

# PROYECTO DE ALGEBRA LINEAL

## ENTREGA #2

### Rutas Optimas en Redes de Telecomunicaciones

**Estudiantes:**

Dubin Andres Soto Parodi  
Juan David Idarraga Porras  
David Santiago Munoz Espinel

**Profesor:** Juan Pablo Fernandez Gutierrez

**Universidad:** Universidad de Medellin

**Fecha:** 22 de October de 2025

## TABLA DE CONTENIDOS

1. Marco Teorico
2. Formulacion del Problema
3. Solucion Optima
4. Validacion
5. Analisis Comparativo
6. Conclusiones

# 1. MARCO TEORICO

**Teoria de Grafos:**

Un grafo  $G = (V, E)$  consta de:

- $V$  = vertices (nodos): {A, B, C, D, E, F}
- $E$  = aristas (enlaces): {(A,B), (A,C), (B,D), (B,E), (C,D), (D,E), (D,F), (E,F)}

El grafo es:

- No dirigido: enlaces bidireccionales
- Ponderado: cada enlace tiene peso (latencia, capacidad)
- Conexo: existe camino entre cualquier par de nodos

Enlace	Latencia (ms)	Capacidad (Gbps)
A-B	10	100
A-C	15	80
B-D	5	50
B-E	8	120
C-D	12	90
D-E	4	110
D-F	20	60
E-F	10	150

**Caminos posibles de A a F:**

Ruta	Latencia	Status
A->B->E->F	28 ms	OPTIMA
A->B->D->F	35 ms	Alternativa
A->C->D->F	47 ms	Alternativa
A->C->D->E->F	41 ms	Alternativa
A->B->D->E->F	29 ms	Alternativa

### **Matrices de Algebra Lineal:**

- **Matriz de Adyacencia:** Muestra conectividad entre nodos (1=conectado, 0=no conectado)
- **Matriz de Costos (Latencias):** Almacena latencia en ms de cada enlace
- **Matriz de Capacidades:** Almacena ancho de banda maximo en Gbps

Estas matrices permiten representar la red algebraicamente para procesarla matematicamente.

### **Programacion Lineal:**

- Objetivo: Minimizar latencia total
- Variables:  $x_{ij}$  = trafico del nodo i al nodo j
- Restricciones: Conservacion de flujo, Capacidad maxima, No-negatividad
- Metodo: Algoritmo del Simplex o Puntos Interiores (SciPy usa HiGHS)

## 2. FORMULACION DEL PROBLEMA

### Variables de Decision:

$x_{ij}$  = cantidad de trafico (Gbps) que fluye del nodo i al nodo j

Total: 16 variables (8 enlaces  $\times$  2 direcciones)

### Funcion Objetivo:

Minimizar  $Z = \text{Suma}(\text{latencia}_{ij} \times x_{ij})$

### Restricciones:

1. Conservacion de flujo: Flujo saliente - Flujo entrante = Trafico neto
2. Capacidad:  $x_{ij} \leq \text{capacidad}_{ij}$  para cada enlace
3. No-negatividad:  $x_{ij} \geq 0$  para todos los enlaces
4. Trafico: A envía 40 Gbps, F recibe 40 Gbps

El algoritmo de optimizacion lineal resuelve este sistema de ecuaciones e inecuaciones para encontrar la asignacion optima de trafico en cada enlace.

### 3. SOLUCION OPTIMA

#### Ruta Optima Encontrada:

A -> B -> E -> F

#### Flujo de Trafico:

- $x_{AB} = 40$  Gbps (A envía 40 Gbps a B)
- $x_{BE} = 40$  Gbps (B recibe 40 de A, envía 40 a E)
- $x_{EF} = 40$  Gbps (E recibe 40 de B, envía 40 a F)
- Todos los demás enlaces = 0 (no transportan trafico)

