

第 34 届全国信息学奥林匹克竞赛

CCF-NOI-2017

模拟训练

时间：2017 年 6 月 7 日 08:00 ~ 13:00

题目名称	最近点对	木棍切割	子序列
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	nearest	stick	subseq
可执行文件名	nearest	stick	subseq
输入文件名	nearest.in	stick.in	subseq.in
输出文件名	nearest.out	stick.out	subseq.out
每个测试点时限	5 秒	5 秒	2 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	10	10	25
每个测试点分值	10	10	4

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	nearest.cpp	stick.cpp	subseq.cpp
对于 C 语言	nearest.c	stick.c	subseq.c
对于 Pascal 语言	nearest.pas	stick.pas	subseq.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -lm	-O2 -lm	-O2 -lm
对于 C 语言	-O2 -lm	-O2 -lm	-O2 -lm
对于 Pascal 语言	-O2	-O2	-O2

最近点对 (nearest)

【题目描述】

设 $G = (V, E)$ 为 n 阶带权无向连通图, $V = \{1, 2, \dots, n\}$, 边 $e \in E$ 的权值记为 $w(e)$, 其中 $w(e) \in \mathbf{N}$ 。

一条路径的**长度**定义为路径上所有边 e 的权值 $w(e)$ 之和。两点 $u, v \in V$ 之间的**距离** $\text{dist}(u, v)$ 定义为所有从 u 到 v 的路径中, 长度的最小值。

设 $k \in \mathbf{N}^*$ 且 $2 \leq k \leq n$, 记 $S = \{1, 2, \dots, k\}$, 显然 $S \subseteq V$ 。请求出 S 中距离最近的两点之间的距离, 即

$$\min\{\text{dist}(u, v) | u, v \in S, u \neq v\}$$

【输入格式】

从文件 *nearest.in* 中读入数据。

每个输入文件包含多组数据。输入文件的第一行只有一个整数 T , 表示数据的组数。

接下来共有 T 组数据。对于每组数据, 第一行包含三个正整数 n, m, k , 分别表示 $|V|, |E|, |S|$ 。

接下来 m 行, 每行三个整数 u, v, w , 描述 G 中的边 $(u, v) \in E$, 权值为 w 。保证 $1 \leq u, v \in n$ 。

【输出格式】

输出到文件 *nearest.out* 中。

输出 T 行, 每行包含一个整数, 表示 S 中距离最近的两点之间的距离。

【样例 1 输入】

```
2
6 7 3
1 2 5
1 4 3
2 5 1
3 4 4
4 5 0
4 6 5
5 6 2
5 4 4
5 1 12
```

5 2 7
5 3 8
5 4 3

【样例 1 输出】

4
10

【样例 1 解释】

第一组数据中：

顶点 1 和 2 之间的最短路径为 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$, $\text{dist}(1, 2) = 4$ 。

顶点 1 和 3 之间的最短路径为 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$, $\text{dist}(1, 3) = 7$ 。

顶点 2 和 3 之间的最短路径为 $2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3$, $\text{dist}(2, 3) = 5$ 。

因此 S 中最近点对的距离为 4。

第二组数据中，最近的点对为顶点 2 和 4，距离为 $\text{dist}(2, 4) = 10$ 。

【样例 2~3】

见选手目录下的 *nearest/nearest2~3.in* 与 *nearest/nearest2~3.ans*。

【子任务】

对于全部的测试点，保证 $1 \leq T \leq 10$, $2 \leq k \leq n$, 图 G 为连通图, $w \leq 10^4$ 。以下对数据的限制均是对于单组输入数据而言的，也就是说同一个测试点下的 T 组数据均满足限制条件。

每个测试点的详细数据范围见下表：

测试点编号	n	m	k
1	≤ 10	≤ 50	$= 2$
2	≤ 300	$\leq 10^4$	≤ 100
3	$\leq 5 \times 10^3$		
4			
5	$\leq 5 \times 10^4$	$= n - 1$	$\leq 10^3$
6			
7			
8		$\leq 10^5$	
9			
10			

木棍切割 (stick)

【题目描述】

有一根长度为 n 的木棍 (n 为正整数)。你需要将该木棍切成若干段 (段数可以是 1)，要求：

- 每一段长度必须为正整数；
- 每一段长度不能超过 k ；
- 在此基础上，要求切成的段数最少。

请你求出最少需要把木棍切成几段，以及切成这么多段的方案有多少种。两种方案不同，当且仅当存在一个切割点的位置不同。

【输入格式】

从文件 *stick.in* 中读入数据。

输入的第一行包含一个整数 T ，代表测试数据的组数。

接下来 T 行，每行一组数据，包含三个正整数 n, k, m ，其中 n 代表木棍的长度， k 表示每一段的长度限制， m 为模数，其意义将在【输出格式】中提到。

