

3.2.5 – Вынужденные колебания в электрическом контуре.

Цель работы. Исследование вынужденных колебаний и процессов их установления. В работе используются: генератор звуковой частоты, осциллограф, вольтметр, частотометр, ёмкость, индуктивность, магазин сопротивлений, универсальный мост.

Теоретическая часть. В данной работе будем рассматривать колебания в электрическом колебательном контуре под воздействием внешней ЭДС, гармонически изменяющейся во времени.

Получаем, что при подключении внешнего источника возникнут колебания, которые будем рассматривать как решение дифференциального уравнения:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = -\mathcal{E}\Omega \sin \Omega t, \quad (1)$$

в качестве суперпозиции двух синусоид:

$$I = Be^{-\gamma t} \sin(\omega t - \theta) + \frac{\mathcal{E}\Omega}{L\rho_0} \sin(\Omega t - \psi), \quad (2)$$

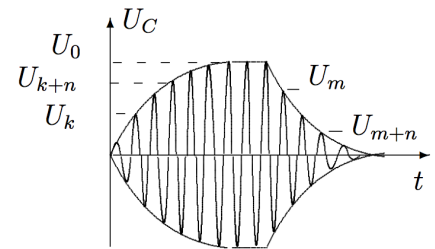


Рис. 1: Нарастание и затухание вынужденных колебаний

одна из которых с частотой собственных колебаний контура ω и амплитудой, экспоненциально убывающей со временем; вторая - с частотой внешнего источника и постоянной амплитудой. Однако со временем собственные колебания затухают, и в контуре устанавливаются вынужденные колебания. А их амплитуда максимальна, когда знаменатель второй синусоиды $\rho_0 = \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega_0^2)^2 + (2\gamma\Omega)^2}$ минимален, то есть $\omega_0 = \Omega$ (частота внешнего сигнала совпадает с собственной частотой контура). Это явление и называется *резонансом*. Зависимость амплитуды колебаний от частоты внешнего напряжения называется *резонансной кривой*.

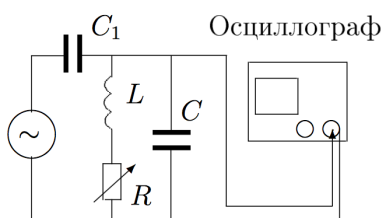


Рис. 2: Схема установки

Резонансная кривая колебательного контура. Мы можем снять зависимость амплитуды напряжения на резисторе R от частоты на генераторе (при постоянной амплитуде выходного напряжения), однако для этого выходное сопротивление генератора должно быть много меньше импеданса контура. Для этого в цепи используется конденсатор C_1 . И в таком случае импеданс внешней по отношению к контуру цепи был гораздо больше импеданса самого контура вблизи резонанса:

$$\frac{1}{\omega C_1} \gg |Z_{\text{рез}}| = \frac{L}{RC}$$

Процессы установления и затухания колебаний. Добротность контура можно определить и другими способами, например, по скорости затухания свободных колебаний. Подавая на контур цуги синусоид конечной длины, можно наблюдать процессы установления и затухания колебаний в контуре. И те, и другие могут быть использованы для определения добротности контура по скорости нарастания/затухания напряжения:

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}$$

Измеряя амплитуды напряжения в какой-нибудь момент времени и через n периодов, можем посчитать добротность по формуле:

