

## 色彩科學導論與應用

### Encryption Metrics-3 Correlation of Two Adjacent Pixels

授課教師：王宗銘

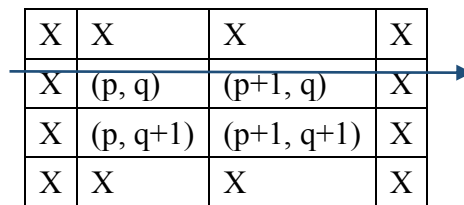
2021/06/01

#### Assignment 13

量測原始影像或加密影像兩相鄰像素間之相關性(Correlation of Two Adjacent Pixels, CTAP)，可以得知加密演算法之成效。考慮某一色彩頻道，兩相鄰像素有三種模式，分別為 Horizontal Direction (HD), Vertical Direction (VD), and Diagonal Direction (DD)。假設一張  $M \times N$  影像， $M$  代表水平像素量(Width)， $N$  代表垂直像素量(Height)， $V(p, q)$  代表位置  $(p, q)$  之像素值。三種模式分別敘述如下：

##### 1. 水平模式，Horizontal Direction (HD):

$V(p, q)$  之相鄰像素為  $V(p+1, q)$ ，如圖 1 所示，where  $0 \leq p \leq (M-2), 0 \leq q \leq (N-1)$ 。令  $X$  代表  $V(p, q)$  在 HD 之所有像素， $Y$  代表對應  $V(p, q)$  在 HD 之相鄰像素，則集合  $X$ 、 $Y$  都內含  $(M-1) \times N$  個像素。

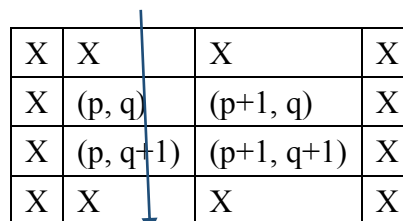


X	X	X	X
X	(p, q)	(p+1, q)	X
X	(p, q+1)	(p+1, q+1)	X
X	X	X	X

圖 1. 水平模式

##### 2. 垂直模式，Vertical Direction (VD):

$V(p, q)$  之相鄰像素為  $V(p, q+1)$ ，如圖 2 所示，where  $0 \leq p \leq (M-1), 0 \leq q \leq (N-2)$ 。令  $X$  代表  $V(p, q)$  在 VD 之所有像素， $Y$  代表對應  $V(p, q)$  在 VD 之相鄰像素，則集合  $X$ 、 $Y$  都內含  $M \times (N-1)$  個像素。



X	X	X	X
X	(p, q)	(p+1, q)	X
X	(p, q+1)	(p+1, q+1)	X
X	X	X	X

圖 2. 垂直模式

##### 3. 對角模式，Diagonal Direction (DD):

$V(p, q)$  之相鄰像素為  $V(p+1, q+1)$ ，如圖 3 所示，where  $0 \leq p \leq (M-2), 0 \leq q \leq (N-2)$ 。令  $X$  代表  $V(p, q)$  在 DD 之所有像素， $Y$  代表對應  $V(p, q)$  在 DD 之相鄰像素，則集合  $X$ 、 $Y$  都內含  $(M-1) \times (N-1)$  個像素。

X	X	X	X
X	(p, q)	(p+1, q)	X
X	(p, q+1)	(p+1, q+1)	X
X	X	X	X

圖 3. 對角模式

我們可以根據算式 1-6，計算得出 HD, VD, DD 之 X 與 Y 之相關係數

$\bar{x} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x_i,$	(1)
$\bar{y} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L y_i,$	(2)
$VAR(X) = \frac{\sum_{i=1}^L x_i^2}{L} - \bar{x}^2$	(3)
$VAR(Y) = \frac{\sum_{i=1}^L y_i^2}{L} - \bar{y}^2.$	(4)
$COV(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^L (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(L-1)} = \frac{\sum_{i=1}^L x_i y_i - L \bar{x} \bar{y}}{(L-1)}$	(5)
$Correlation(X, Y) = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{VAR(X)VAR(Y)}}$	(6)

範例：

表 1 顯示一張 MxN=3x3 影像之綠色通道像素值。V(0, 0)=88, V(0,1)=27, ... V(2,1)=113, and V(2,2)=125。

