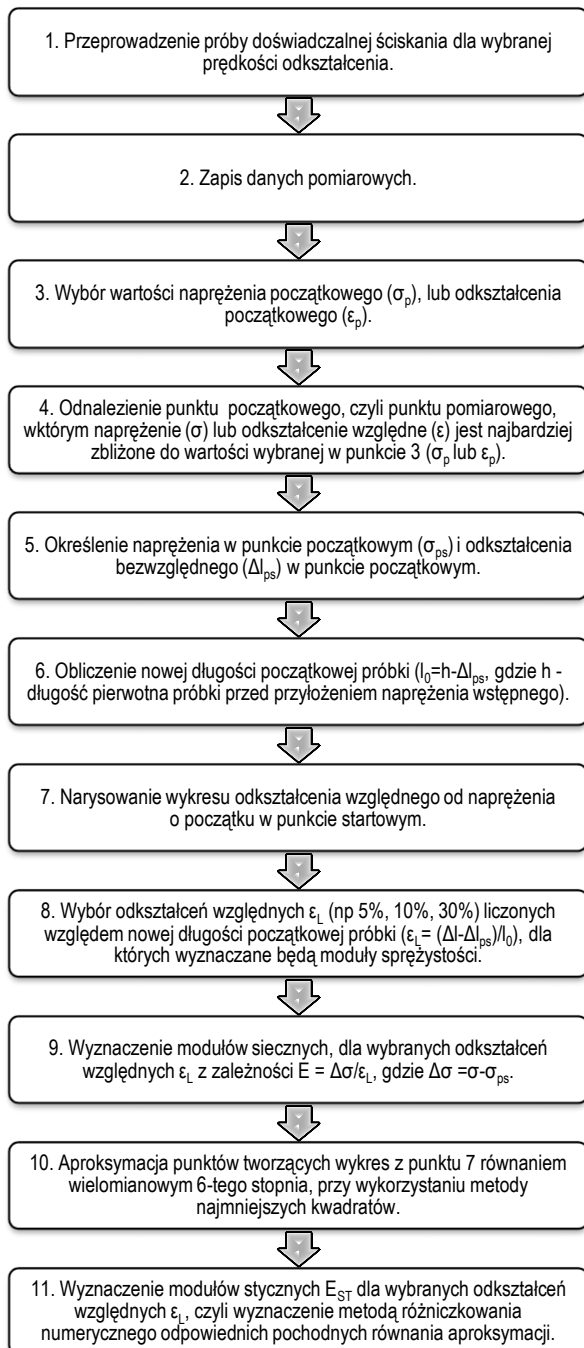
Tab. 1. Parametry wstępne dla stałego naprężenia wstępnego

| Nr próbki | Prędkość odkształcenia [mm/s] | Naprężenie początkowe [MPa] | Odkształcenie początkowe [mm] | Wysokość początkowa [mm] |
|-----------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1 | 0,1 | -0,10046 | -0,63900 | 14,3609 |
| | 0,5 | -0,10162 | -0,85093 | 14,1491 |
| | 1,0 | -0,10154 | -0,87140 | 14,1286 |
| | 3,0 | -0,09773 | -0,83445 | 14,1656 |
| 2 | 0,1 | -0,09917 | -0,73139 | 14,2686 |
| | 0,5 | -0,10077 | -0,78800 | 14,2120 |
| | 1,0 | -0,10092 | -0,78266 | 14,2173 |
| | 3,0 | -0,09796 | -0,74494 | 14,2551 |

