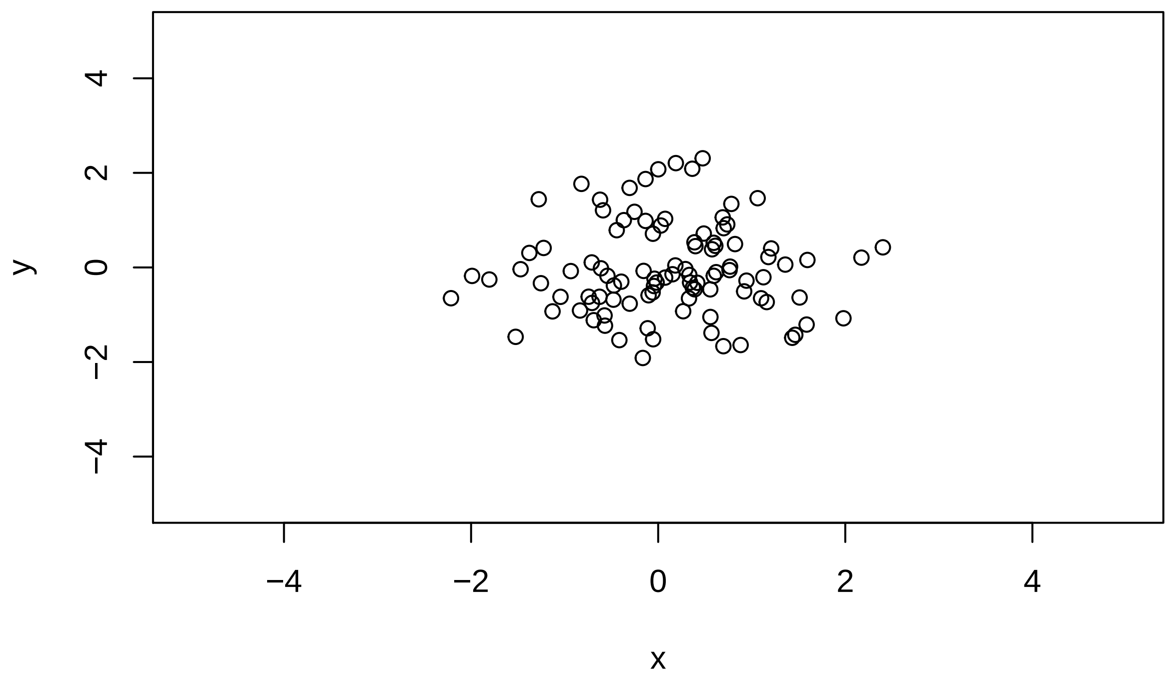
Lista 1

Aneta Przydrozna

Zadanie 1

100 wektorów losowych zrozkładu dwuwymiarowego normalnego na płaszczyźnie.

```
set.seed(1)
x <- rnorm(100)
y <- rnorm(100)
M <- matrix(c(x,y),100,2)
par(mfrow = c(1,1))
plot(M,xlim=c(-5,5),ylim=c(-5,5),xlab = "x",ylab="y")
```



Zadanie 2

Macierze przekształceń liniowych A, spełniające równanie $\Sigma^Y = A\Sigma^X A^T$, gdzie $\Sigma^X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, bo $cov(x, y) = 0$, ze względu na niezależność zmiennych x i y. Zatem $\Sigma^Y = AA^T$