表 1. HxV=3x3 影像

	0	1	2
0	88	27	196
1	21	61	12
2	183	113	125

#### 1. Horizontal Direction (HD)

令 X 代表 V(p, q) 在 HD 之像素，則

X={V(0,0), V(0,1), V(1, 0), V(1, 1), V(2, 0), V(2, 1)}, X 共有 L=(M-1)\*N=2\*3=6 pixels

根據表 1，X={88, 27, 21, 61, 183, 113}

令 Y 代表對應 V(p, q) 在 HD 之像素，則

Y={V(0,1), V(0,2), V(1, 1), V(1, 2), V(2, 1), V(2, 2)}, Y 共有 L=(M-1)\*N=2\*3=6 pixels

根據表 1，Y={27, 196, 61, 12, 113, 125}

根據式 1-5，我們可以得出對應之數值，進而利用式 6 求出 HD 方向之相關係數

$\bar{x} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i = 82.17$	(1)
$\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 89.00$	(2)

$VAR(X) = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i^2}{6} - \bar{x}^2 = 3064.14$	(3)
$VAR(Y) = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i^2}{6} - \bar{y}^2 = 3979.67$	(4)
$COV(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(6-1)} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i y_i - 6\bar{x}\bar{y}}{(6-1)} = 101.33$	(5)
$Correlation(X, Y) = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{VAR(X)VAR(Y)}} = 0.029018$	(6)

## 2. Vertical Direction (VD)

令 X 代表 V(p, q) 在 VD 之像素，則

$X = \{V(0,0), V(0,1), V(0,2), V(1,0), V(1,1), V(1,2)\}$ , X 共有  $L=M*(N-1)=3*2=6$  pixels

根據表 1， $X = \{88, 27, 196, 21, 61, 12\}$

令 Y 代表對應 V(p, q) 在 VD 之像素，則

$Y = \{V(1,0), V(1,1), V(1,2), V(2,0), V(2,1), V(2,2)\}$ , Y 共有  $L=M*(N-1)=3*2=6$  pixels

根據表 1， $Y = \{21, 61, 12, 183, 113, 125\}$

根據式 1-5，我們可以得出對應之數值，進而利用式 6 求出 VD 方向之相關係數

$\bar{x} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i = 67.50$	(1)
$\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 85.83$	(2)
$VAR(X) = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i^2}{6} - \bar{x}^2 = 3976.25$	(3)
$VAR(Y) = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i^2}{6} - \bar{y}^2 = 3664.14$	(4)
$COV(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(6-1)} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i y_i - 6\bar{x}\bar{y}}{(6-1)} = -2779.92$	(5)
$Correlation(X, Y) = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{VAR(X)VAR(Y)}} = -0.728298$	(6)

## 3. Diagonal Direction (DD)

令 X 代表 V(p, q) 在 DD 之像素，則

$X = \{V(0,0), V(0,1), V(0,2), V(1,0), V(1,1), V(1,2)\}$ , X 共有  $L=(M-1)*(N-1)=2*2=4$  pixels

根據表 1， $X = \{88, 27, 21, 61\}$

令 Y 代表對應 V(p, q) 在 D 之像素，則

$Y = \{V(1,0), V(1,1), V(1,2), V(2,0), V(2,1), V(2,2)\}$ , Y 共有  $L=(M-1)*(N-1)=2*2=4$  pixels

根據表 1， $Y = \{61, 12, 113, 125\}$

根據式 1-5，我們可以得出對應之數值，進而利用式 6 求出 DD 方向之相關係數

$\bar{x} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i = 49.25$	(1)
$\bar{y} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_i = 77.75$	(2)
$VAR(X) = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i^2}{4} - \bar{x}^2 = 733.19$	(3)
$VAR(Y) = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i^2}{4} - \bar{y}^2 = 2019.69$	(4)

$$\text{COV}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(4-1)} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i y_i - 4\bar{x}\bar{y}}{(4-1)} = 93.31 \quad (5)$$

$$\text{Correlation}(X, Y) = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{VAR}(X)\text{VAR}(Y)}} = 0.076681 \quad (6)$$

