Proyecto I
Modelos Ocultos de Markov aplicados al Procesamiento de Señales.

Nombre: Andrés Degollado Muñoz

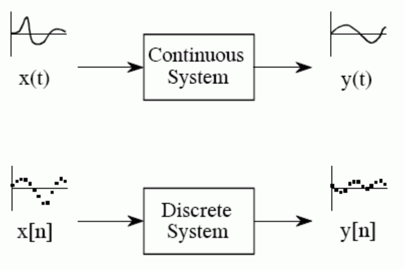
7 de noviembre de 2023

Índice

Introducción

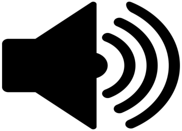
El Análisis de Señales y Sistemas es una rama de la ingeniería eléctrica y la matemática que se encarga del estudio de las señales y los sistemas.

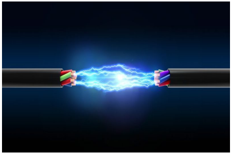
Finalmente, el Procesamiento de Señales es una rama de la ingeniería y las matemáticas que se ocupa del análisis, la síntesis, la clasificación y la compresión de señales.



Señal

Una señal es una función matemática de una o más variables independientes que transmite información acerca de la naturaleza de algún fenómeno físico.





Clasificación de las señales

Las señales se pueden clasificar de varias maneras, pero la clasificación más importante, es la siguiente:

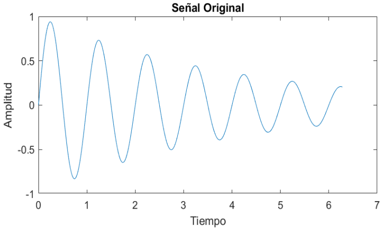
Señales a tiempo continuo: Una señal $x(t)$, se dice que es una señal a tiempo continuo si está definida para todo tiempo t. Es decir, $t \in \mathbb{R}$.

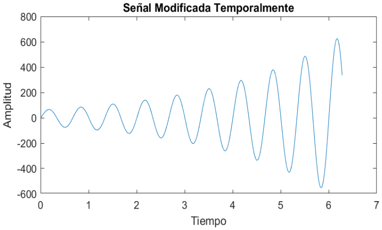
Señales a tiempo discreto: Una señal $x[n]$, se dice que es una señal a tiempo discreto si únicamente está definida para instantes discretos de tiempo. Visto de otro modo, $n \in \mathbb{Z}$.

Operaciones de las señales

Las operaciones que se pueden realizar sobre la variable independiente son: el escalamiento del tiempo, la reflexión y el desplazamiento.

Por ejemplo, para la señal exponencial senoidal amortiguada $x(t) = \exp(-0.25 \cdot t) \cdot \sin(2\pi t)$, se obtuvo la señal:
$y(t) = \exp(-0.25 \cdot 1.5 \cdot (-t - \frac{7\pi}{2})) \cdot \sin(2\pi \cdot 1.5 \cdot (-t - \frac{7\pi}{2}))$

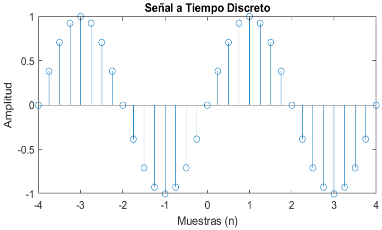


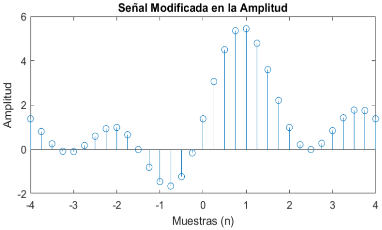


Operaciones de las señales

Las operaciones que se pueden realizar sobre la variable dependiente son: el escalamiento de la amplitud, la adición, la multiplicación, la diferenciación, la integración y la convolución.

Por ejemplo, para la señal periódica $x[n] = \cos(\frac{\pi \cdot n}{2} - \frac{\pi}{2})$, se obtuvo la señal: $y[n] = 3 \cdot (\cos(\frac{\pi \cdot n}{2} - \frac{\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi \cdot n}{4} - \frac{\pi}{6})) \cdot \cos(\frac{\pi \cdot n}{4} - \frac{\pi}{8})$





Sistema

Un sistema es un modelo matemático de un proceso físico que relaciona la señal de entrada con la de salida. Cabe señalar, que un sistema puede poseer varias señales de entrada y/o varias señales de salida.

Clasificación de los sistemas

Los sistemas se pueden clasificar de varias maneras, pero la clasificación más importante, es la siguiente:

Sistemas a tiempo continuo: Sean $x(t)$ y $y(t)$ dos señales a tiempo continuo. Se dice que un sistema es a tiempo continuo si $x(t)$ es la entrada del sistema y $y(t)$ es la salida del sistema.

