

Projekt OWD - Dane nr 18



1. Model matematyczny

Model podzielono na kilka sekcji tematycznych wraz z objaśnieniami.

Pomoże to w zrozumieniu kolejnych procesów zachodzących przy obliczaniu wyniku końcowego.

Zadany problem jest złożony i wyliczanie kilku istotnych zmiennych warto wyróżnić za pomocą osobnej sekcji by łatwiej można było zrozumieć model.

Zbiory

S – zbiór surowców, $\{s1, s2\}$

P – zbiór produktów, $\{p1, p2, p3\}$

K – półprodukty typu K, $\{k1, k2, k3\}$

D – półprodukty typu D, $\{d1, d2, d3\}$

F – zbiór kryteriów, $\{koszt, n1, n2, n3\}$, agregacja kryteriów dla ułatwienia zapisu matematycznego

L – zbiór limitów, do przechowania wartości granic cenowych, $\{l1, l2, l3\}$

I – zbiór kategorii cenowych, $\{i1, i2, i3\}$

Funkcja celu

$$\text{maximize } f_{celu} \quad (1)$$

Metoda punktu odniesienia

$$f_{celu} = v + \varepsilon \sum_{f \in F} z_f \quad (2)$$

$$v \leq z_f, \quad \forall f \in F \quad (3)$$

$$z_f \leq \beta * \lambda_f * (y_f - a_f), \quad \forall f \in F \quad (4)$$

$$z_f \leq \lambda_f * (y_f - a_f), \quad \forall f \in F \quad (5)$$

Objaśnienia

(1-5) Metoda punktu odniesienia: Maksymalizujemy minimalną odległość między rozwiązaniem a aspiracją.

f_{celu} – funkcja celu, skalaryzująca funkcja osiągnięcia

z_f – wartości indywidualnych funkcji osiągnięcia

v – minimum z z_f

ε – arbitralnie mała stała

λ_f – współczynniki skalujące, zależne od nadiru i utopii

y_f – wektor ocen

a_f – aspirowana wartość f-tego kryterium

β – współczynnik pomniejszający znormalizowane nadmiary wartości ocen ponad poziomy aspiracji

Wartości wynikowe

$$zysk = przychod - koszt \quad (6)$$

$$y_f = 1 - \frac{\minZam - wytProd_p}{\minZam}, \text{ dla } f \in \{n1, n2, n3\} \quad (7)$$

$$y_k = \maxKoszt - koszt, \text{ dla } k \in \{koszt\} \quad (8)$$

$$koszt = kosztU + \sum_{s \in S} kosztWykS_s \quad (9)$$

$$przychod = \sum_{p \in P} wytProd_p * cenaSprzedazy_p \quad (10)$$

Objaśnienia

zysk – zmienna dodatkowa informująca użytkownika jaki zysk osiągnie

koszt – łączny koszt wykorzystania surowców i kosztu pracu zakładu uwodornienia

kosztWykS_s – koszt wykorzystania s-tego surowca

minZam - minimalne zamówienie na każdy tym produktu

wytProd_p – ilość wytworzonego p-tego produktu (w tonach)

cenaSprzedazy_p – cena sprzedaży 1 tony p-tego produktu

przychod- wynika ze sprzedaży wytworzonych produktów po ustalonych cenach

kosztU – zmienna, koszt ostateczny pracy zakładu uwodornienia

maxKoszt- maksymalny możliwy koszt, wyliczony wcześniej i umieszczony jako stała w zadaniu

(7-8) Przypisujemy wartości wynikowe dla wszystkich kryteriów. Są 3 kryteria określające niedobór produktów i jedno kryterium kosztu całkowitego.

