



Uniwersytet  
Ekonomiczny  
w Katowicach



blisko

międzynarodowo



przez całe życie

# Zaawansowane programowanie Grafy

mgr Bartłomiej Brzęk  
Katedra Uczenia Maszynowego

2024/25

# Czym są grafy?

Abstrakcyjne obiekty służące do modelowania zależności i powiązań między obiektami.

- Informatyka
- Matematyka dyskretna
- Biologia i chemia
- Logistyka i transport



# Do czego są przydatne grafy?

- Połączeń drogowych, kolejowych, lotniczych
- Dokumentów hipertekstowych
- Planowania procesów produkcyjnych
- Sieci rozmów telefonicznych
- Struktura wywołań funkcji
- Zależności między ludźmi



# Definicje

- Grafem  $G$  nazywamy parę  $(V, E)$ , gdzie  $V$  to niepusty i skończony zbiór wierzchołków, a  $E$  to skończony zbiór krawędzi (pary wierzchołków  $V \times V$ ).

$n = |V|$  - liczba wierzchołków

$m = |E|$  - liczba krawędzi



# Dwa główne rodzaje grafów

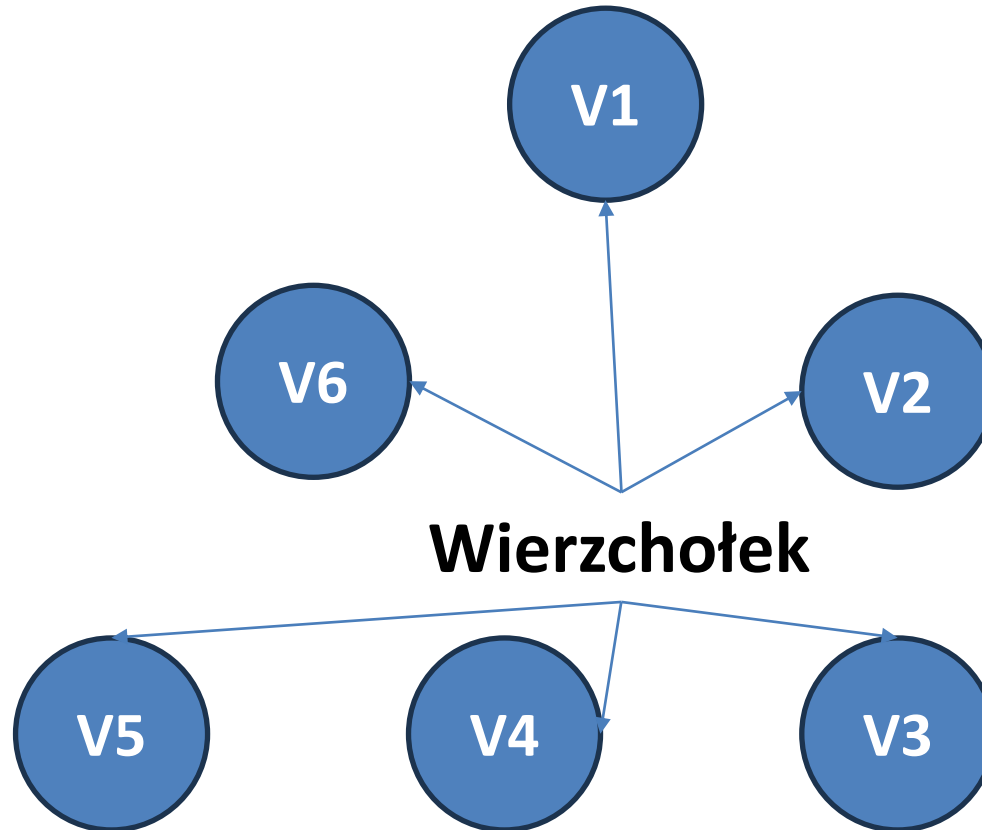
Graf skierowany (ang. dgraph)	Graf nieskierowany (ang. Undirected graph)
Pary połączeń wierzchołków mają określony kierunek  -> lub <-	Pary połączeń nie mają określonego kierunku (można przyjąć, że występuje tam połączenie)  <->



