



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

FACULTAD DE
CIENCIAS E INGENIERÍA

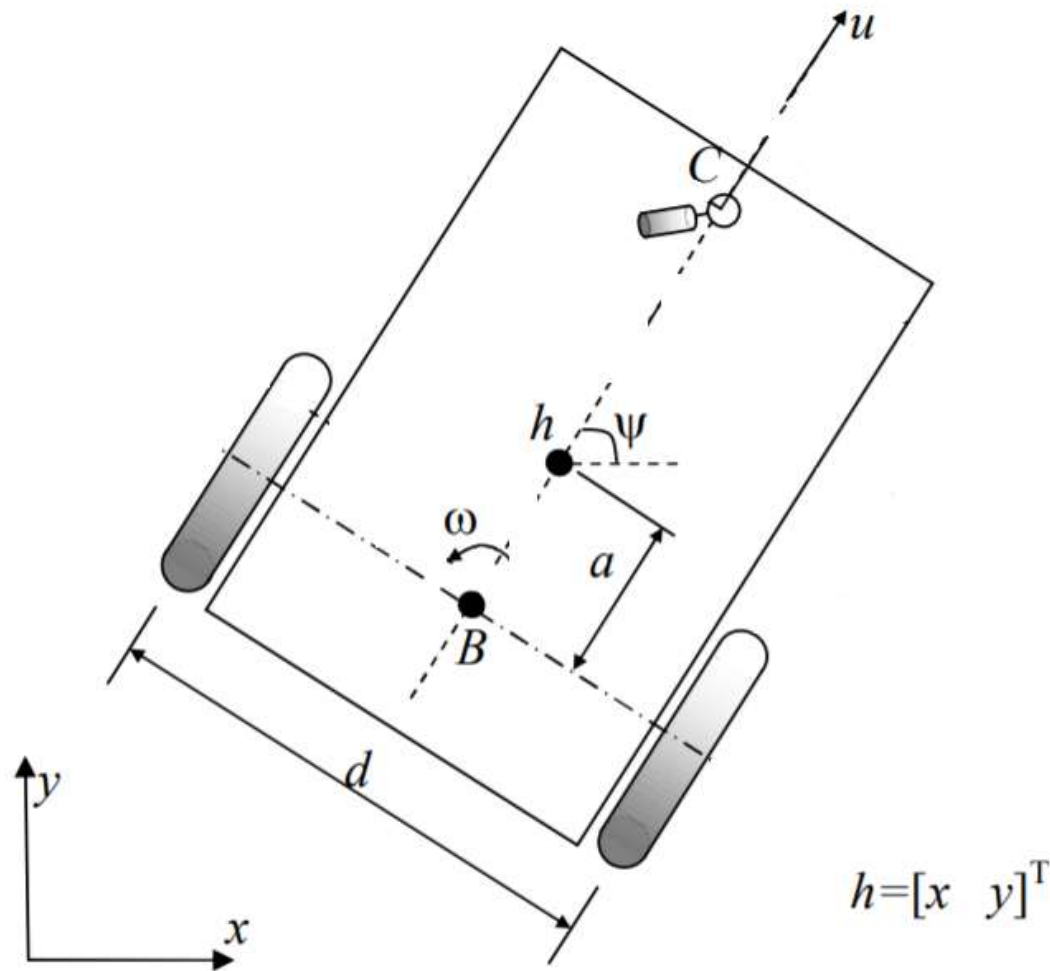


PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

Modelo cinemático de un robot móvil

Dr. Celso De La Cruz Casaño

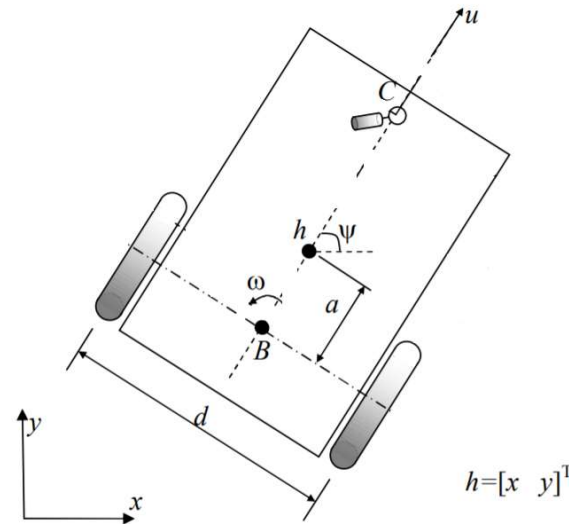
Modelo cinemático



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a\omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a\omega \cos \psi \\ \omega \end{bmatrix}$$

Figura 1. Esquema del robot móvil

Modelo cinemático



$$u = \frac{1}{2} r (\omega_r + \omega_l)$$
$$\omega = \frac{1}{d} r (\omega_r - \omega_l)$$

r es la radio de la rueda derecha e izquierda

ω_r y ω_l son las velocidades angulares de las ruedas derecha e izquierda.

Modelo cinemático

- El modelo cinemático también se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a\omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a\omega \cos \psi \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix}$$

- La tercera fila no se toma en cuenta si no se desea controlar la orientación. En este caso, la orientación será una dinámica interna del sistema el cual no se controla.
- u y ω son las acciones de control (En realidad son las referencias de velocidad).

Control de seguimiento de trayectoria un robot móvil

Dr. Celso De La Cruz Casaño

Ley de control cinemática

- Utilizando la ley de control de linealización por realimentación.

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = M^{-1} a_v$$

$$a_v = \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{y}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 e_x \\ k_2 e_y \end{bmatrix}$$

$$e_x = x_d - x$$

$$e_y = y_d - y$$

- Donde el punto deseado (x_d, y_d) es variante en el tiempo.

Ley de control cinemática

- Reemplazando en el modelo cinemático, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = M M^{-1} a_v$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = a_v$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{y}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 e_x \\ k_2 e_y \end{bmatrix}$$

$$0 = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 e_x \\ k_2 e_y \end{bmatrix}$$

Ley de control cinemática

- Finalmente se utiliza estas dos ecuaciones para calcular las ganancias del controlador.

$$0 = \dot{e}_x + k_1 e_x$$

$$0 = \dot{e}_y + k_2 e_y$$

- Para implementar el controlador, se considera $u_{ref} = u$ y $\omega_{ref} = \omega$. Y a partir de estas referencias se calcula las velocidades de referencia de cada rueda, despejando las velocidades de cada rueda de las siguientes ecuaciones.

$$u_{ref} = \frac{1}{2}r(\omega_r + \omega_l)$$

$$\omega_{ref} = \frac{1}{d}r(\omega_r - \omega_l)$$

Ejemplo

- Hallar los parámetros del controlador de seguimiento de trayectoria, para que el robot siga cualquier trayectoria continua. Tiempo de establecimiento 6 seg.
- Escribir las ecuaciones para calcular las velocidades de referencia ω_r y ω_l (velocidad angular de la rueda derecha e izquierda respectivamente de acuerdo con la figura 1). Parámetros del robot.
 - $r=0.195/2$;
 - $d=0.331$;
 - $a=0.15$;
- Además, escribir las ecuaciones de la trayectoria deseada, si la trayectoria deseada es una línea horizontal con velocidad deseada de 0.3 m/s.

Actividad

- Implementar la ley de control de seguimiento de trayectoria en simulink, para que el robot siga una trayectoria circular de radio 0.6m y velocidad 0.2m/s. Tiempo de establecimiento 3 seg. Considerar.
 - $a=d/2$;