LoS径时延估计算法设计文档

# 文档介绍

本文档主要介绍LoS径时延估计算法的设计思路，具体围绕**赛题理解**、**MUSIC算法原理**、**算法应用实现**以及**算法复杂度**四个部分展开论述。本设计的主要优势在于：首先，在强相关多径条件下，实现了路径之间的**解相干**；然后，采取**高精度**的准则对信号空间维度，即路径数进行了估计，确保了信号空间与噪声空间的**正交性**；其次，对所有传播路径的时延进行**超分辨**估计，成功提取了**最重要**的LoS径；最后，通过优化算法实际应用参数，**降低计算开销**，达到算法**精确性**和**实时性**的折衷。

# 赛题理解

本赛题的背景为室内小车的高精度定位，在室内场景下，传统的GPS定位由于卫星信号受到阻隔，通常并不能实现很好的性能，于是，基于室内无线信号的**精确、快速**的室内定位方法亟待研究。信号时延是室内定位所需的关键数据，因为通过时延，可以轻易测定小车与信源之间的距离。在多径场景下，直射路径（LoS）的时延尤为重要，其可以反映小车与信源之间的**直线传播距离**。但是，要做到在多径场景下LoS径的准确识别（LoS identification），需要大量数据，并结合统计学方法、相位角等信息，导致**极大的计算复杂度**，不能满足定位的**实时性**要求。幸运的是，我们可以依靠一个事实：因为非直射路径（NLoS）经过折射、衍射、绕射等，通常要比LoS径传播时间长，于是，**LoS径的时延通常比NLoS径的短**。受此启发，我们只需要估计出所有路径的时延，并选取时延最短的一条作为LoS径即可。因此，复杂LoS径的准确识别转变为了经典的**多径时延估计**问题。

# 多径时延估计算法

处理多径时延估计问题的经典算法包含：互相关函数法、**多信号分类（MUSIC）算法**、旋转不变技术（ESPRIT）、压缩感知（CS）等。本文档采用MUSIC算法估计多径的时延。

## 为什么采用MUSIC算法？

本文档采用MUSIC算法的论述如下：

1. 首先，互相关函数法是利用接收信号与发射信号的互相关来测量时延，此方法的时延信息容易受到**多径信号相关性**的影响[1]。进一步，我们可以用所给pilot和example\_64Tc频域数据进行验证，利用**维纳-辛钦定理**（互相关性定理）——一个信号的自相关函数与其功率谱密度互为傅里叶变换对，将发送和接收的频域数据进行相乘，然后进行IFFT变换，可以得到互相关函数，检测其峰值在第4个点，于是可以得到**时延检测分辨率为64\*Tc/3**。因此，互相关函数法在本赛题中不能实现高分辨率乃至超分辨率的时延估计。
2. 接着，MUSIC方法基于特征值分解获取信号子空间，依赖信号空间与噪声空间的**正交性**，可以实现**超分辨率**的时延估计，能够应对比较密集的多径信号。但是，该算法在多径时延信号具有比较强的相关性时，性能会略微下降。
3. 其次，ESPRIT算法同样基于子空间分解，避免了对伪谱的谱峰进行搜索，因此**计算复杂度较MUSIC低**，但是也导致了精度有所下降，同时该算法在**低信噪比环境下性能会进一步下降**。
4. 最后，基于CS算法的多径时延估计，如稀疏迭代估计（SPICE）方法，往往需要**迭代求解**优化问题，特别在优化问题是**半正定规划（SDP）**的场景下，会极大地增加**计算开销**。

因此，本文档综合考虑了各个经典算法的复杂度以及性能表现，采用MUSIC方法进行多径时延估计，同时，对**多径之间高相关**以及**噪声干扰**问题，提出了解决方案，提升了MUSIC算法的**鲁棒性**。

## MUSIC算法基本原理

考虑一个长度为的均等采样（如4\*scs）的离散频带响应，每个元素可以表示为[2]：

其中，为传播路径数，为第条路径的衰减系数，为参考频率，为频率采样间隔，为第条传播路径的时延，为高斯白噪声。进一步，可以将上式表达为如下矢量形式：

其中，

于是，基于矢量形式，的自相关矩阵可以计算如下：

其中，，为噪声功率，为单位矩阵。因为是半正定Hermite矩阵，同时假设路径之间时延不同，那么的列互不相关，于是，结合依旧为半正定Hermite矩阵，所以有个正特征值，个零特征值。结合的表达式，可以知道前个特征值与信号相关，后个特征值对应噪声空间。对进行特征分解如下：