# Nazewnictwo

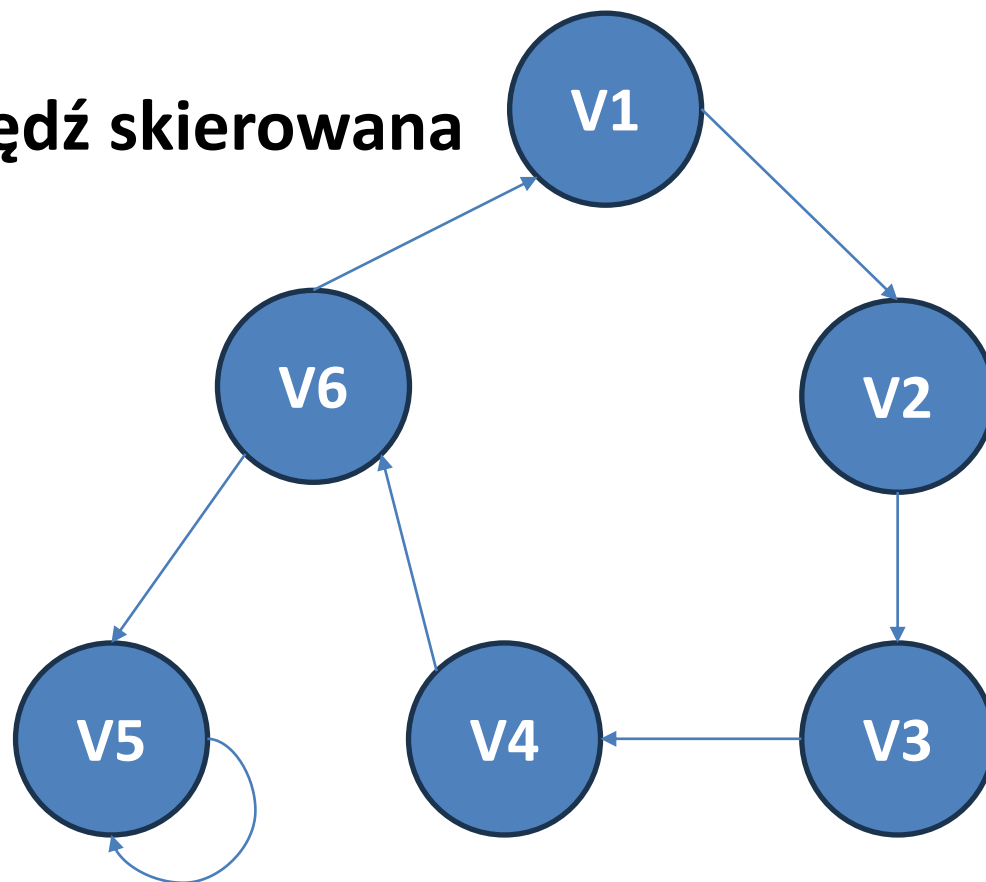
- Wierzchołek – węzeł (node), punkt (point)
- Krawędź – linia, łuk, wiązanie
- Podgraf – podzbiór wierzchołków tworzący graf
- Izomorfizm – jeżeli w jednym grafie etykiety wierzchołków zostaną zmienione i otrzymamy taki sam układ krawędzi jak w drugim grafie (dot. dwóch grafów)

