

Observações preliminares: Para realizar as questões desta prova, os dígitos de seu número de matrículas (da esquerda para a direita) serão ABCDEF

(Exemplo: 751004 → A=7, B=5, C=1, D=0, E=0, F=4).

Questão 1 (1.0): Faça o que se pede

1. Complete a tabela de classificação dos problemas a seguir:

Descrição do Problema	Classificação			
	PVI/PVC	EDO/EDP	Ordem	CI/CC
$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y)$ $\begin{cases} u(0, y) = g(0, y) \\ u(1, y) = g(0, y) \\ u(x, 0) = g(x, 0) \\ u(x, 1) = g(x, 1) \end{cases}$				
$\frac{d^3 y(s)}{ds^3} + y(s) = Ds$ $\begin{cases} y(0) = A \\ y'(0) = B \\ y''(0) = C \end{cases}$				

Nomenclatura: PVI (Problema de Valor Inicial), PVC (Problema de Valor de Contorno), EDO (Equação Diferencial Ordinária), EDP (Equação Diferencial Parcial), CI (Condição Inicial), CC (Condição de Contorno).

2. Explique cada resposta preenchida na tabela.

Obs. Cada item da tabela com sua explicação correta vale 0.125 pontos.

Questão 2 (3.0): O movimento do carrinho ilustrado na Figura 1 é dado pela solução da seguinte equação diferencial

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega \frac{dx(t)}{dt} + \omega^2 x(t) = f(t)/m \quad (1)$$

onde

$m = 1 + (A + B + C + D + E + F)\%F$ é a massa do carrinho em quilogramas e [A...F] são os dígitos de seu número de matrícula;

$k = 4$ é a rigidez da mola em N/m (Newton por metro);

$\omega = \sqrt{k/m}$ é a frequência natural de vibração não-amortecida do sistema, em (1/s);

$\zeta = 0.5$ é o fator de amortecimento; e

$f(t)$ é a força externa aplicada no carrinho e que varia com o tempo segundo o gráfico ilustrado na Figura 1.

No instante $t = 0$, $x(0) = (E + F)\%3$ e a velocidade do carrinho, $v(0) = 0$. Determine os valores de x e v no instante de tempo $t = 1.2s$, usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

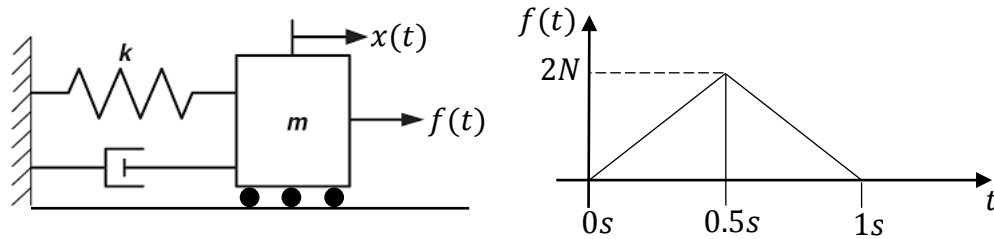


Figura 1. Sistema Massa-Mola-Amortecedor

Questão 3 (6.0): Faça o que se pede

Considere o seguinte problema:

A equação diferencial e as condições de contorno que governam o problema do deslocamento $y(r)$ de uma membrana circular sujeita a uma pressão constante P são dadas por

$$\begin{cases} Ty''(r) + \frac{T}{r}y'(r) = -P \\ C.C. \begin{cases} y(0.2) = 0 \\ y(0.5) = 0 \end{cases} \end{cases} \quad 0.2 \leq r \leq 0.5, \quad (\text{Obs. A membrana fica entre dois círculos concêntricos de raios } 0.2 \text{ e } 0.5)$$

onde r é a coordenada radial, $y(r)$ é o deslocamento da membrana na posição radial r , T é a tensão em N/m e P é a pressão em N/m^2 . Os valores de T e P são dados em função dos dígitos de seu número de matrícula: $T = A + B + C$ e $P = D + E + F$

2.1 (3.0) Resolva o problema pelo método das diferenças finitas com um número de partições $N = 4 + (A + B + C + D + E + F)\%4$.

2.2 (3.0) Formule e resolva o problema pelo método dos elementos finitos (formulação dos resíduos ponderados) com o mesmo número de partições usado em 2.1.