其中，为包含所有特征值的对角矩阵，设为对应后个特征值的特征向量组成的矩阵，即噪声空间对应的特征向量。由信号空间与噪声空间正交性可得：

利用这个性质，可以得到MUSIC算法的伪谱计算公式：

改变得到不同的，代入到上式，可以得到时延与伪谱的关系图，并且在实际时延处会出现一个尖峰，选取最低时延作为LoS径的时延。

# MUSIC算法的应用实现

在实际应用中，MUSIC算法有着诸多限制，特别在本赛题的场景下，由于数据数量的限制，需要对数据进一步处理，并实现高精度的MUSIC算法。

## 自相关矩阵近似

在实际应用中，通常不能直接得到信道响应的自相关矩阵，典型做法是用个接收信号得到自相关矩阵的估计值：

由**大数定理**可以得知：当，。如果直接对采样所得长的信道频率响应做特征值分解，此时，不能满足大数定理的要求，难以区分高相关的多径。于是为了构建多条信道响应，可以将信道频率响应分割为长度为的多个样本，然后再计算每个样本的自相关矩阵按照上式进行加和。但是这种方法有两个缺点：

1. 其通常只能获取**中等大小**的，以为例，在的条件下，只能获得个样本，通常无法满足大数定理的要求。
2. 存在噪声干扰，尤其在**低信噪比**的环境下，噪声的功率接近信号的功率，于是信号空间与噪声空间的**正交性**得不到严格的满足，从而，区分不出多条路径。

对此，本设计采用**前向和后向空间平滑**技术[4]，即划分总体协方差矩阵为多个小子阵，进行加权平均得到待处理的协方差矩阵，其优势在于：

1. 可以增大样本数，以维度矩阵的子阵为例，可以得到个样本，使加权矩阵更加接近理论统计值。
2. 与单独的前向或者后向空间平滑相比，同时采用前后向空间平滑可以提升**最大检测路径数**，使得时延估计更加准确。
3. 通过划分子阵的操作，可以有效降低待处理的矩阵维度，从而减少计算开销。

## 路径数估计

在提取LoS径之前，需要确定路径的总数，即信号空间的维度，本设计采用文献[5]中提出的**线性收缩最小描述长度（LS-MLP）准则**，能够在**样本数受限**的情况下，对信号空间进行**高精度**的估计。具体地，对待处理的协方差矩阵进行特征值分解得到特征值为。之后利用特征值进行噪声方差估计如下：

其中为设置的最大路径数，一般满足，之后计算收缩系数如下：

因为收缩系数通常需要小于1，而上式可能大于1，所以对其进行修正如下：

之后利用收缩系数，计算收缩后的特征值估计如下：

对于所有，执行以上步骤，在所有中，找出满足以下条件的，具体地：

其中：

得出的即路径数目，即信号空间的维度。

## LoS径提取

得到路径数目之后，便可以对MUSIC的伪谱进行搜索，采用MATLAB中自带的峰值搜索函数**findpeaks函数**进行峰值搜索，通常，由于噪声的存在以及信号维度的误差，搜索出的峰值数多于信号空间数，于是对峰值点的值进行排序，选取在信号空间维度内**时延最小**的峰值作为LoS径。

# 实验设置与算法优化

## 实验默认参数

本设计采取大小为的子阵，即前后向相加子阵数为818，于是理论上，可以区分条路径。但是通常室内路径数在10的量级，于是设置LS-MDL准则的最大路径数为30。因为噪声也会产生谱峰，所以对于检测出的谱峰，需要与**伪谱最小值**相差SNR=3dB以上，通过**硬判决**筛选出有效信号的谱峰。为达到赛题**理论性能**，谱峰搜索间隔为0.01Tc。

## 特殊数据点处理

在一些数据中，信号与噪声的功率相当，通过一般方法通常难以实现正确检测，在这些特殊数据点中，可以变换子阵大小，从而改变分辨率，**多次实验**得到一个**加权均值**，逼近正确值。

## 分辨率与算法复杂度

本设计的分辨率包含子阵维度以及伪谱搜索间隔。一方面，在MUSIC算法中，需要对求取出的自相关矩阵求特征值分解，计算复杂度为，越大的会提升估计精度，但也会导致越高的计算开销；另一方面，假设搜索时延长度为（本设计采取256Tc），搜索间隔越小，角度估计约精确，但同时搜索时间也会变长。所以需要优化和，达到算法精确性和实时性的折衷。

本设计采用的子阵维度为408，搜索间隔为0.01Tc，所以算法复杂度为。

# 参考文献

1. 刘睿. 基于无网格压缩感知算法的多径时延估计研究[D].上海师范大学,2022.DOI:10.27312/d.cnki.gshsu.2022.000440.
2. Li, Jing, Liang Pei, Maoyong Cao, and Daoyin Yu. "Super-resolution time delay estimation algorithm based on the frequency domain channel model in OFDM systems." In 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, vol. 1, pp. 5144-5148. IEEE, 2006.
3. 较为详细的MUSIC算法原理及MATLAB实现，<https://blog.csdn.net/zhangziju/article/details/100730081>
4. On Application of MUSIC Algorithm to Time Delay Estimation in OFDM Channels
5. Huang, Lei, and Hing-Cheung So. "Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise subspace covariance matrix." IEEE Transactions on Signal Processing 61, no. 19 (2013): 4806-4821.