

3.3.5 – Эффект Холла в металлах.

Цель работы. Измерение подвижности и концентрации носителей зарядов в металлах.

В работе используются: электромагнит с источником питания, источник постоянного тока, микровольтметр, амперметры, милливеберметр, образцы из серебра и цинка.

Теоретическая часть. Ещё по полуклассической теории Бора мы знаем, что энергия электронов в атомах квантуется. Несомненно, твердое тело как макроскопическое объединение отдельных атомов имеет гораздо более сложную структуру, чем отдельный атом; тем не менее, с большой степенью точности поведение электронов в твердом теле можно описать, используя *зонную модель*. В ней мы предполагаем, что каждый электрон суть «общий» для всех атомов данного твердого тела объект, имеющий дискретное распределение энергии (конечно, отличное от такового для отдельного атома). Вместо уровней теперь речь идёт о т. н. зонах. Верхняя из заполненных зон – *валентная зона*; верхняя незаполненная зона – *зона подвижности*. Если все зоны заполнены, твердое тело суть диэлектрик; в противном случае оно проводник или полупроводник, в зависимости от того, как сильно заполнена зона подвижности. Во внешнем электрическом поле электроны в подвижной зоне, как ясно из данного названия, приходят в движение. Для удобства его описания обычно вводят *дырки* – квазичастицы, имеющие смысл отсутствия электрона в кристаллической решетке. Поэтому мы используем далее термин *носитель заряда*, хотя де-факто есть только один вид носителя – электрон.

Как же движутся носители заряда? Во многом похоже на механизм переноса субстанции в явлениях трения, теплопроводности и диффузии. Носитель ускоряется под действием электрического поля, проходит некоторую «длину свободного пробега», врежется в какой-нибудь узел решетки, теряет скорость, и всё по новой. При этом при данных постоянных условиях (однородность вещества, постоянная температура, напряженность поля и т. п.) можно считать, что

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -b\mathbf{E},$$

где b – *подвижность*. Пусть n – средняя концентрация носителей заряда, e – их заряд. Для плотности тока получаем тогда

$$\mathbf{j} = ne \langle \mathbf{v} \rangle = enb\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E},$$

где $\sigma = enb$ – *проводимость*.

Мы видим, что в нашей модели¹ выполняется закон Ома. С этим уже можно работать, ибо измерить проводимость – дело простое. Заряд носителей мы знаем – это заряд электрона, известный нам по опыту Милликена².

Ещё немного информации можно получить, если поместить образец с током в постоянное магнитное поле так, как это показано на рисунке 1. Ведь тогда на носители заряда в металле будет действовать сила Лоренца $F = e|\langle v_x \rangle|B$, смещающая их вдоль оси z . Это приводит к накоплению избыточного заряда одного знака на боковых гранях А и Б пластины. Избыточный заряд, в свою очередь, создает электрическое поле, препятствующее дальнейшему накоплению заряда – и так до тех пор, пока обе силы не уравновесят друг друга. Произойдет это, понятно, когда $E_z = |\langle v_x \rangle|B$; в таком случае между боковыми гранями создаётся некоторое *холловское напряжение* $U = -E_z l$.

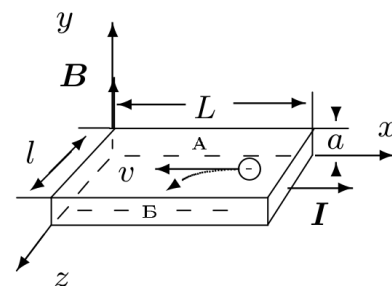


Рис. 1: К рассмотрению эффекта Холла

¹Внимательный читатель может заметить, что при «выводе» закона Ома и эффекта Холла мы никак не пользуемся положениями зонной теории. Бесспорно, эта теория неплохо описывает физику твердого тела качественно, однако мы не в состоянии привести ни одного количественного закона. Фактически, мы пользуемся здесь классической теорией Друде, созданной по образу и подобию кинетической теории газов (электронный газ и т. п.).

