

ANEXO: Conceptos de transferencia de calor

Aplicación: Modelado del problema de climatización

Ecuaciones fundamentales

La climatización de un recinto cualquiera se encuentra regido por las leyes de los fenómenos de transferencia de calor.

La velocidad de calentamiento de una masa cualquiera está relacionada directamente con el flujo de calor neto que actúa sobre dicha masa. En el caso del sistema bajo estudio, se diferencian 4 flujos de calor: piso, edificación, calefacción y refrigeración (ver ecuación 1).

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{piso} + \dot{Q}_{edificación} + \dot{Q}_{calefacción} + \dot{Q}_{refrigeración} \quad (1)$$

El flujo de calor neto es a su vez igual a la derivada respecto del tiempo del calor contenido en la masa en cuestión.

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}_{total} \quad (2)$$

Con lo que, de (1) y (2), se puede escribir la igualdad (3).

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}_{piso} + \dot{Q}_{edificación} + \dot{Q}_{calefacción} + \dot{Q}_{refrigeración} \quad (3)$$

Cálculo de los distintos flujos de calor

Cada uno de los flujos de calor mencionados puede estimarse mediante las fórmulas básicas de transferencia de calor.

El calor que es transferido al suelo a través del piso se puede calcular mediante la formula de transferencia de calor que se expresa en (4).

$$\dot{Q}_{piso} = k_1 \cdot (T_{piso} - T_{interior}) \quad (4)$$

Donde k_1 es el coeficiente de conductancia del piso, la cual es igual a la inversa del coeficiente de resistencia de conducción, según la ecuación (5).

$$k_1 = \frac{1}{R_{\text{piso}}} \quad (5)$$

Por otro lado, el flujo de calor por la superficie de la edificación está dada por la ecuación (6).

$$\dot{Q}_{\text{edificación}} = k_2 \cdot (T_{\text{exterior}} - T_{\text{interior}}) \quad (6)$$

Donde k_2 es el coeficiente de transmitancia de la edificación. A diferencia del flujo de calor del piso, en este caso para el cálculo de la transmisión de calor debemos tener en cuenta que hay dos resistencias al flujo de calor en serie. La debida a la pared de la edificación y la debida a la capa de limite de aire, definida por el fenómeno de convección. Así, la transmitancia k_2 será la inversa de la resistencia total (ecuación 7).

$$k_2 = \frac{1}{R_{\text{convección}} + R_{\text{edificación}}} \quad (7)$$

Por otro lado, para el problema modelado, se ha considerado que la potencia de calefacción es un valor constante.

$$\dot{Q}_{\text{calefacción}} = f_{Qc}(t) \quad (8)$$

Y la potencia de refrigeración es una función del tiempo, expresada en este caso por f_{Qr} .

$$\dot{Q}_{\text{refrigeración}} = f_{Qr}(t) \quad (9)$$

Se puede observar que los términos necesarios para calcular el flujo total de calor unicamente dependen del tiempo y de las temperaturas. Pero como la temperatura exterior se conoce, se puede decir que las únicas dos variables son t y T_{interior} . Por lo que se puede escribir la igualdad (10). Donde f_{Qt} es una función que calcula para cada instante de tiempo y para cada temperatura interior posible, cual es flujo de calor total (también llamado calor neto).

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}_{\text{piso}} + \dot{Q}_{\text{edificación}} + \dot{Q}_{\text{calefacción}} + \dot{Q}_{\text{refrigeración}} = f_{Qt}(t, T_{\text{interior}}) \quad (10)$$

Si observamos, los lados izquierdo y derecho de las igualdades en (10) se parecen mucho a una Ecuación Diferencial de Primer orden, salvo por el hecho que la variable derivada es Q y no T_{interior} .

Luego, se puede realizar un cambio de la variable Q a T si recordamos que ambas están relacionadas por la formula (11). Donde C_p es la capacidad calorífica de una determinada masa que experimenta un incremento de temperatura ΔT , al absorber una cantidad de calor ΔQ .

$$\Delta Q = C_p \cdot \Delta T \quad (11)$$

Entonces, si dividimos ambos términos por el tiempo en el que ha transcurrido dicha absorción de calor obtenemos la ecuación (12).

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = C_p \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (12)$$

La cual, luego de tomar el límite de Δt tendiendo a 0 de cada lado, nos permite obtener la relación entre las derivadas de Q y T respecto del tiempo (ecuación 13).

$$\frac{dQ}{dt} = C_p \cdot \frac{dT}{dt} \quad (13)$$

Reemplazando entonces la derivada de Q en la igualdad (10) y despejando la derivada de T respecto del tiempo, se puede obtener la siguiente expresión:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_p} \cdot f(t, T) \quad (14)$$

Calculo de la temperatura interior

Luego, dada la ecuación (14) y si conocemos la temperatura interior al inicio de cada día, es posible estimar la temperatura en todo momento del día mediante algún método de resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

Calculo del calores transferidos y costos

Una vez calculada la temperatura interior en función del tiempo, se puede utilizar dicha información para realizar la estimación de los flujos de calor suelo-interior y exterior-exterior, mediante las ecuaciones (4) y (6). Luego, el calor transferido en cada caso se puede calcular por integración.

A su vez, se puede estimar el calor transferido de calefacción y refrigeración se puede proceder por integración de las formulas (8) y (9).

Con eso se tendrán definidos las funciones de los 4 flujos de calor que definen el problema (Q_{piso} , $Q_{\text{edificacion}}$, $Q_{\text{calefaccion}}$ y $Q_{\text{refrigeracion}}$).