

# 函数拟合实验报告

2252930 周进

## 1. 函数定义

本实验的目标函数为： $f(x) = x^2$

说明：该函数是一个连续、可导的凸函数，在数学上具有明确的解析解，是验证神经网络拟合能力的理想选择。

## 2. 数据采集

1. 训练数据：

输入范围： $x \in [-10, 10]$

样本数量： $n_{\text{train}} = 1000$

噪声添加：在目标函数值上叠加均值为 0、标准差为 0.5 的高斯噪声：

$$y_{\text{train}} = f(x) + \mathcal{N}(0, 0.5^2)$$

生成方式： $x$  服从  $(-10, 10)$  内的均匀分布。

2. 测试数据：

输入范围： $x \in [-10, 10]$

样本数量： $n_{\text{test}} = 200$

生成方式：均匀分布的无噪声数据： $y_{\text{test}} = f(x)$

数据生成说明：

均匀分布：输入  $x$  服从均匀分布，确保在  $[-10, 10]$  的整个范围内充分采样，避免局部过拟合。

噪声添加：通过高斯噪声模拟真实数据中的观测误差，测试模型对噪声的鲁棒性。

训练集与测试集分离：训练集用于模型学习，测试集用于评估泛化能力，避免过拟合。

## 3. 模型描述

### 3.1 网络结构

本实验采用两层前馈神经网络，具体结构如下：

输入层：1 个神经元（输入维度为 1）。

隐藏层：

神经元数量：128

激活函数：  $\text{ReLU}(z) = \max(0, z)$

输出层：1 个神经元（线性激活，直接输出预测值）。

3.2 参数初始化

采用 He 初始化：

隐藏层权重  $W_1$ :  $W_1 \sim \mathcal{N}(0, \sqrt{\frac{2}{\text{输入维度}}}) = \sqrt{2} \cdot \mathcal{N}(0, 1)$

输出层权重  $W_2$ :  $W_2 \sim \mathcal{N}(0, \sqrt{\frac{2}{\text{隐藏层维度}}})$

偏置项  $b_1, b_2$  初始化为 0。

训练参数

学习率：  $\eta = 0.001$

训练轮次： 5000 次迭代

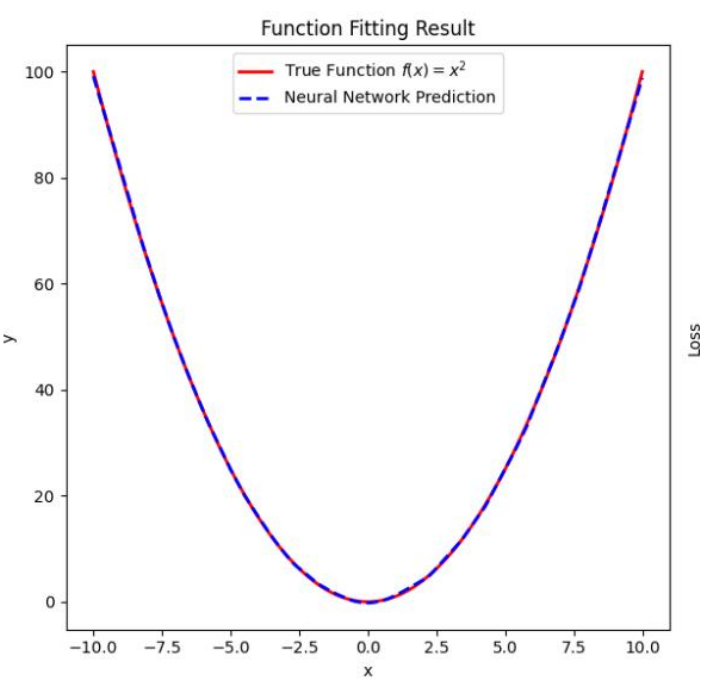
优化策略：动量优化（动量系数  $\beta = 0.9$ ）

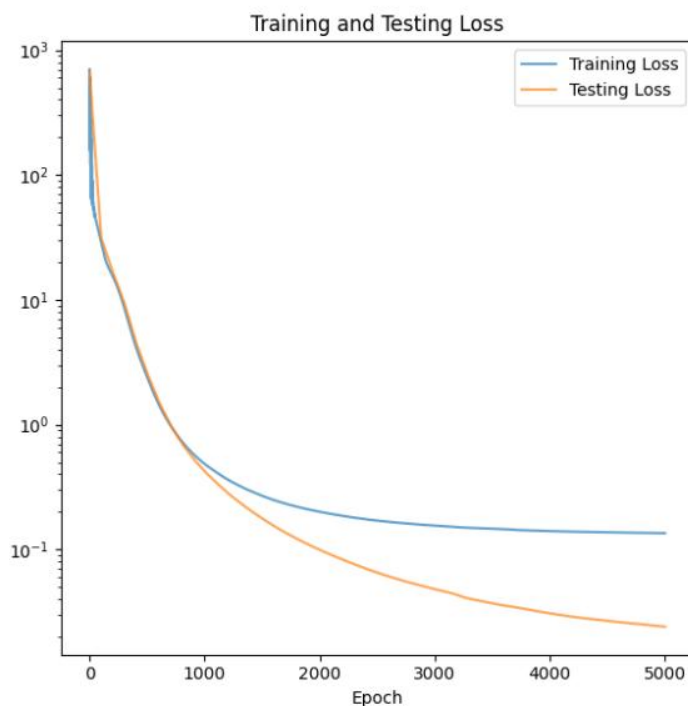
损失函数：均方误差（MSE）：

$$\text{Loss} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (y_{\text{pred}}^{(i)} - y_{\text{true}}^{(i)})^2$$

4. 拟合效果

4.1 函数拟合可视化





## 4.2 损失曲线分析

### 训练与测试损失变化：

Epoch	Train Loss	Test Loss
0	699.4957	678.3618
500	2.4161	2.4635
1000	0.4846	0.4048
1500	0.2690	0.1699
2000	0.2004	0.0956
2500	0.1702	0.0629
3000	0.1553	0.0466
3500	0.1466	0.0360
4000	0.1403	0.0300
4500	0.1372	0.0262

**训练损失下降趋势：**初始损失高达 700，因随机初始化导致预测值与真实值差异极大；500 轮后损失降至 2.4，表明模型快速学习到函数的大致形状；4500 轮后损失进一步降至 0.137，说明模型持续优化细节。

**测试损失低于训练损失：**测试损失始终比训练损失低（如第 4500 轮： $0.0262 < 0.1372$ ），表明模型未过拟合，泛化能力良好。

**收敛稳定性：**损失曲线逐渐平缓，说明模型已接近最优解。