²Хотя я его не воспроизводил.

Замечая, что сила тока есть

$$I = ne|\langle v_x \rangle|la,$$

получаем выражение для ЭДС Холла в виде

$$U = -\frac{IB}{nea} = -R_H \frac{IB}{a}, \quad (1)$$

где $R_H = 1/ne$ – *постоянная Холла*. Что же мы видим? Измерение проводимости среды позволяет определить произведение enb , а исследование эффекта Холла – en . Раз мы знаем заряд электрона, то, следовательно, можем получить из данных опытов информацию о концентрации носителей (электронов или дырок) и их подвижности, следовательно, косвенно о структуре твердого тела. Этим и займемся.

Экспериментальная установка. Суть проста – вносим металлическую пластину в зазор электромагнита и измеряем микровольтметром ЭДС Холла. Сила тока через пластину регулируется реостатом.

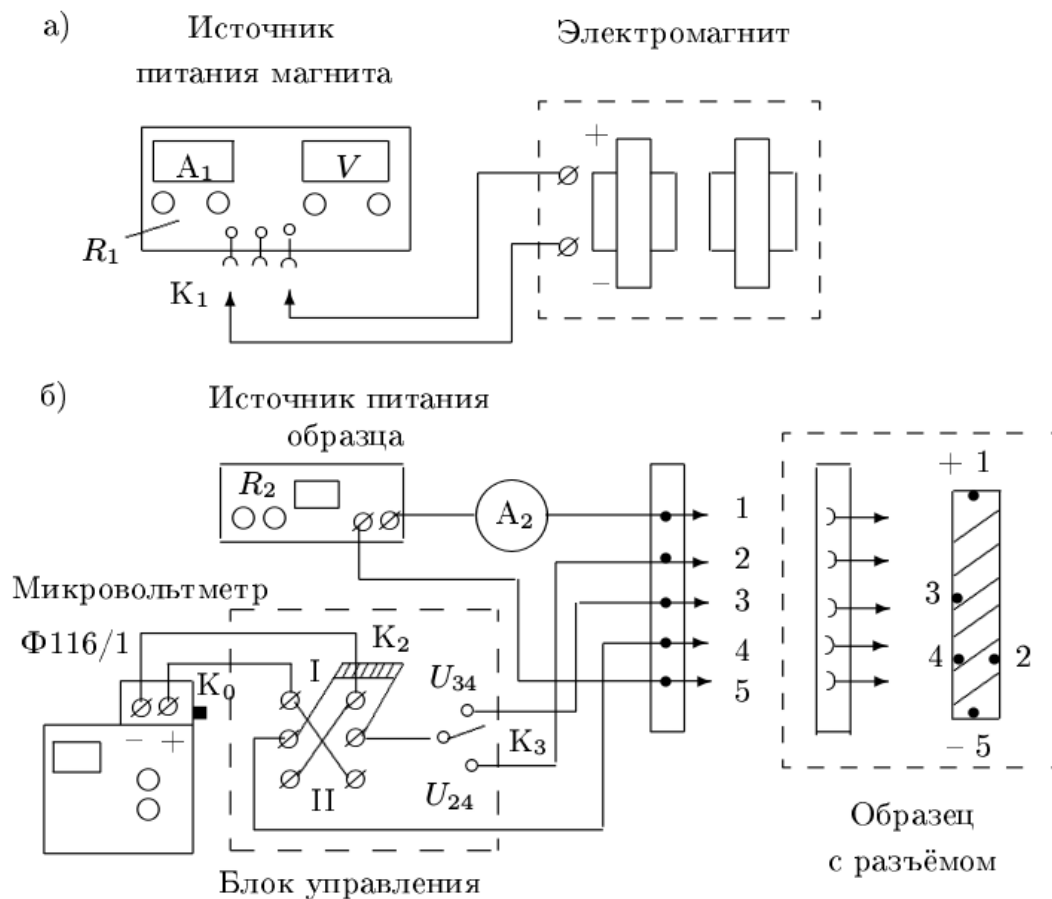