【输出格式】

输出到文件 *stick.out* 中。

对于每组数据输出一行，包含两个空格分隔的整数，分别代表最少的切分段数，以及切分的方案数。由于切分的方案数可能很大，你只需输出方案数对 m 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
2
7 3 500
10 2 1000
```

【样例 1 输出】

```
3 6
5 1
```

【样例 1 解释】

对于第一组数据中，最少需要切成 3 段，共有以下 6 种方案：

1、切割位置：1、4

- 2、切割位置：3、4
- 3、切割位置：3、6
- 4、切割位置：2、4
- 5、切割位置：2、5
- 6、切割位置：3、5

对于第二组数据，最少需要切成 5 段，唯一的方案是把每段都切成长度为 2。

【样例 2~3】

见选手目录下的 *stick/stick2~3.in* 与 *stick/stick2~3.ans*。

【子任务】

对于全部的测试点，保证 $1 \leq T \leq 5$ 。

每个测试点的详细数据范围见下表。表中的 n, k, m 均是对单个输入数据（而非测试点）而言的，也就是说同一个测试点下的 T 组数据均满足限制条件。

测试点编号	n	k	m
1	$1 \leq n \leq 50$	$1 \leq k \leq 50$	$2 \leq m \leq 10^6$
2	$1 \leq n \leq 10^6$	$1 \leq k \leq 10^6$	
3			
4	$1 \leq n \leq 10^{18}$	$1 \leq k \leq 10^{18}$	$2 \leq m \leq 10^6$ 且 m 为质数
5			
6			
7			$2 \leq m \leq 10^6$
8			
9			
10			

子序列 (subseq)

【题目描述】

给定两个长度均为 n 的正整数数列 a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_n 以及正整数 $k \leq n$, 你需要从这两个数列中各取一个长度为 k 的子序列 $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ 和 $b_{j_1}, b_{j_2}, \dots, b_{j_k}$, 满足

$$1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$$

$$1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$$

$$i_1 \leq j_1, i_2 \leq j_2, \dots, i_k \leq j_k$$

在此基础上, 最小化子序列和

$$a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k} + b_{j_1} + b_{j_2} + \dots + b_{j_k}$$

的值。你只需要输出这个最小值即可。

【输入格式】

从文件 *subseq.in* 中读入数据。

输入的第一行包含两个由空格分隔的整数 n, k 。

第二行包含 n 个由空格分隔的整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

第三行包含 n 个由空格分隔的整数 b_1, b_2, \dots, b_n 。

【输出格式】

输出到文件 *subseq.out* 中。

输出一个整数, 表示子序列和的最小值。

【样例 1 输入】

```
8 4
3 8 7 9 9 4 6 8
2 5 9 4 3 8 9 1
```

【样例 1 输出】

```
32
```

【样例 1 解释】

样例中，最优的子序列为

$$i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 3, i_4 = 6$$

$$j_1 = 1, j_2 = 4, j_3 = 5, j_4 = 8$$

子序列和为

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_6 + b_1 + b_4 + b_5 + b_8 = 32$$

【样例 2 输入】

```
10 6
60 8 63 72 1 100 23 59 71 59
81 27 66 53 46 64 86 27 41 82
```

【样例 2 输出】

```
472
```

【样例 3】

见选手目录下的 *subseq/subseq3.in* 与 *subseq/subseq3.ans*。

【子任务】

对于所有的测试点，保证 $1 \leq k \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ ， $1 \leq b_i \leq 10^9$ 。

测试点编号	n	k	a_i, b_i	特殊性质	
1	≤ 5	≤ 5	≤ 100	无	
2	≤ 10				
3	≤ 20	≤ 20	$\leq 10^9$		
4	≤ 50				
5	≤ 100	≤ 100	≤ 100		
6	≤ 300				
7	$\leq 10^3$		$\leq 10^9$		
8					
9	$\leq 10^3$		≤ 100		
10					$\leq 3 \times 10^3$
11			$\leq 5 \times 10^3$		
12					
13	$\leq 10^4$		$\leq 10^9$		
14					
15	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	≤ 100	$b_1 \leq b_2 \leq \cdots \leq b_n$	
16			$\leq 10^9$		
17			≤ 100	存在最优解，使得区间 $[i_1, j_1], [i_2, j_2], \cdots, [i_k, j_k]$ 两两不相交	
18					
19			$\leq 10^9$		
20					
21			≤ 100		
22			$\leq 10^9$		
23					
24					
25					