$$Q = \frac{\pi}{\gamma T_1} = \frac{\pi}{\Theta}$$

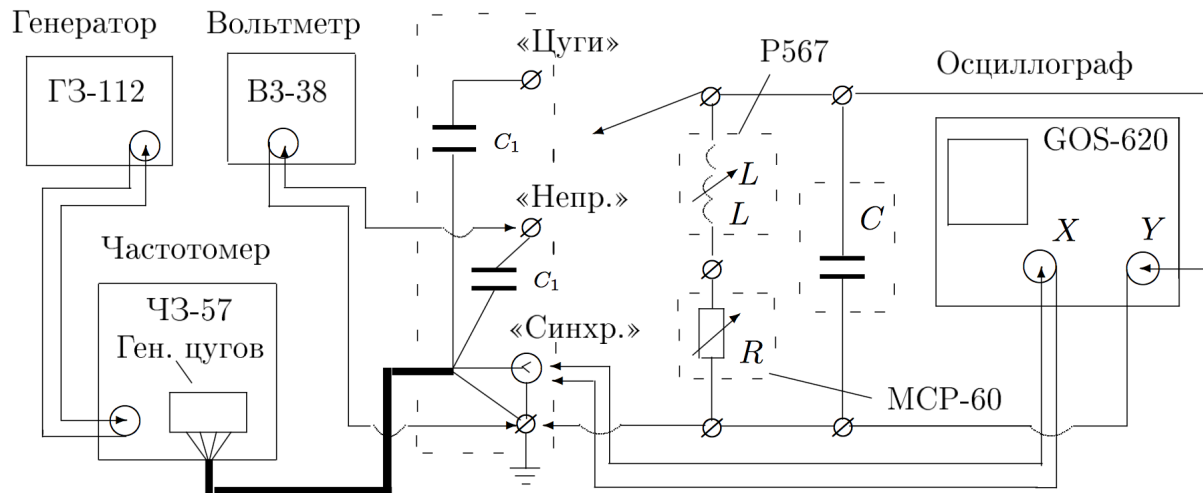


Рис. 3: Схема экспериментальной установки для исследования вынужденных колебаний

Установка и параметры измерения. Идеальная схема, изображённая на рисунке 2, не соответствует действительности. Элементы цепи не идеальны и имеют паразитные сопротивления. Измерим все величины с помощью RLC – моста:

$$R_L = 29.3 \text{ Ом}^1, L = 99.9 \text{ мГн}, C = 100.0 \text{ нФ}, R = 100.0 \text{ Ом}$$

Снимем зависимость напряжения на конденсаторе от входной частоты, и получим таким образом резонансную кривую. Рассчитаем добротность контура при разных значениях резистора по известной формуле:

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$$

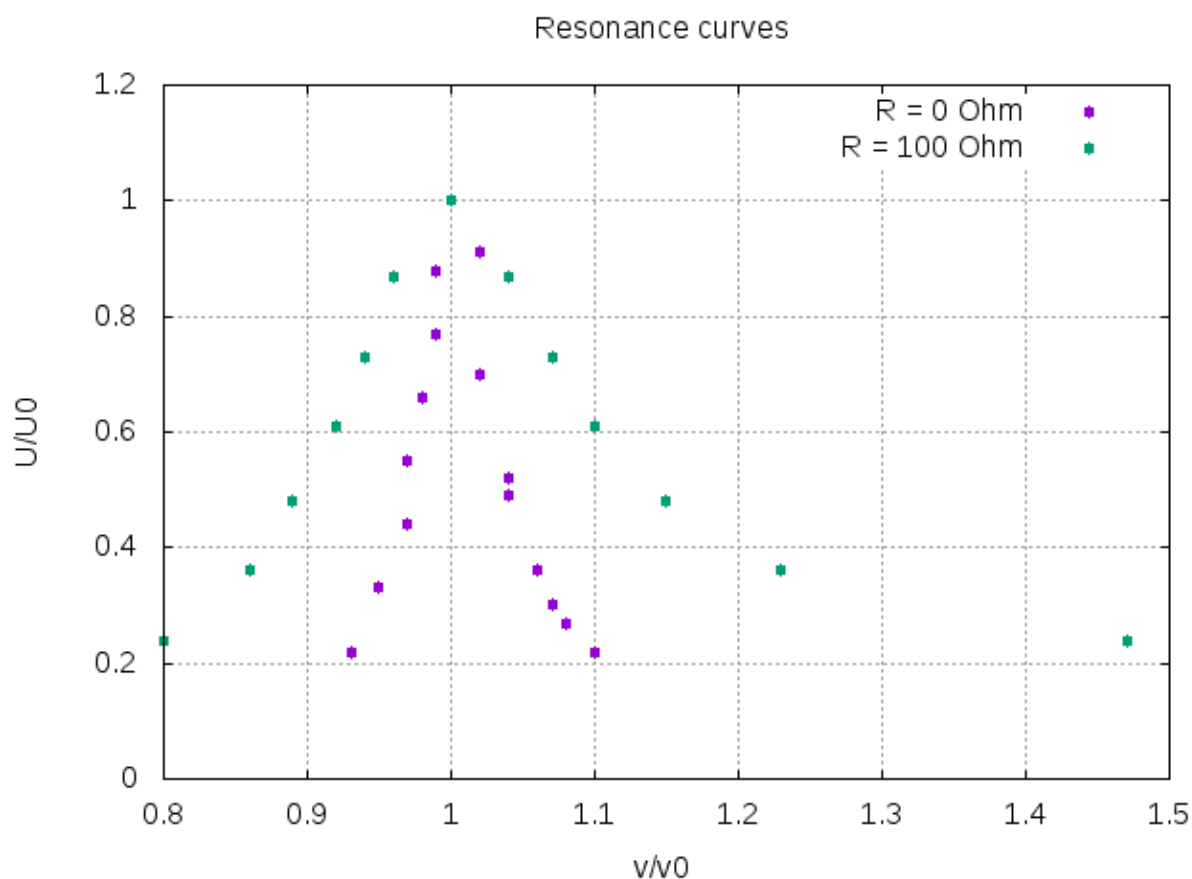
U, В	0.83	0.64	0.45	0.33	0.25	0.20	0.28	0.48	0.91	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20
ν , Гц	1594	1600	1631	1657	1692	1727	1673	1626	1561	1553	1546	1538	1528	1515	1493	1455
ν/ν_0	1.02	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	1.07	1.04	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.97	0.95	0.93
U/U_0	0.91	0.70	0.49	0.36	0.27	0.22	0.30	0.52	1.0	0.88	0.77	0.66	0.55	0.44	0.33	0.22