Tab. 2. Parametry wstępne dla stałego odkształcenia wstępnego

| Nr próbki | Prędkość odkształcenia [mm/s] | Naprężenie początkowe [MPa] | Odkształcenie początkowe [mm] | Wysokość początkowa [mm] |
|-----------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1 | 0,1 | -0,20960 | -1,5007 | 13,4994 |
| | 0,5 | -0,18620 | -1,5122 | 13,4879 |
| | 1,0 | -0,18145 | -1,4949 | 13,5051 |
| | 3,0 | -0,18565 | -1,4916 | 13,5084 |
| 2 | 0,1 | -0,20124 | -1,5041 | 13,4959 |
| | 0,5 | -0,18990 | -1,5187 | 13,4813 |
| | 1,0 | -0,19073 | -1,5003 | 13,4998 |
| | 3,0 | -0,19423 | -1,4867 | 13,5133 |

W celu wyznaczenia modułów stycznych E_{ST} dane doświadczalne aproksymowano równaniem wielomianowym 6-tego stopnia korzystając z metody najmniejszych kwadratów, a następnie metodą różniczkowania numerycznego wyznaczano odpowiednie pochodne. Moduły sieczne E obliczano z równania $E = \Delta\sigma/\epsilon_L$, gdzie ϵ_L to względna zmiana długości, a $\Delta\sigma$ to zmiana naprężenia liczona od naprężenia wstępnego. Cały algorytm stosowany przez autorów podczas wyznaczania siecznych i stycznych modułów sprężystości przedstawiono w postaci schematu na rysunku 6.



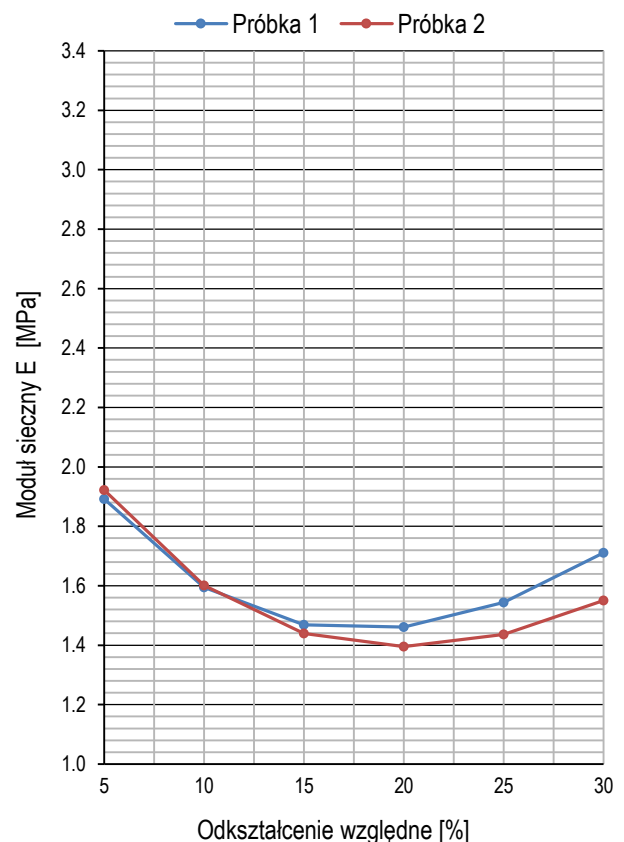
Rys. 6. Schemat blokowy algorytmu wyznaczania modułów sprężystości elastomerów

3. WYNIKI

Wyniki obliczeń zestawiono w tabelach 3 i 4, a wybrane wartości przedstawiono na rysunkach 7÷11 w celu ich łatwiejszego porównania.

Tab. 3. Otrzymane moduły sprężystości E i E_{ST} dla równego zadane-go naprężenia wstępnego

