

# 2021年硕博连读资格考试回忆

---

author: 李竞宜

purpose: 组内其他学硕师弟师妹备考参考

一、(15分) 请简述罗尔中值定理与拉格朗日中值定理，并说明两者之间的联系

二、(15分) (1) 一元函数可导是否连续？

(2) 函数

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

在0处的导数是否存在？

三、(10分) 二元函数的函数值减小最快的方向是什么？并试证明之。

四、(10分) 请从向量组线性相关与线性无关角度说明齐次线性方程组存在非零解的充分必要条件。

五、(15分) (1) 请说明矩阵可相似对角化的充分必要条件；

(2) 相似矩阵的特征值、特征向量是否相同？说明原因或举例。

六、(10分) 一道选择题有四个选项，某同学会和不会的概率相等，若该同学不会，则只能随机猜测，猜中每一项的概率相等，那么在这道题做对的情况下，该同学有会做的概率有多大？

七、(15分) 设 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 是一组样本， $X_i \sim N(0, 1)$ ，样本均值 $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i$

(1) 请结合大数定律说明样本均值与数学期望之间的区别与联系；

(2) 求样本均值的数学期望；

(3) 证明样本均值的方差为 $\frac{1}{n}$ 。

八、(10分) 这题具体细节我不太可能记得清，但事实送分题，很简单，大概是说

a会中文、日文、俄文；

b会英文；

c会法文、中文；

...

将他们安排成一个圈，要求每个人都能和相邻的人进行交流（会的语言有交集）。感觉跟数独差不多，最后卡过来只有唯一一种排法（经过反复确认）。