# Graf zerowy – bez krawędzi



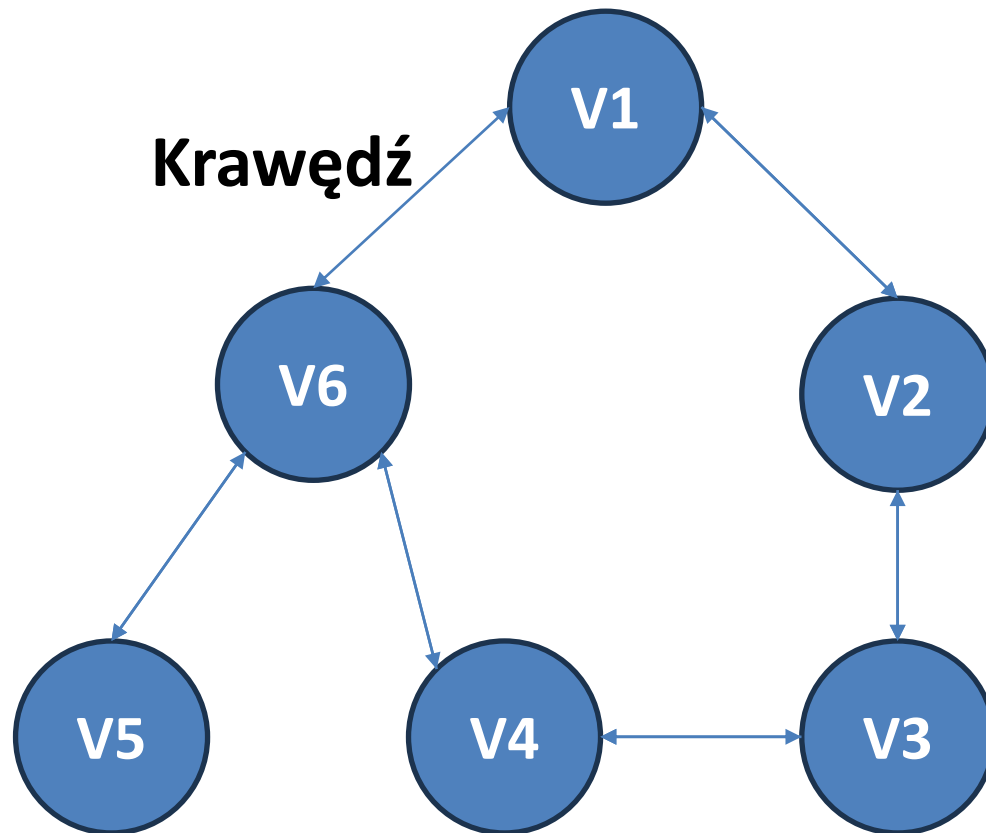
# Graf skierowany

Krawędź skierowana

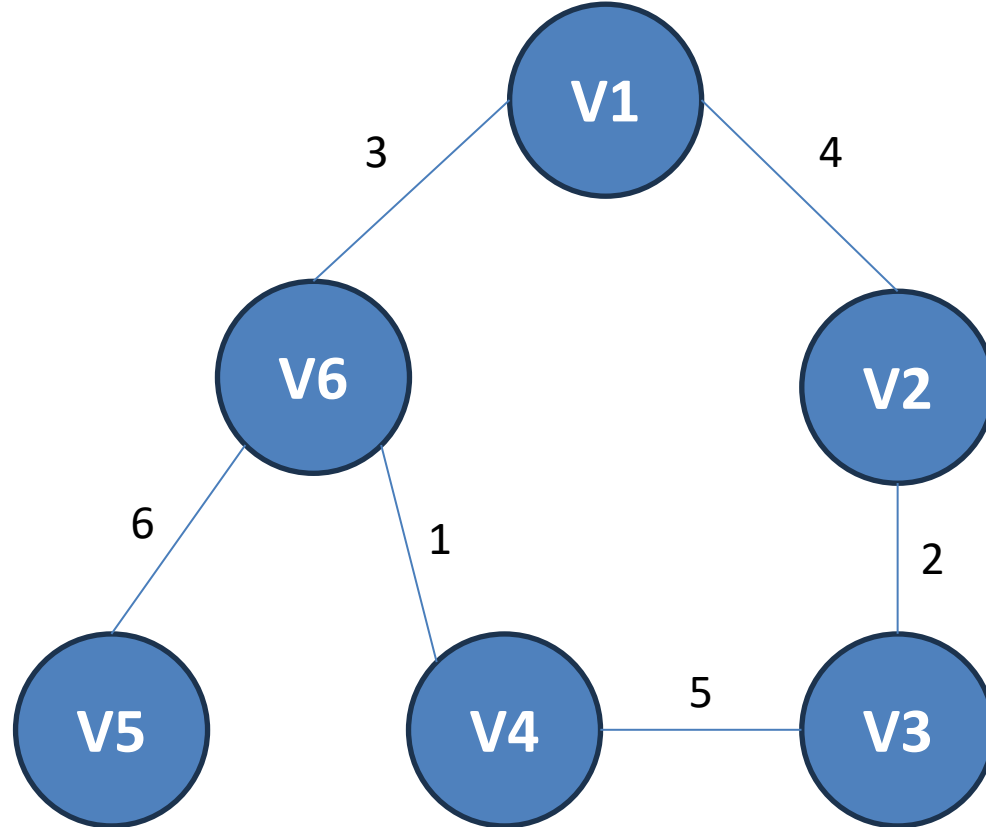




# Graf nieskierowany



# Graf skierowany lub nieskierowany - ważony



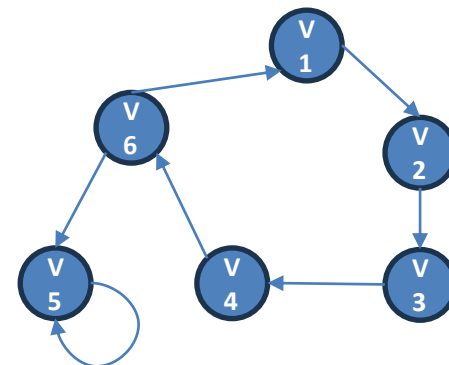