#### Latencia Total del Camino:

Latencia =  $C[A,B] + C[B,E] + C[E,F]$

Latencia = 10 ms + 8 ms + 10 ms = **28 milisegundos**

#### Valor de la Funcion Objetivo:

$Z = 10(40) + 8(40) + 10(40) = 400 + 320 + 400 = 1120 \text{ ms} \cdot \text{Gbps}$

## 4. VALIDACION DE RESTRICCIONES

### Conservacion de Flujo:

- ✓ Nodo A: Envía 40 Gbps (origen)
- ✓ Nodo B: 40 Gbps entra (de A), 40 Gbps sale (a E) = Equilibrado
- ✓ Nodo E: 40 Gbps entra (de B), 40 Gbps sale (a F) = Equilibrado
- ✓ Nodo F: Recibe 40 Gbps (destino)

### Respeto de Capacidades:

- ✓ Enlace A-B: 40 Gbps enviados  $\leq$  100 Gbps capacidad (CUMPLE)
- ✓ Enlace B-E: 40 Gbps enviados  $\leq$  120 Gbps capacidad (CUMPLE)
- ✓ Enlace E-F: 40 Gbps enviados  $\leq$  150 Gbps capacidad (CUMPLE)

**Conclusion:** La solucion es **FACTIBLE** (cumple restricciones) y **OPTIMA** (minimiza latencia)

## 5. ANALISIS COMPARATIVO

Se evaluaron 5 rutas posibles de A a F para validar optimalidad:

Ruta	Latencia	Saltos	Cuello Botella	Estado
A->B->E->F	28 ms	3	A-B (100G)	OPTIMA
A->B->D->F	35 ms	3	B-D (50G)	Alternativa
A->C->D->F	47 ms	3	D-F (60G)	Alternativa
A->C->D->E->F	41 ms	4	A-C (80G)	Alternativa
A->B->D->E->F	29 ms	4	B-D (50G)	Alternativa

### Observaciones Clave:

- La ruta optima (28 ms) es 7 ms mas rapida que la segunda mejor opcion
- Es 19 ms mas rapida que la peor ruta alternativa
- Todas las rutas respetan la capacidad requerida de 40 Gbps
- El algoritmo de programacion lineal identifica automaticamente la mejor solucion
- No es necesario enumerar manualmente todas las combinaciones



## 6. CONCLUSIONES

### Integración de Conceptos Matemáticos:

Este proyecto demuestra la aplicación práctica de tres áreas fundamentales:

1. Teoría de Grafos: Proporciona estructura para modelar la red
2. Álgebra Lineal: Permite representación matricial del grafo
3. Programación Lineal: Automatiza la búsqueda de solución óptima

### Resultados Logrados:

- ✓ Ruta óptima identificada: A → B → E → F
- ✓ Latencia total minimizada: 28 milisegundos
- ✓ Todas las restricciones satisfechas
- ✓ Validación con análisis comparativo de 5 rutas alternativas
- ✓ Optimalidad matemáticamente garantizada

### Ventajas del Método:

- ✓ Automatización: Busca óptimo sin enumerar manualmente
- ✓ Optimalidad Garantizada: Encuentra mejor solución (no aproximación)
- ✓ Escalabilidad: Funciona con redes pequeñas o miles de nodos
- ✓ Múltiples Restricciones: Maneja simultáneamente latencias y capacidades
- ✓ Extensibilidad: Se pueden agregar restricciones adicionales

### Aplicabilidad Práctica:

El método es usado actualmente en:

- Operadores de telecomunicaciones para enrutamiento de tráfico
- Centros de datos para distribución de carga
- Internet para optimización de rutas (BGP, OSPF)
- Logística y transporte para optimización de rutas

### Reflexión Final:

El álgebra lineal no es solo teoría abstracta. Este proyecto demuestra que conceptos académicos como matrices, grafos y optimización lineal tienen aplicaciones reales y valiosas en ingeniería de telecomunicaciones. La capacidad de resolver problemas de optimización compleja automáticamente es fundamental para la ingeniería moderna.