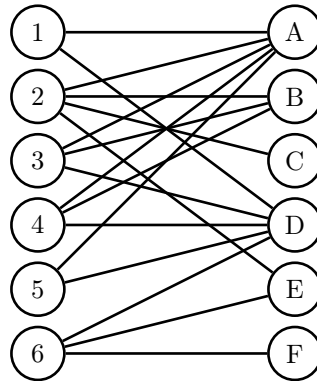
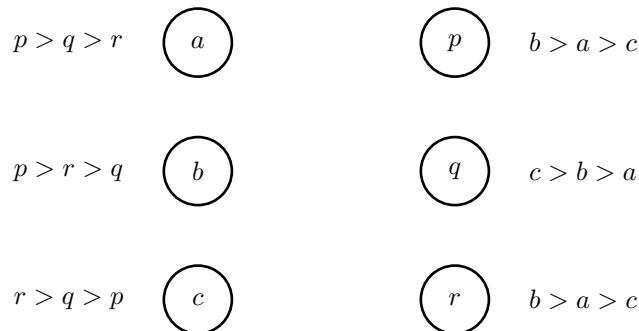


**Замечание.** Это последняя неделя курса так что домашнего задания уже нет.

**4.1.1.** Существует ли в графе на картинке паросочетание, покрывающее все вершины в левой доле?



**4.1.2.** Рассмотрим вершины левой и правой доли с предпочтениями как на картинке.



Найдите стабильное сочетание, которое получится после запуска алгоритма Гэйла-Шепли.

**4.1.3.** Для той же картинки реализуйте алгоритм Гэйла-Шепли со сменой ролей (то есть, теперь предложения делают вершины правой доли). Найдите стабильное паросочетание, которое выдаст этот алгоритм. Можно ли утверждать, что для всякой системы предпочтений стабильное паросочетание единственно?

**4.1.4.** Постройте пример с двумя вершинами слева и двумя вершинами справа, для которого существуют два стабильных паросочетания.

**4.1.5.** Докажите, что алгоритм Гэйла-Шепли выгоден для вершин левой доли: в стабильном паросочетании, которое строит алгоритм, каждая вершина левой доли получает пару не хуже, чем в любом другом стабильном паросочетании.

**4.1.6.** Заключите из предыдущей задачи, что паросочетание, которое выдает алгоритм Гэйла-Шепли, не зависит от того, в каком порядке выбираются вершины левой доли.

**4.1.7.** Докажите, что алгоритм Гэйла-Шепли невыгоден для вершин правой доли: в стабильном паросочетании, которое строит алгоритм, каждая вершина правой доли получает пару не лучше, чем в любом другом стабильном паросочетании.