# Reprezentacja grafów

- Macierz sąsiedztwa
- Listy sąsiedztwa



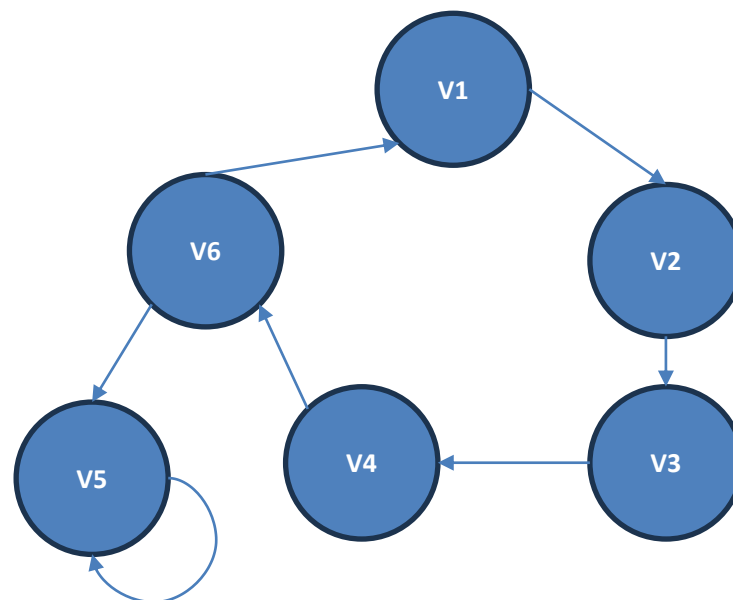
# Macierz sąsiedztwa

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	1	0	0	0	0
V2	0	0	1	0	0	0
V3	0	0	0	1	0	0
V4	0	0	0	0	0	1
V5	0	0	0	0	1	0
V6	1	0	0	0	1	0