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Измерение постоянной Холла. Согласно (1), постоянная Холла суть функция двух параметров – силы тока и магнитного поля. Поэтому для её нахождения мы сначала проведём несколько серий измерений для построения графика функции $U_H = f(B)$ при разных значениях силы тока I через образец, а затем по полученным угловым коэффициентам k построим искомый график $k = f(I)$, из которого и определяется постоянная Холла.

Прежде, однако, выполним калибровку электромагнита ради известной зависимости $B = f(I_m)$ (где I_m – ток через электромагнит):

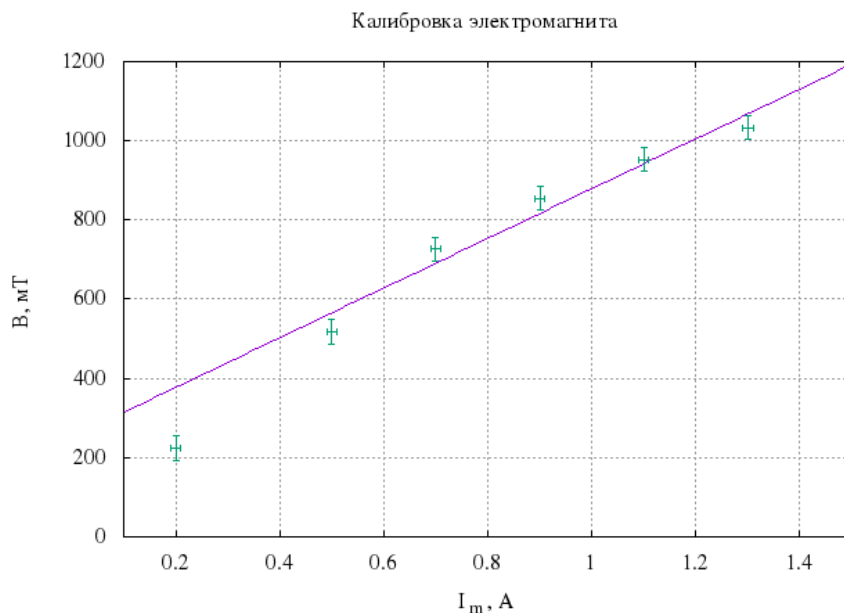


Рис. 3: Калибровка электромагнита

Будем использовать пластину серебра. Для токов $I = 0.2 - 1.3$ А имеем следующие линейные зависимости:

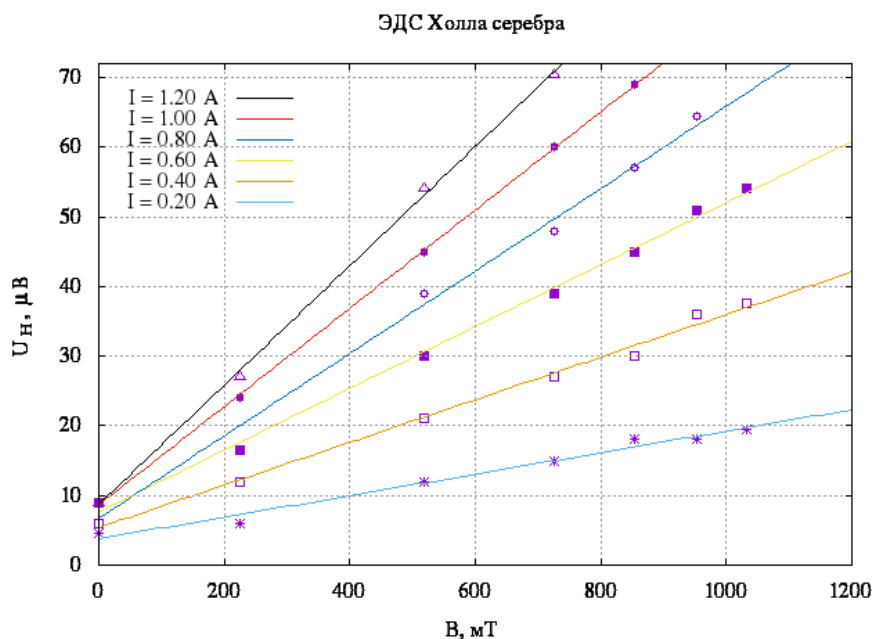


Рис. 4: Зависимость ЭДС Холла пластины из серебра от напряженности магнитного поля при разных значениях силы тока через пластину

Отсюда получаем зависимость углового коэффициента $k = f(I)$:

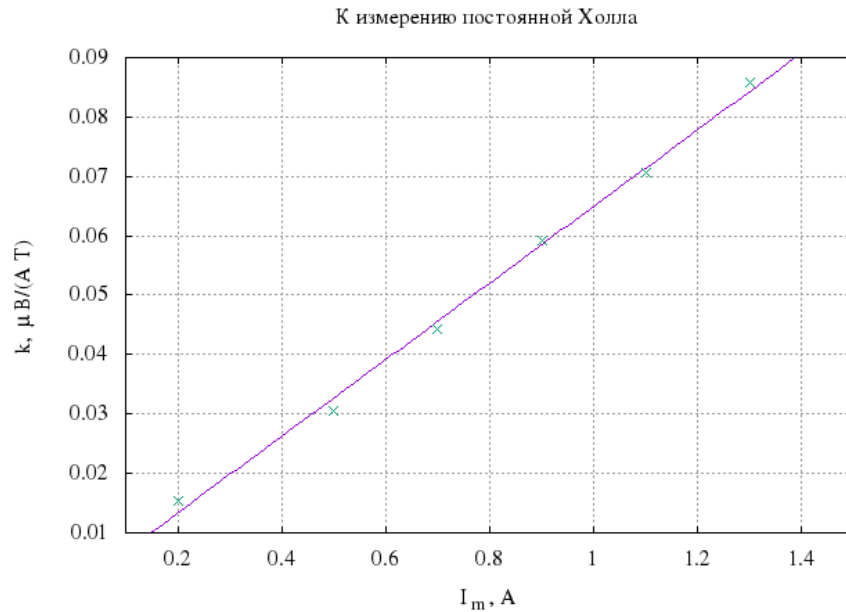


Рис. 5: К определению постоянной Холла серебра

Получаем коэффициент $k \simeq (6.4 \pm 0.2) \times 10^{-7} \text{ В}/\text{А} \cdot \text{Тл}$. Толщина серебряной пластины $a = 0.09 \text{ мм}$; отсюда по формуле (1) имеем

$$R_H^{\text{Ag}} \simeq (-5.7 \pm 0.2) \times 10^{-11} \text{ В} \cdot \text{м}/\text{А} \cdot \text{Тл}.$$

Заметим здесь сразу, что нужно быть осторожным при попытке сравнения с табличными значениями, т. к. реальное значение постоянной Холла зависит от температуры пластины, её геометрии и даже магнитного поля. Например, в учебном методическом пособии университета Теннесси (США) приводится значение ≈ 8 , совпадающее по порядку с нашим. Думаю, это успех.