przypadek pierwszy

$\mu = (4, 2), \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{pmatrix}$

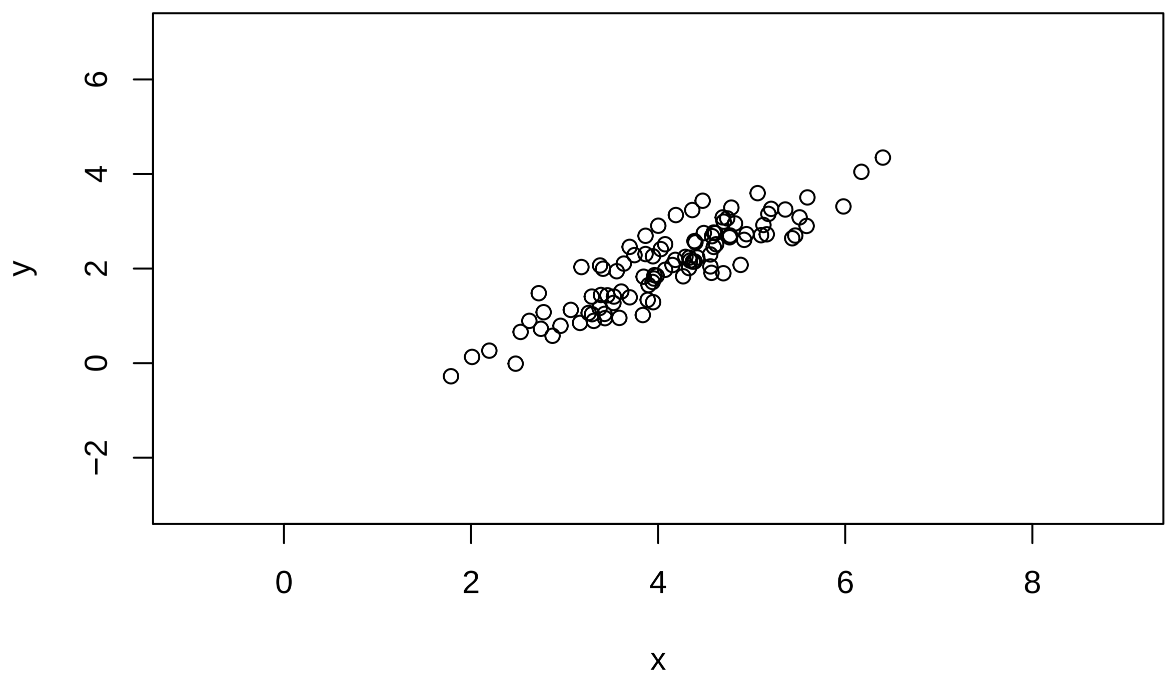
Po przekształceniach okazuje się, że:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \end{pmatrix} \binom{x}{y}$

Z czego otrzymujemy wartości nowych zmiennych.

$\begin{cases} x_1 = x \\ y_1 = 0.9x + \frac{\sqrt{19}}{10} y \end{cases}$

```
x1 = 4 +x
y1 =2 +(0.9*x +(sqrt(19)/10)*y)
M <- matrix(c(x1,y1),100,2)
plot(M,xlim=c(-1,9),ylim=c(-3,7),xlab = "x",ylab="y")
```



przypadek drugi

$\mu = (4, 2), \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & -0.9 \\ -0.9 & 1 \end{pmatrix}$