# Lista sąsiedztwa

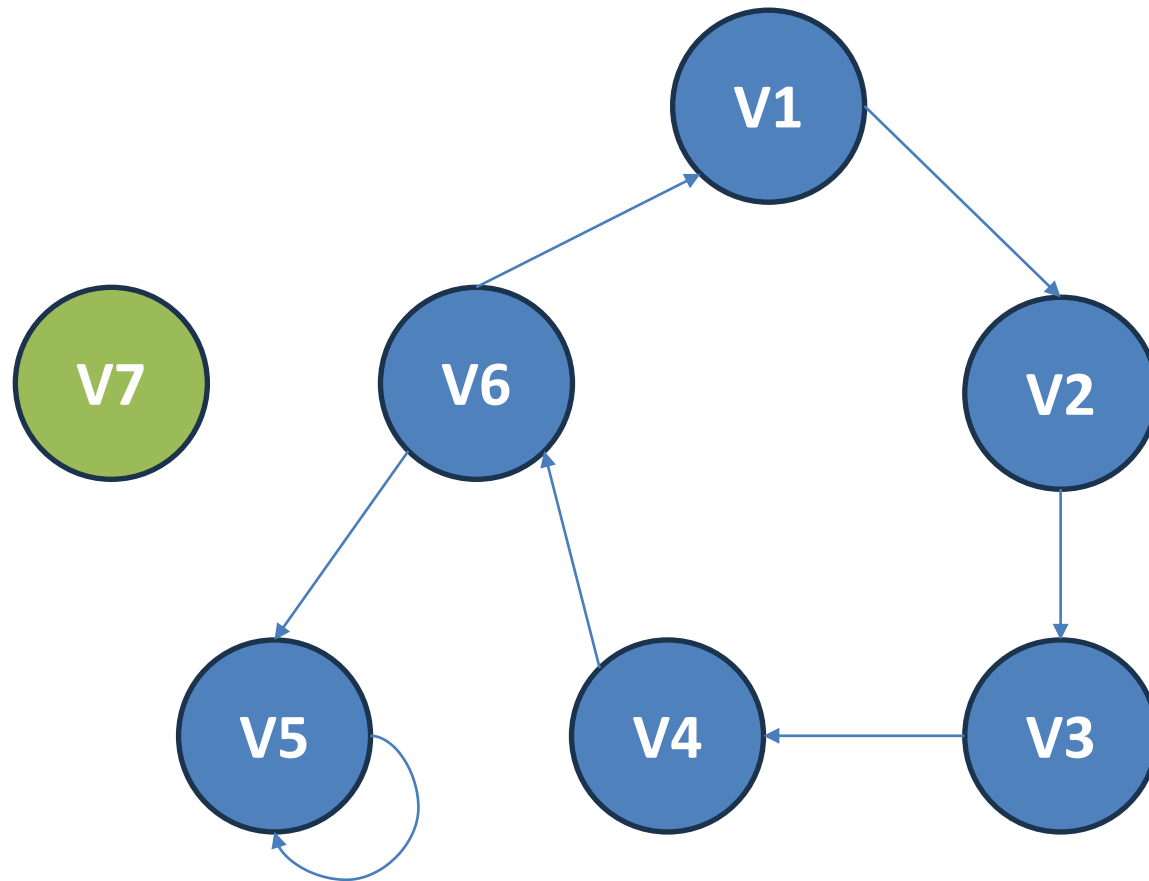
V1	V2:1
V2	V3:1
V3	V4:1
V4	V6:1
V5	V5:1
V6	V5:1, V1:1