| Moduł sprężystości [Mpa] - dla zadanego odkształcenia wstępnego 10% | | | | | |
|---|---------------------------|------------------------|-------------|-----------|-------------|
| Nr próbki | Odształcenie względne [%] | Prędkość odkształcenia | | | |
| | | 0,1 mm/s | | 0,5 mm/s | |
| | | Sieczny E | Styczny EST | Sieczny E | Styczny EST |
| 1 | 5 | 1,8915 | 1,5218 | 1,7853 | 1,3991 |
| | 10 | 1,5950 | 1,1902 | 1,4872 | 1,0671 |
| | 15 | 1,4687 | 1,2790 | 1,3536 | 1,1742 |
| | 20 | 1,4613 | 1,6325 | 1,3472 | 1,5301 |
| | 25 | 1,5439 | 2,1691 | 1,4396 | 2,1934 |
| | 30 | 1,7109 | 3,0110 | 1,6736 | 3,8391 |
| 2 | 5 | 1,9219 | 1,5291 | 1,7597 | 1,3499 |
| | 10 | 1,6011 | 1,1305 | 1,4555 | 1,0403 |
| | 15 | 1,4389 | 1,1521 | 1,3226 | 1,1405 |
| | 20 | 1,3948 | 1,4130 | 1,3112 | 1,4694 |
| | 25 | 1,4362 | 1,8109 | 1,3963 | 2,0799 |
| | 30 | 1,5507 | 2,5658 | 1,6108 | 3,4686 |
| Nr próbki | Odształcenie względne [%] | Prędkość odkształcenia | | | |
| | | 1,0 mm/s | | 3,0 mm/s | |
| | | Sieczny E | Styczny EST | Sieczny E | Styczny EST |
| 1 | 5 | 1,7983 | 1,3685 | 1,8834 | 1,3576 |
| | 10 | 1,4857 | 1,0749 | 1,5507 | 1,1519 |
| | 15 | 1,3460 | 1,1710 | 1,4024 | 1,2022 |
| | 20 | 1,3432 | 1,5089 | 1,3837 | 1,4275 |
| | 25 | 1,4358 | 2,2325 | 1,4642 | 2,2075 |
| | 30 | 1,6849 | 3,8922 | 1,6768 | 3,7168 |
| 2 | 5 | 1,7978 | 1,3576 | 1,8745 | 1,3751 |
| | 10 | 1,4790 | 1,0476 | 1,5381 | 1,0983 |
| | 15 | 1,3348 | 1,1371 | 1,3839 | 1,1565 |
| | 20 | 1,3202 | 1,4502 | 1,3556 | 1,4016 |
| | 25 | 1,3971 | 2,0511 | 1,4192 | 2,0234 |
| | 30 | 1,6001 | 3,3643 | 1,6014 | 3,2192 |

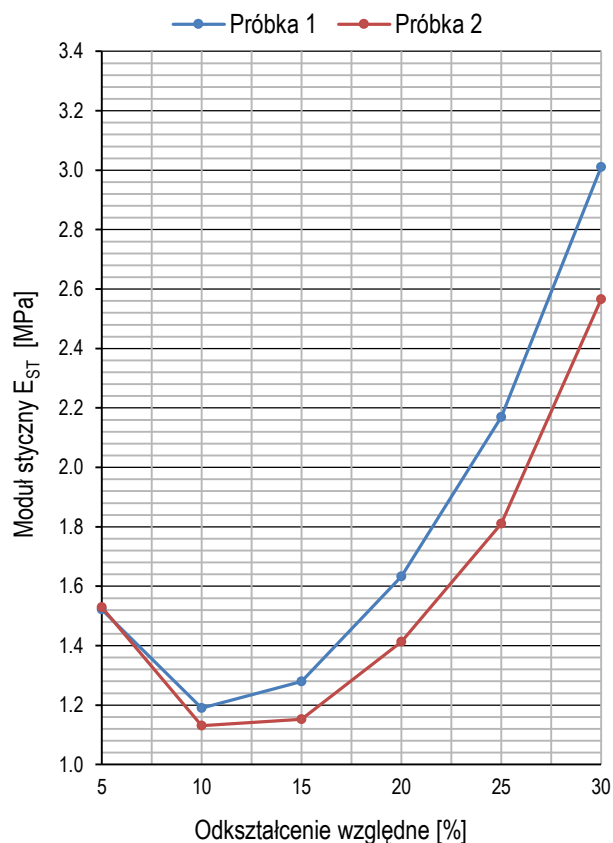


Rys. 7. Porównanie modułów siecznych dla próbki 1 i 2 przy prędkości odkształcenia 0,1 mm/s dla zadanego naprężenia wstępnego