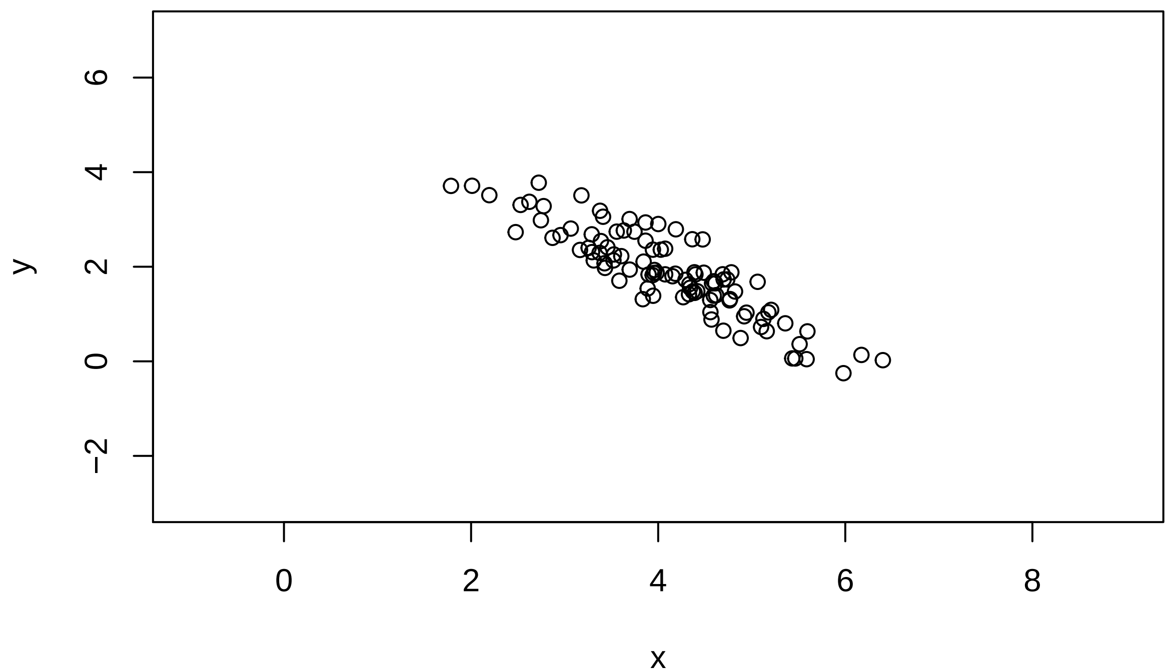
Po przekształceniach okazuje się, że:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \end{pmatrix} \binom{x}{y}$

Z czego otrzymujemy wartości nowych zmiennych.

$\begin{cases} x_1 = x \\ y_1 = -0.9x + \frac{\sqrt{19}}{10} y \end{cases}$

```
x2 = 4 + x
y2 = 2 +(-0.9*x + (sqrt(19)/10)*y)
M <- matrix(c(x2,y2),100,2)
plot(M,xlim=c(-1,9),ylim=c(-3,7),xlab = "x",ylab="y")
```



przypadek trzeci

$\mu = (4, 2), \Sigma = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

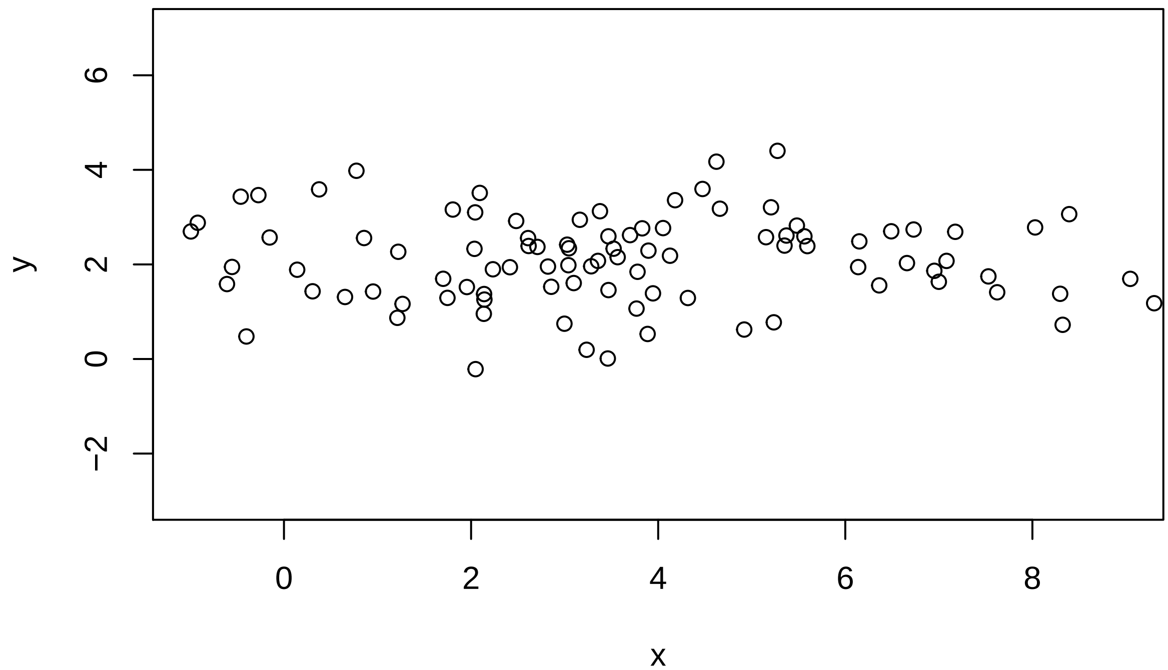
Po przekształceniach okazuje się, że:

$A = \begin{pmatrix} 0 & \pm 3 \\ \pm 1 & 0 \end{pmatrix} \binom{x}{y}$

Z czego otrzymujemy wartości nowych zmiennych.

$\begin{cases} x_1 = 3y \\ y_1 = x \end{cases}$

```
x3 =4+3*y
y3 =2+x
M <- matrix(c(x3,y3),100,2)
plot(M,xlim=c(-1,9),ylim=c(-3,7),xlab = "x",ylab="y")
```



Zadanie 3

Znajdowanie macierzy A za pomocą metody Choleskiego. Liczymy AX (gdzie X zawiera wygenerowane wektory losowe), która powinna posiadać macierz kowariancji 100x100 z 1 na głównej przekątnej i 0.9 w pozostałych miejscach i wartość oczekiwaną w postaci wektora zerowego odpowiedniej długości.

```
w <- c(rep(0.9,10000))
for (i in seq(1,10000,by=101)){
  w[i]=1
}
y<-matrix(w,100,100)
A<-chol(y)
set.seed(4)
x<-matrix(rnorm(20000),200,100)
T<-x%*%A

#cor i cov nie powinny wychodzić ujemne i powinny wynosić około 0.9
#przykładowa korelacja
cor(T[,1],T[,2])
```

```
## [1] 0.9016877
```

```r
#przykładowa kowariancja
cov(T[,1],T[,4])
```

```
## [1] 0.8134227
```

```r
#macierz A powinna mieć wszystkie wartości własne dodatnie
spr<- eigen(A)
spr$values
```