Sistemas a tiempo discreto: Sean $x[n]$ y $y[n]$ dos señales a tiempo discreto. Se dice que un sistema es a tiempo discreto si $x[n]$ es la entrada del sistema y $y[n]$ es la salida del sistema.

Propiedades de los sistemas

Las propiedades que un sistema puede llegar a tener son las subsecuentes:

Linealidad: Un sistema es lineal si cumple que dadas las señales $y_1 = T\{x_1\}$ y $y_2 = T\{x_2\}$. Entonces:
$T\{ax_1 + bx_2\} = ay_1 + by_2 = aT\{x_1\} + bT\{x_2\}$, donde $a, b \in \mathbb{R}$.

Invariancia bajo el tiempo: Un sistema es invariante bajo el tiempo si: $T\{x(t-T)\} = y(t-T) = y(t)$, donde $x(t)$ y $y(t)$ son señales periódicas y a tiempo continuo y $T \in \mathbb{R}$. O bien, si $T\{x[n-k]\} = y[n-k] = y[n]$, donde $x[n]$ y $y[n]$ son señales periódicas y a tiempo discreto y $k \in \mathbb{Z}$.

Propiedades de los sistemas

Pérdida de memoria: Un sistema tiene la propiedad de pérdida de memoria si depende sólo de la señal de entrada en ese momento.

Invertibilidad: Un sistema es invertible si la señal de entrada se puede recuperar a partir de la señal de salida.

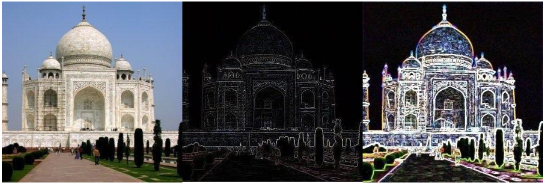
Causalidad: Un sistema es causal es causal si la señal de salida sólo depende de la señal de entrada presente $(x(t))$ o de valores pasados de la entrada, pero no de valores futuros.

Transformada de Laplace

La transformada de Laplace es un operador lineal que se define de la siguiente manera:

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$$

Este operador permite calcular la señal de salida dada una señal a tiempo continuo. Por ejemplo, se puede utilizar para analizar la respuesta de un filtro de imagen a una imagen determinada.



Transformada Z

La transformada de Z es un operador lineal que se define de la siguiente manera:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

La utilidad de este operador es análogo al de la transformada de Laplace. Por ejemplo, se puede utilizar para analizar la respuesta de un altavoz a una señal de entrada determinada.

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es un operador lineal que se define de la siguiente manera:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}dt \quad \text{A tiempo continuo.}$$

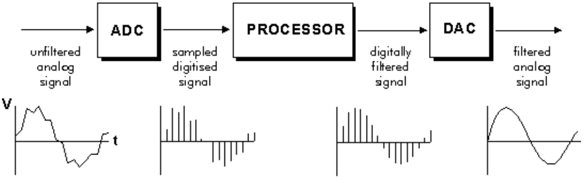
$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-i\omega n} \quad \text{A tiempo discreto.}$$

Por ejemplo, se puede usar para analizar la composición de una señal de audio.

Filtro

Un filtro es un proceso computacional o algoritmo mediante el cual recibe una señal a tiempo discreto muestreada y la transforma en una segunda señal a tiempo discreto (que representa la señal de salida).

Visto de otro modo, un filtro hace referencia a un sistema a tiempo discreto. Habitualmente, el filtro se encarga de alterar la frecuencia de una señal con el fin de eliminar el ruido de la señal.



Filtros IIR y FIR

Los filtros se pueden clasificar por su respuesta a la señal de impulso.

Si la respuesta de impulso de un filtro cae a cero después de un tiempo finito, se conoce como filtro de respuesta finita al impulso (FIR).

Por otro lado, si la respuesta de impulso existe de manera indefinida, se conoce como filtro de respuesta infinita al impulso (IIR).

Ambos tipos de filtros pueden ser diseñados para realizar filtros de paso bajo, paso alto, paso de banda, o rechazo de banda, entre otros.

Conclusión

El Procesamiento de señales es una disciplina que se dedica al análisis, síntesis y clasificación de las señales a través de la implementación de sistemas diseñados específicamente para modificar las características de señales de entrada, lo que resulta en la generación de señales de salida. Esta disciplina es de enorme importancia en una amplia gama de aplicaciones, desde la ingeniería, hasta la medicina.

Referencias

- OPPENHEIM, A. V., et al. (1998). *Señales y sistemas*. 2a. edición México Prentice Hall Hispanoamericana.
- HAYKIN, S., VAN VEEN, B. (2005). *Signal and Systems*. 2nd Edition United States of America John Wiley & Sons, Inc.
- BLANCHET, G., CHARBIT, M. (2006). *Digital Signal and Image Processing Using MATLAB*. Wiley-ISTE.
- HAYES, Monson Schaums Outline of Digital Signal Processing. 2nd edition California McGraw Hill, 2011.