Всего одна серия аналогичных измерений была проведена также для пластины цинка при токе $I = 1.2 \text{ А}$:

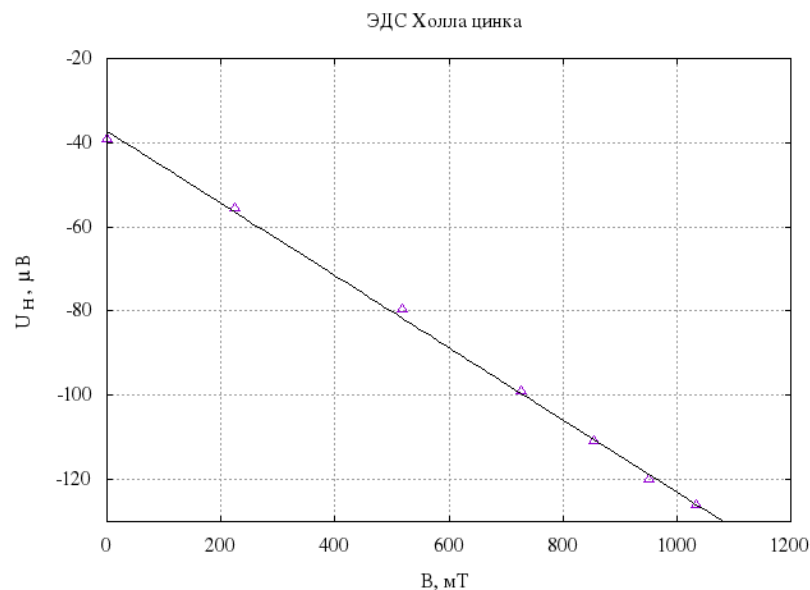


Рис. 6: К определению постоянной Холла цинка

Толщина пластины цинка $a = 0.12$ мм; отсюда имеем $k \simeq (-8.5 \pm 0.1) \times 10^{-7}$ В/А · Тл и постоянную Холла

$$R_H^{\text{Zn}} \simeq (1.02 \pm 0.15) \times 10^{-10} \text{ В} \cdot \text{м/А} \cdot \text{Тл}.$$

Удивительно, тоже весьма похоже на табличное значение 1.04! Важный момент, требующий внимания – знак постоянной Холла серебра и цинка отличается. Это говорит о том, что в первом случае носители заряда суть электроны, во втором – дырки.

Носители заряда и их подвижность. Теперь мы можем непосредственно легко найти важные параметры металла – концентрацию носителей заряда и их подвижность. Выше мы уже определили постоянную Холла и даже сразу смогли указать тип носителей. Теперь элементарно вычислим проводимость материала образца:

$$\sigma = \frac{IL}{Ual}.$$

Для пластины серебра $L = 15$ мм, $l = 11$ мм; для цинка – $L = 3.5$ мм, $l = 10.5$ мм. Толщина пластины указана ранее. Измерим падение напряжения на пластине при пропускании через неё тока $I = 1$ А: $U_{\text{Ag}} = 28.05$ мВ, $U_{\text{Zn}} = 26.17$ мВ. Отсюда имеем

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Zn}} &= 1.06 \times 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}, \\ \sigma_{\text{Ag}} &= 5 \times 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}.\end{aligned}$$

Концентрация носителей заряда есть $n = 1/R_H e$:

$$\begin{aligned}n_{\text{Ag}} &= 1.1 \times 10^{29}, \\ n_{\text{Zn}} &= 6.1 \times 10^{28}.\end{aligned}$$

Тогда легко получаем подвижность $b = \sigma R_H$:

$$\begin{aligned}b_{\text{Ag}} &= 2.8 \times 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}), \\ b_{\text{Zn}} &= 5.1 \times 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}).\end{aligned}$$

Табличные данные есть 5.6 и 1.75 соответственно.

Выводы. Предложенная схема эксперимента при всей своей простоте дает результат точности достаточной, чтобы оценить порядок величин, характеризующих природу материала – концентрацию носителей заряда и их подвижность в кристаллической решетке. Заметим также, что мы попутно сразу определяем тип носителей заряда и можем легко (в рамках модели Друде) оценить даже длину свободного пробега и среднее время между столкновениями носителей³.

³В подробности, однако, не будем пока углубляться.