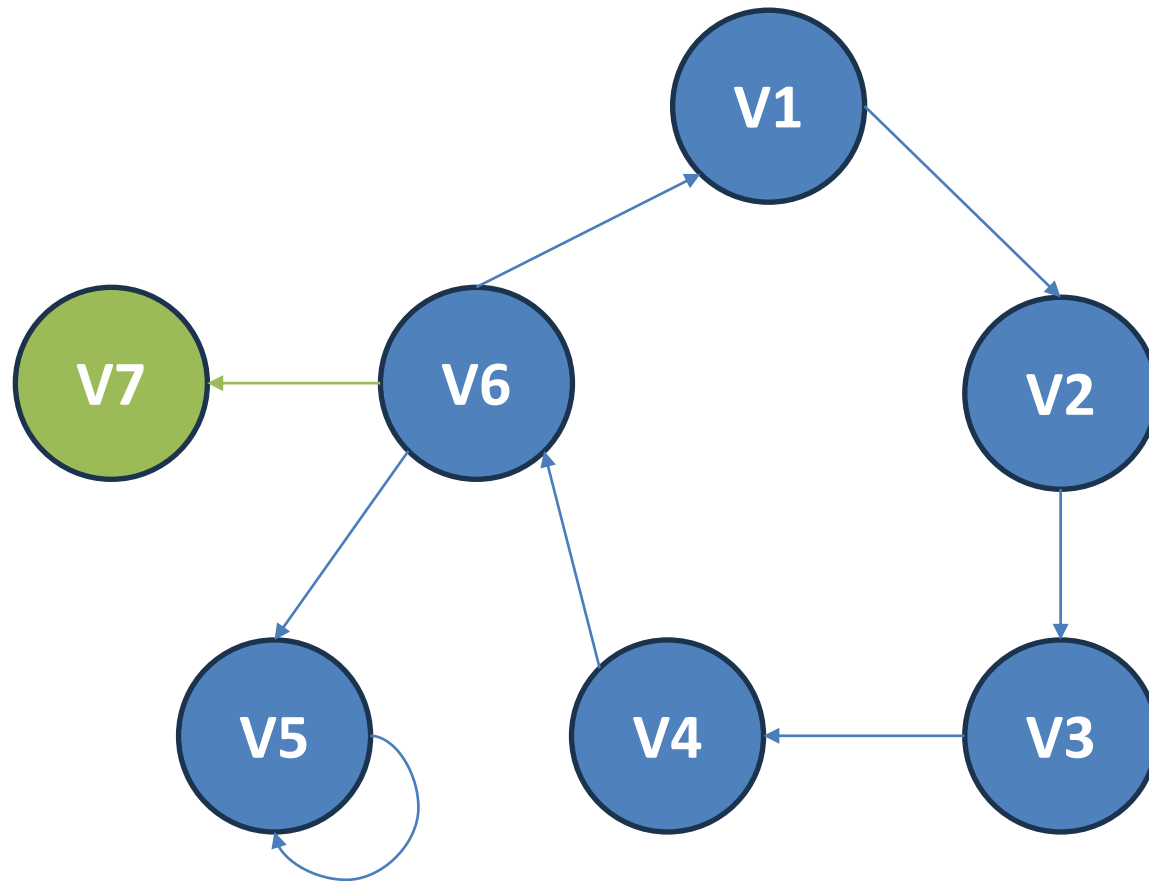
# Podstawowe operacje na grafach

- Dodawanie wierzchołków i krawędzi
- Usuwanie wierzchołków i krawędzi
- Przeszukiwanie grafów