假設 Origi\_image 目錄儲存原始影像 N 張，不失一般情況下，令 N=6，並以 bmp 影像格式為例。Encry\_image 目錄儲存對應的加密影像。Decry\_image 目錄儲存對應的解密影像，如表 2 所示。

表 2：以 3 個目錄分別儲存原始影像、加密影像、解密影像與目錄內對應之影像名稱

編號	Origi_image directory	Encry_image directory	Decry_image directory
1	01_Airplane.bmp	01_Airplane_en.bmp	01_Airplane_de.bmp
2	02_Baboon.bmp	02_Baboon_en.bmp	02_Baboon_de.bmp
3	03_Lena.bmp	03_Lena_en.bmp	03_Lena_de.bmp
4	04_Peppers.bmp	04_Peppers_en.bmp	04_Peppers_de.bmp
5	05_Sailboat.bmp	05_Sailboat_en.bmp	05_Sailboat_de.bmp
6	06_Splash.bmp	06_Splash_en.bmp	06_Splash_de.bmp

1. 請寫一個 python 程式，分別對每組原始影像與加密影像，依照水平、垂直、對角，分類，求出其 CTAP 相關係數。
2. 假設各目錄之檔案名稱都一一對應，但是程式設計時，請考慮測試之影像數量可能並非固定 6 個。
3. 請將計算後之數值，依照目錄輸出成 1 個 CSV 檔案(output13.csv，以利後續分析與整理。
4. 各 CSV 檔案第 1 行輸出各行之項目名稱，如範例所示。

請注意：

1. 輸出相關係數, Correlation(X, Y), 之精確度為小數 6 位，第 7 位四捨五入。其餘數值為小數 2 位，第 3 位四捨五入。
2. 相關係數之數值一定介於-1.0 與 1.0 之間。 $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ , VAR(X), VAR(Y)一定為正值。輸出時，請判斷數值介於正確範圍內。
3. 一般而言，原始影像，各頻道之相關係數離離 0.0 較遠，代表原始兩相鄰像素間較相關。反之，加密影像各頻道之相關係數距離 0.0 較近，代表經過加密後，兩相鄰像素間較不相關。

**輸出檔案：以 output13.csv 為例**

第 1 行為 title

第 1 行 Image Name, Mode, Channel,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ , VAR(X), VAR(Y), COV(X, Y), Correlation(X, Y)

第 02-19 行為第一組影像，20-37 行為第二組影像，依此類推

第 02 行，原始影像名稱, HD、R Channel, 各種數據結果為式 1-6 之數據，以下類推  
 第 03 行，原始影像名稱, HD、G Channel, 各種數據結果  
 第 04 行，原始影像名稱, HD、B Channel, 各種數據結果  
 第 05 行，原始影像名稱, VD、R Channel, 各種數據結果  
 第 06 行，原始影像名稱, VD、G Channel, 各種數據結果  
 第 07 行，原始影像名稱, VD、B Channel, 各種數據結果  
 第 08 行，原始影像名稱, DD、R Channel, 各種數據結果  
 第 09 行，原始影像名稱, DD、G Channel, 各種數據結果  
 第 10 行，原始影像名稱, DD、B Channel, 各種數據結果  
 第 11 行，加密影像名稱, HD、R Channel, 各種數據結果  
 第 12 行，加密影像名稱, HD、G Channel, 各種數據結果  
 第 13 行，加密影像名稱, HD、B Channel, 各種數據結果  
 第 14 行，加密影像名稱, VD、R Channel, 各種數據結果  
 第 15 行，加密影像名稱, VD、G Channel, 各種數據結果  
 第 16 行，加密影像名稱, VD、B Channel, 各種數據結果  
 第 17 行，加密影像名稱, DD、R Channel, 各種數據結果  
 第 18 行，加密影像名稱, DD、G Channel, 各種數據結果  
 第 19 行，加密影像名稱, DD、B Channel, 各種數據結果  
 ....  
 ....

**Program:**

The python program, “學號-13-DEC\_MAT3.py,” input a pair of original and encrypted images and produces output13.csv。

Submission:

Please submit the following **TWO** files.

1. 學號-13-DEC\_MAT3.py
2. Output13.csv