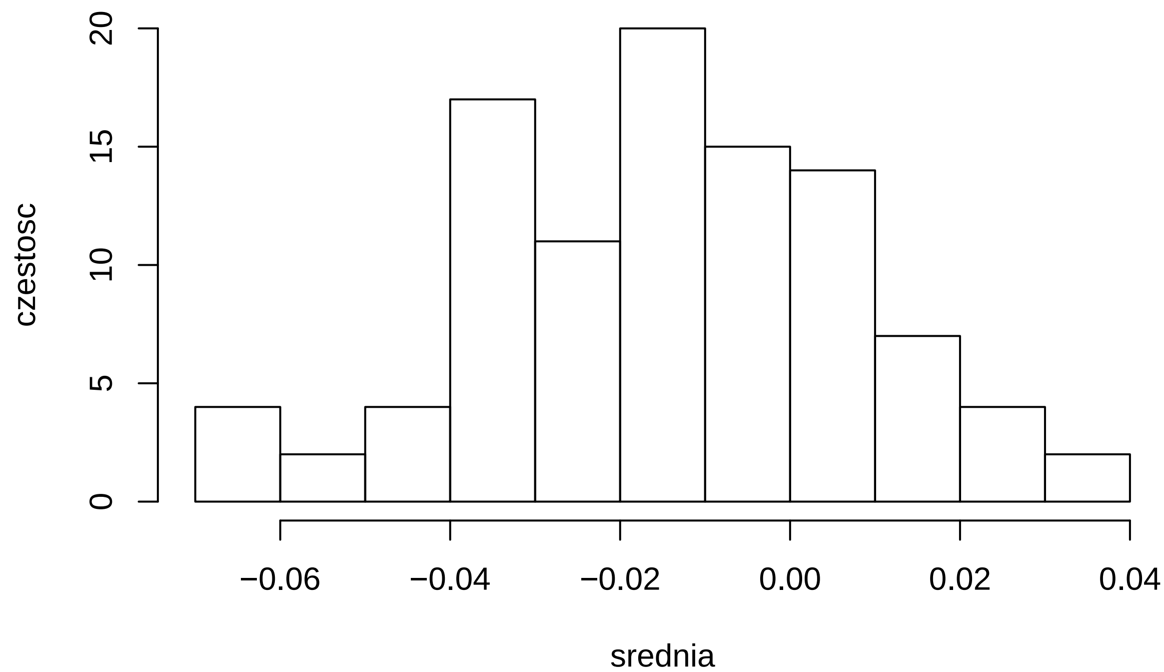
```
##   [1] 1.0000000 0.4358899 0.3838859 0.3635146 0.3525965 0.3457820 0.3411211
##   [8] 0.3377314 0.3351548 0.3331300 0.3314968 0.3301515 0.3290241 0.3280657
##  [15] 0.3272409 0.3265236 0.3258940 0.3253370 0.3248407 0.3243957 0.3239944
##  [22] 0.3236307 0.3232996 0.3229968 0.3227189 0.3224629 0.3222263 0.3220070
##  [29] 0.3218032 0.3216133 0.3214359 0.3212698 0.3211140 0.3209675 0.3208295
##  [36] 0.3206994 0.3205764 0.3204600 0.3203497 0.3202449 0.3201454 0.3200507
##  [43] 0.3199604 0.3198743 0.3197921 0.3197135 0.3196383 0.3195663 0.3194973
##  [50] 0.3194311 0.3193674 0.3193063 0.3192475 0.3191909 0.3191364 0.3190839
##  [57] 0.3190332 0.3189843 0.3189370 0.3188914 0.3188473 0.3188046 0.3187633
##  [64] 0.3187232 0.3186845 0.3186469 0.3186104 0.3185751 0.3185407 0.3185074
##  [71] 0.3184750 0.3184435 0.3184129 0.3183831 0.3183541 0.3183259 0.3182984
##  [78] 0.3182716 0.3182455 0.3182201 0.3181953 0.3181711 0.3181475 0.3181245
##  [85] 0.3181020 0.3180801 0.3180586 0.3180377 0.3180172 0.3179972 0.3179776
##  [92] 0.3179584 0.3179397 0.3179214 0.3179034 0.3178858 0.3178686 0.3178518
##  [99] 0.3178353 0.3178191
```

```r
#średnia wartość współczynników macierzy T
mean(T)
```

```
## [1] -0.01457702
```

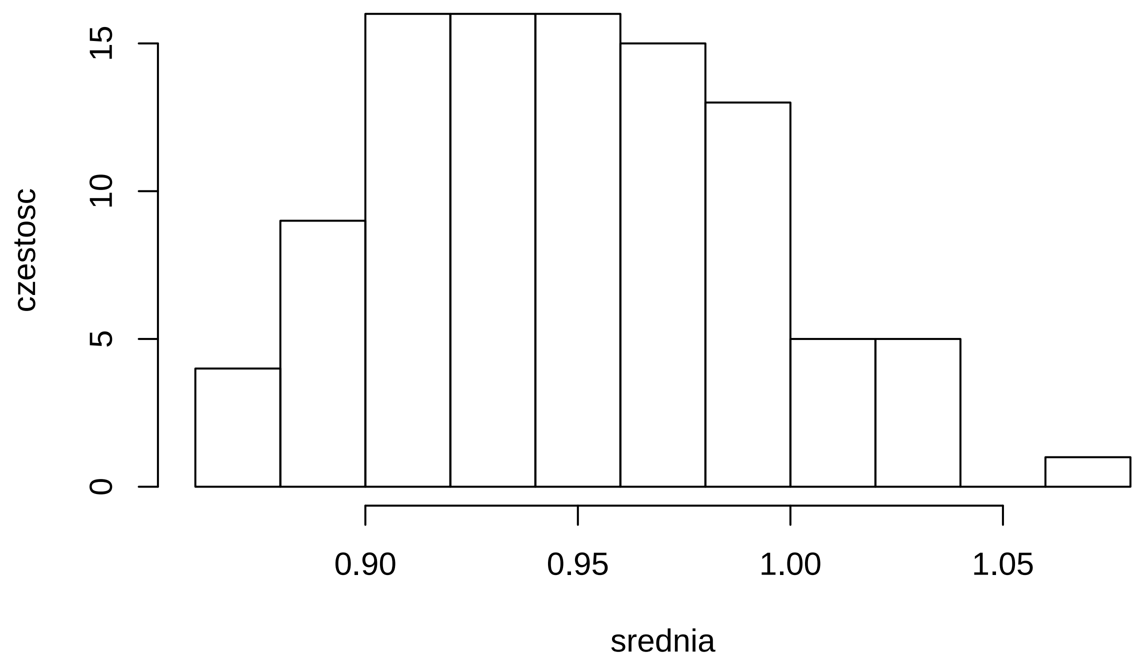
Histogram średnich wartości kolumn macierzy T

```r
s<-c()
for (i in 1:100) {
  s[i]<- mean(T[,i])
}
hist(s,xlab ="średnia",ylab = "częstość",main="")
```