# Dodawanie wierzchołka

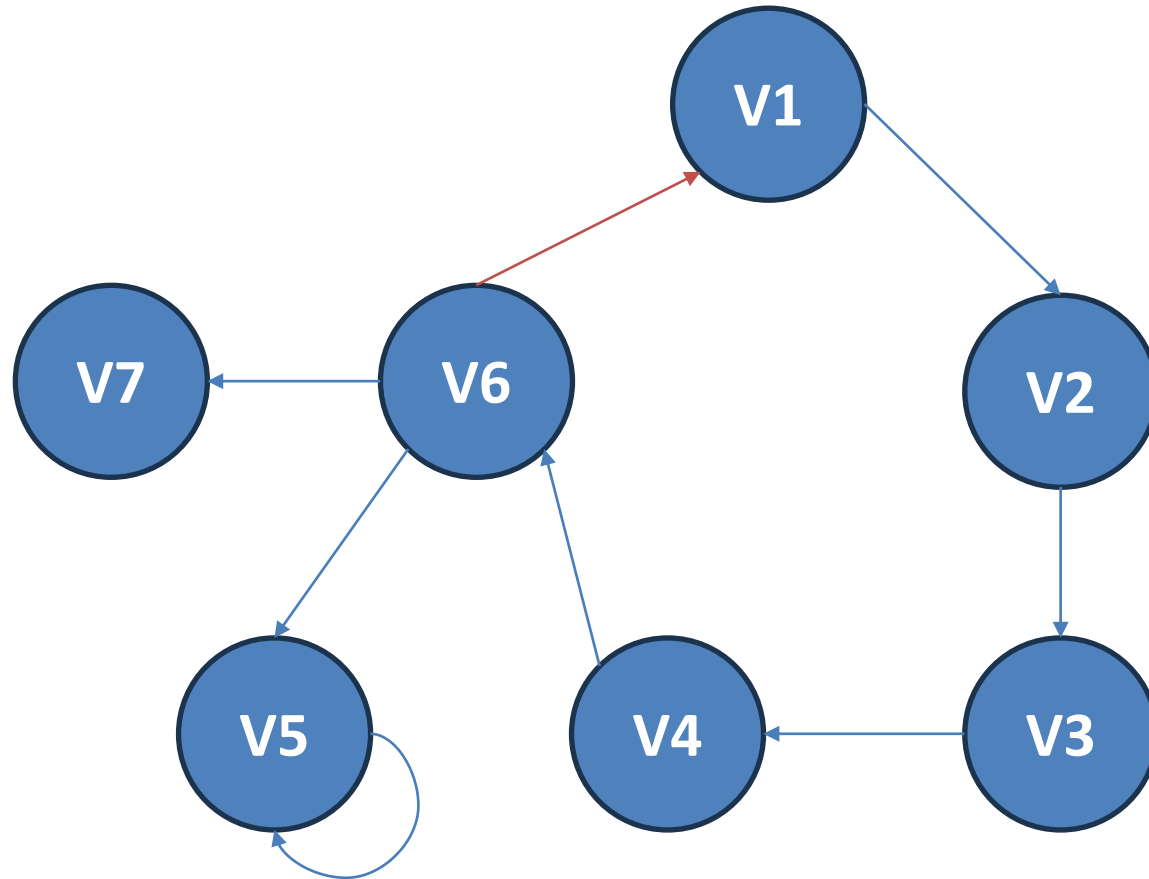


# Dodawanie krawędzi

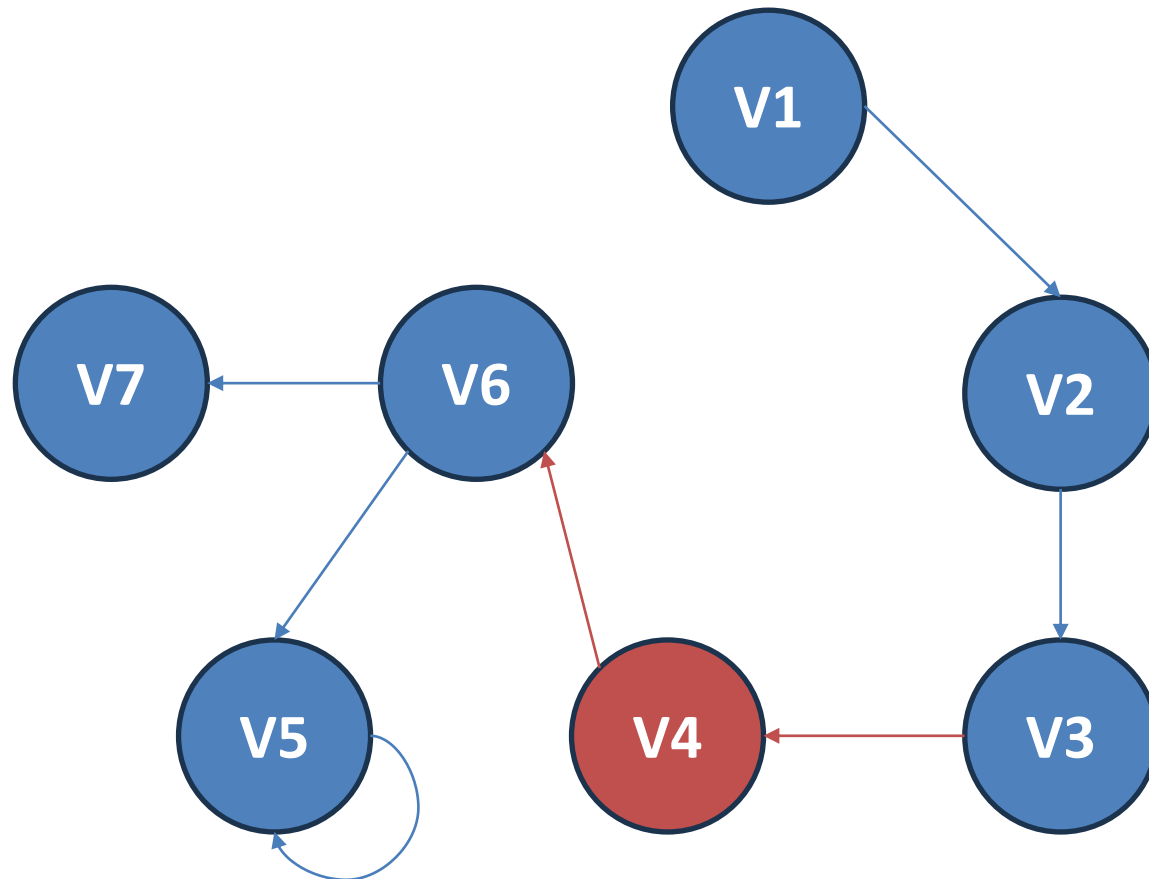




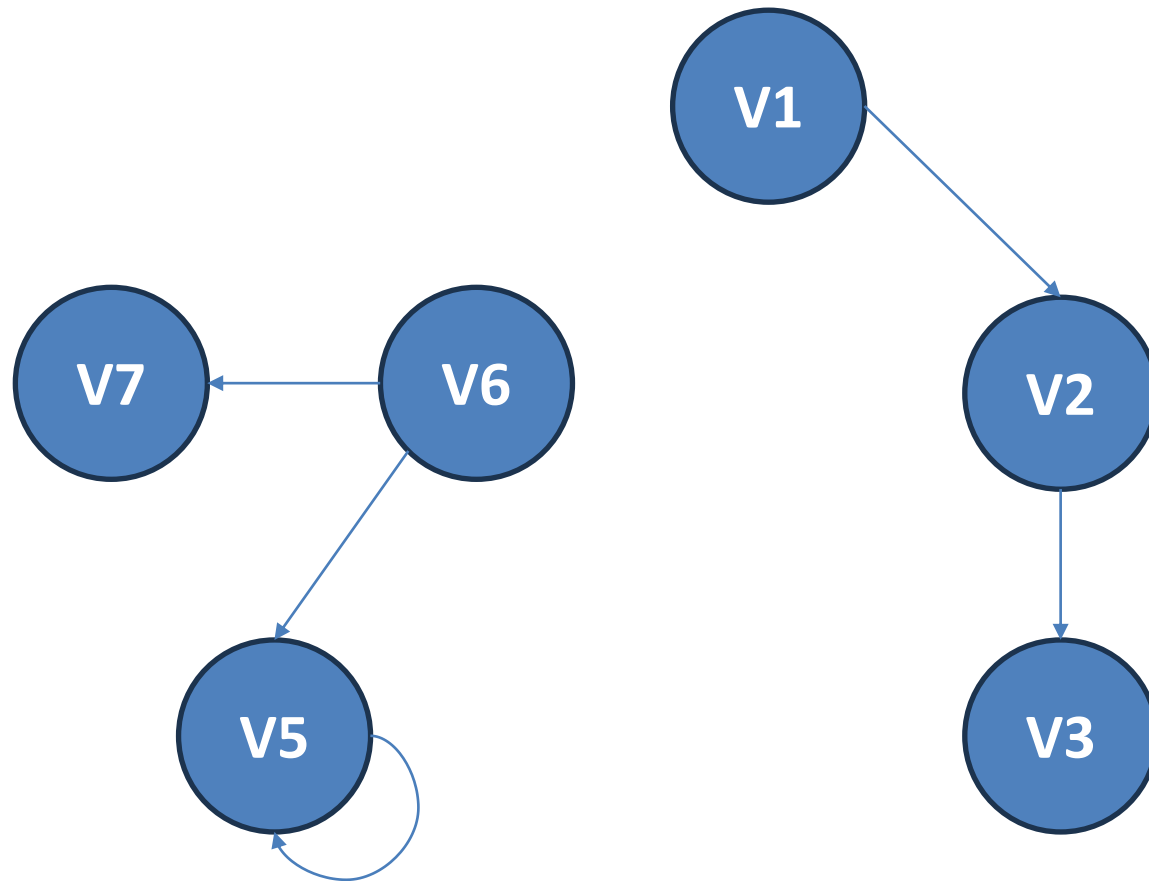
# Usuwanie krawędzi



# Usuwanie wierzchołka



# Usuwanie wierzchołka



# Zadania

- Zadania znajdują się w pliku zadania.py

# Ciąg dalszy

- Praca z biblioteką NetworkX
  - Algorytmy
  - Generatory
  - Przykładowe dane





Uniwersytet  
Ekonomiczny  
w Katowicach

[www.ue.katowice.pl](http://www.ue.katowice.pl)