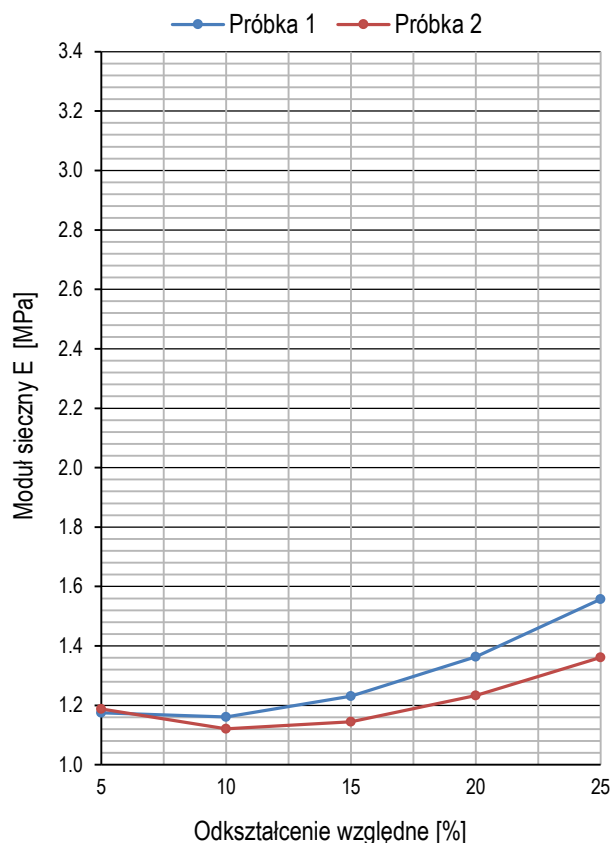
Tab. 4. Otrzymane moduły sprężystości E i E_{ST} dla równego zadane-
nego odkształcenia wstępnego

| Moduł sprężystości [Mpa] - dla zadanego odkształcenia wstępnego 10% | | | | | |
|---|---------------------------------------|------------------------|---------------------|--------------|---------------------|
| Nr próbki | Odkształce- nie względne [%] | Prędkość odkształcenia | | | |
| | | 0,1 mm/s | | 0,5 mm/s | |
| | | Sieczny E | Styczny E_{ST} | Sieczny E | Styczny E_{ST} |
| 1 | 5 | 1,1752 | 1,1054 | 1,1439 | 1,0207 |
| | 10 | 1,1613 | 1,2325 | 1,0892 | 1,0913 |
| | 15 | 1,2308 | 1,5329 | 1,1309 | 1,3697 |
| | 20 | 1,3631 | 2,0208 | 1,2413 | 1,8805 |
| | 25 | 1,5579 | 2,7016 | 1,4688 | 3,0220 |
| | 30 | - | 3,3708 | - | 5,6918 |
| 2 | 5 | 1,1880 | 1,0605 | 1,0942 | 0,9780 |
| | 10 | 1,1210 | 1,0933 | 1,0477 | 1,0769 |
| | 15 | 1,1446 | 1,3059 | 1,0960 | 1,3387 |
| | 20 | 1,2334 | 1,6556 | 1,2120 | 1,8358 |
| | 25 | 1,3613 | 2,2249 | 1,4232 | 2,8786 |
| | 30 | - | 3,1964 | - | 4,9318 |
| Nr próbki | Odkształce- nie względne [%] | Prędkość odkształcenia | | | |
| | | 1,0 mm/s | | 3,0 mm/s | |
| | | Sieczny E | Styczny E_{ST} | Sieczny E | Styczny E_{ST} |
| 1 | 5 | 1,1814 | 0,9969 | 1,2126 | 1,0036 |
| | 10 | 1,0969 | 1,1009 | 1,1271 | 1,1360 |
| | 15 | 1,1338 | 1,3438 | 1,1556 | 1,3353 |
| | 20 | 1,2411 | 1,8505 | 1,2626 | 1,8240 |
| | 25 | 1,4668 | 3,0568 | 1,4673 | 3,0129 |
| | 30 | - | 5,3560 | 1,8680 | 4,6491 |
| 2 | 5 | 1,0945 | 0,9776 | 1,1261 | 0,9885 |
| | 10 | 1,0435 | 1,0761 | 1,0714 | 1,0947 |
| | 15 | 1,0916 | 1,3217 | 1,1103 | 1,3153 |
| | 20 | 1,1978 | 1,7941 | 1,2117 | 1,7721 |
| | 25 | 1,4003 | 2,0871 | 1,4007 | 2,7345 |
| | 30 | - | 4,7492 | 1,7548 | 4,2051 |