Таблица 1: Полученные значения при $R = 0 \text{ Ом}$

U, В	0.82	0.72	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.72	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20
ν , Гц	1578	1523	1490	1456	1418	1365	1272	1644	1692	1744	1817	1940	2330
ν/ν_0	1.00	0.96	0.94	0.92	0.89	0.86	0.80	1.04	1.07	1.10	1.15	1.23	1.47
U/U_0	1.0	0.87	0.73	0.61	0.48	0.36	0.24	0.87	0.73	0.61	0.48	0.36	0.24

Таблица 2: Полученные значения при $R = 100 \text{ Ом}$

¹Заметим, что R_L зависит от частоты. В диапазоне 50 – 1500 Гц абсолютное изменение порядка ома.

Рис. 4: Резонансные кривые для $R = 100$ Ом и $R = 0$ Ом

Экспериментальные значения добротностей:

$$Q_{R=0} = 25.1 \pm 1.2$$

$$Q_{R=100} = 7.3 \pm 0.4$$

	Возрастание			Затухание		
R , Ом	0					
U_n , мВ	200	400	400	200	640	640
U_{k+n} , мВ	440	640	680	160	440	120
U_0 , мВ	740			-		
k	5	10	15	5	10	15
Q	26.7	25.6	27.1	24.2	26.7	28.1

Таблица 3: Измерение добротности по нарастанию и затуханию при $R = 0$ Ом

	Возрастание			Затухание		
R , Ом	100					
U_n , мВ	40	100	100	200	200	110
U_{k+n} , мВ	180	190	170	80	20	30
U_0 , мВ	200			-		
k	5	10	3	3	6	3
Q	7.5	8.6	7.8	10.3	8.2	7.2

Таблица 4: Измерение добротности по нарастанию и затуханию при $R = 100$ Ом

Экспериментальные значения добротности (нарастание напряжения):

$$Q_{R=0} = 26.4 \pm 0.7$$

$$Q_{R=100} = 7.9 \pm 0.5$$

Экспериментальные значения добротности (убывание напряжения):

$$Q_{R=0} = 26.3 \pm 1.1$$

$$Q_{R=100} = 8.5 \pm 1.8$$

	Резонансная кривая	Нарастание	Убывание
$Q_{R=0}$	25.1 ± 1.2	26.4 ± 0.7	26.3 ± 1.1
$Q_{R=100}$	7.3 ± 0.4	7.9 ± 0.5	8.5 ± 1.8

Таблица 5: Сравнение экспериментальных значений добротности, полученных разными методами

Вывод. Были изучены законы, описывающие переходные процессы в резонансном контуре, изучена резонансная кривая и определение добротности из разных физических соображений.