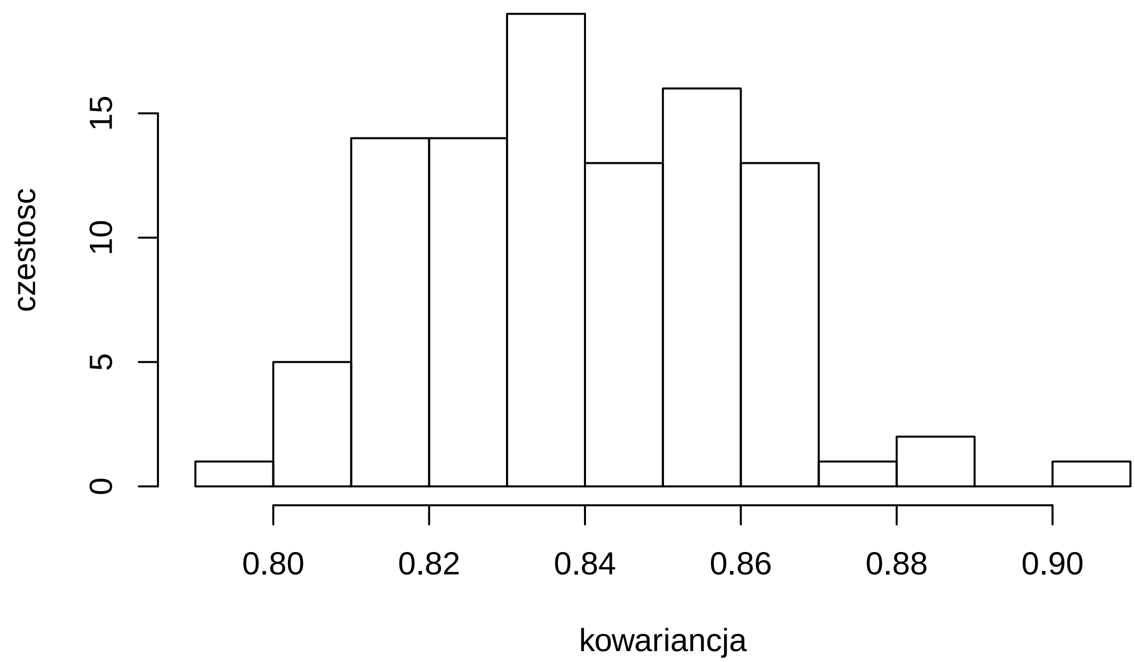
Histogram wariancji wartości kolumn macierzy T

```
w<-c()
for (i in 1:100) {
  w[i]<- var(T[,i])
}
hist(w,xlab ="średnia",ylab = "częstość",main="")
```



#Histogram kowariancji wartości dwóch kolumn macierzy T

```
k<-c()
for (i in 1:99) {
  k[i]<- cov(T[,1],T[,i+1])
}
hist(k,xlab ="kowariancja",ylab = "częstość",main="")
```


czestosc
0
5
10
15
0.80
0.82
0.84
0.86
0.88
0.90
kowariancja