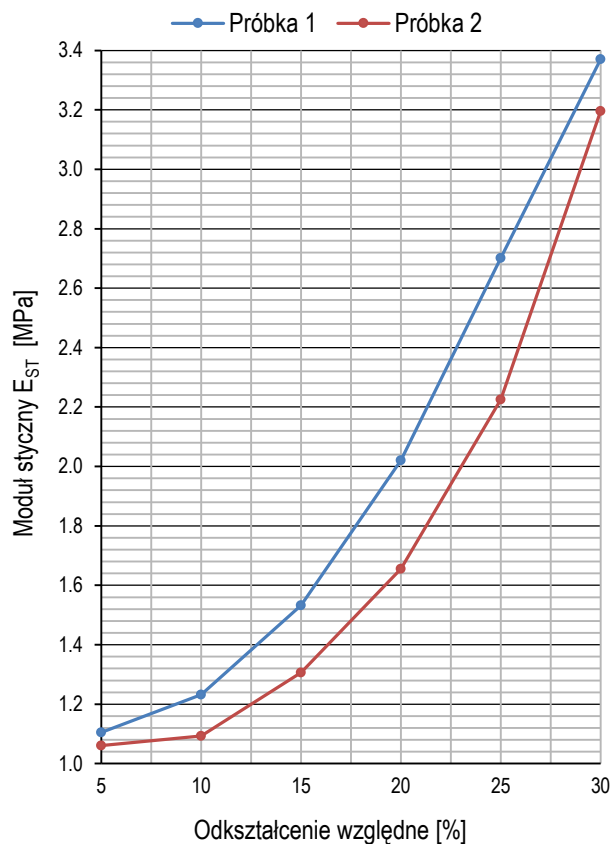
* brak niektórych wartości spowodowany jest dobraniem zbyt małego odkształcenia maksymalnego w próbie doświadczalnej



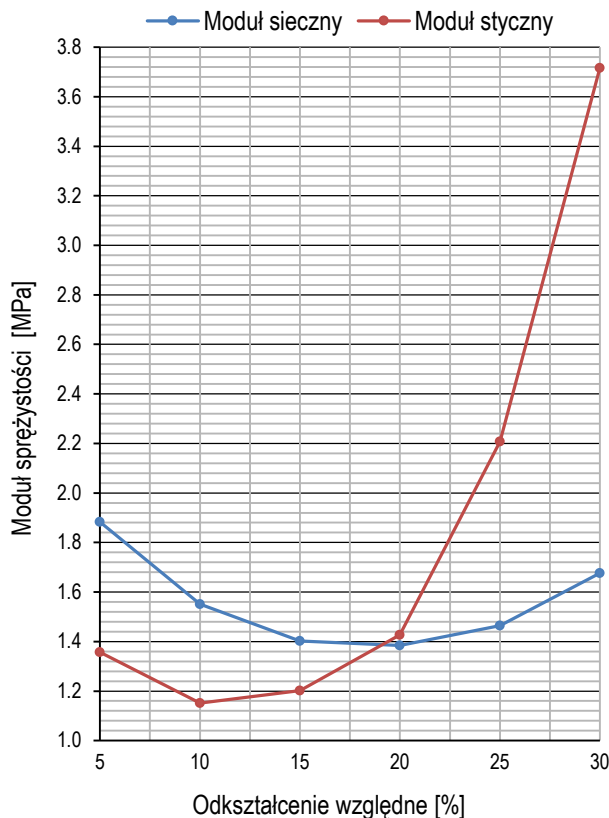
Rys. 8. Porównanie modułów stycznych dla próbek 1 i 2 przy prędkości odkształcenia 0,1 mm/s dla zadanego naprężenia wstępnego



Rys. 9. Porównanie modułów siecznych dla próbek 1 i 2 przy prędkości odkształcenia 0,1 mm/s dla zadanego odkształcenia wstępnego



Rys. 10. Porównanie modułów stycznych dla próbek 1 i 2 przy prędkości odkształcenia 0,1 mm/s dla zadanego odkształcenia wstępnego



Rys. 11. Porównanie modułu siecznego i stycznego dla próbek 1 przy prędkości odkształcenia 3,0 mm/s dla danego naprężenia wstępnego

PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że:

1. badany materiał elastomerowy wykazuje silnie nieliniowe właściwości fizyko-mechaniczne,
2. wartość modułu Younga badanego materiału zależy od jego początkowych warunków pracy (ugięcie wstępne, obciążenie wstępne),
3. dla odkształcenia względnego z zakresu 10-15% materiał ma minimalną wartość modułu Younga,
4. pomimo przygotowania próbek w ten sam sposób z tego samego odcinka materiału występują różnice w wartościach modułu Younga próbek.

Wyniki przeprowadzonych badań wyraźnie pokazują, że w zależności od przyjętego sposobu wyznaczania modułu Younga wyznaczana jest jego różna wartość. Można więc stwierdzić, że koniecznym

jest podawanie przez producentów materiałów elastomerowych w kartach katalogowych nie tylko wartości, ale także sposobu wyznaczania modułu Younga. Tylko wtedy możliwa będzie weryfikacja wyników podawanych przez producentów i materiał będzie mógł być prawidłowo dobrany do projektowanego układu wibroizolacji.

BIBLIOGRAFIA

1. Bednarz J., *The new methodology for assessing of the applicability of elastomeric materials in the vibration isolation systems of railway lines*, Archives of Acoustics, vol. 41 no. 3, 2016
2. Darlow M., Zorzi E., *Mechanical desing handbook for elastomer*, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch, 1981.
3. Jones D. I.G., *Handbook of viscoelastic vibration damping*, John Wiley&Sons 2001.
4. Nadolny K., Jurkowski B., *Niektóre aspekty wyznaczania sztywności elastomerów*, Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji, Vol. 26, nr 1, 2006.
5. Osiński Z., *Damping of vibrations*, A. A. BALEKMA, Rotterdam, Brookfield 1998.
6. Targosz J., *Układy wibroizolacji w transporcie szynowym i samochodowym*, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2007.

Methods for estimation of young's modulus for elastomeric materials

Proper selection of elastomeric materials that may be used in vibration isolation systems requires the determination of the physico-mechanical parameters of the material. The basic determinant is the Young's modulus, which is the measure the elasticity of the elastomeric material. The article presents a comparison of methods for determining Young's modulus for samples of elastomeric material. The research methodology and results are presented.

Autorzy:

dr inż. **Jarosław Bednarz** – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, Katedra Robotyki i Mechatroniki, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: bednarz@agh.edu.pl

inż. **Paweł Bieleń** – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, Katedra Robotyki i Mechatroniki, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: pawbielen@gmail.com