Koszt pracy zakładu uwodornienia

$$kUwod = cenaUwod * dUwod \quad (11)$$

$$bigInt * dUwod \geq \sum_{d \in D} wytProdDnaK_d \quad (12)$$

$$dUwod \leq bigInt * \sum_{d \in D} wytProdDnaK_d \quad (13)$$

Objaśnienia

kUwod- ostateczny koszt wykorzystania zakładu uwodornienia, $kUwod \in \{0, cenaUwod\}$

cenaUwod – cena pracy zakładu uwodornienia, gdy pracuje

dUwod – zmienna binarna, jest ustawiana, gdy zakład pracuje

(12-13) Zakład pracuje, gdy przetwarzany jest w nim przynajmniej jeden półprodukt typu D.

bigInt – bardzo duża liczba, przyjęto 99999999

wytProdDnaK_d – określa ile wytworzonych półproduktów typu D zostanie przeznaczonych na półprodukty typu K i wysłanych do zakładu uwodornienia

Przetwarzanie surowców

$$dostSur_s \geq wykSur_s, \forall s \in S \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} wykSurNallosc_{s,i} = wykSur_s, \forall s \in S \quad (15)$$

$$\sum_{s \in S} kosztWykS_s = wykSur * cenaSur_s + \sum_{i \in I} (wykSurNallosc_{s,i} * cenaPrzetwSur_{s,i}), \forall s \in S \quad (16)$$

Objaśnienia

(14) Warunek: można wykorzystać maksymalnie tyle surowca ile jest go dostępnego

(15) Warunek: surowce podzielone na kolejne kategorie cenowe muszą się sumować do surowców łącznie

(16) Wyliczenie ile kosztuje wykorzystanie poszczególnych surowców. Obejmuje cene zakupu surowca i po jakiej cenie zostanie on przetworzony. W zależności od tego która tona surowca z kolei jest przetwarzana to danemu surowcowi przypisywana jest inna cena.

$dostSur_s$ – ilość dostępnych surowców

$wykSur_s$ – decyzja ile każdego surowca zostanie wykorzystane

$wykSurNallosc_{s,i}$ – podzielenie surowców na kolejne kategorie cenowe, każdy kolejny surowiec po przekroczeniu pewnego progu (limitu) przechodzi na kolejną kategorię cenową

$kosztWykS_s$ – łączny koszt wykorzystania i przetworzenia poszczególnych surowców

$cenaPrzetwSur_{s,i}$ – cena przetworzenia 1 tony s-tego surowca w i-tej kategorii cenowej

$cenaSur_s$ – ile kosztuje zakup 1 tony s-tego surowca

Podział surowców na kategorie cenowe

Surowiec 1

$$wykSurNallosc_{s1,i1} \leq l_{s1,i1} \quad (17)$$

$$wykSurNallosc_{s1,i1} \leq (l_{s1,i2} - l_{s1,i1}) * us1_{l1} \quad (18)$$

$$l_{s1,i1} * us1_{l1} \leq wykSurNallosc_{s1,i1} \quad (19)$$

$$(l_{s1,i2} - l_{s1,i1}) * us1_{l2} \leq wykSurNallosc_{s1,i2} \quad (20)$$

$$wykSurNallosc_{s1,i3} \leq bigInt * us1_{l2} \quad (21)$$

Surowiec2

$$wykSurNallosc_{s2,i1} \leq l_{s2,i1} \quad (22)$$

$$wykSurNallosc_{s2,i1} \leq (l_{s2,i2} - l_{s2,i1}) * us2_{l1} \quad (23)$$

$$l_{s2,i1} * us2_{l1} \leq wykSurNallosc_{s2,i1} \quad (24)$$

$$(l_{s2,i2} - l_{s2,i1}) * us2_{l2} \leq wykSurNallosc_{s2,i2} \quad (25)$$

$$wykSurNallosc_{s2,i3} \leq bigInt * us2_{l2} \quad (26)$$

Objaśnienia

(17-21) i (22-26) Są analogiczne. Wynika to z tego, że w zależności jak rozpatrujemy funkcję celu to raz mogą być maksymalizowane zyski a raz koszty. Dlatego zabezpieczono model z dwóch stron, tzn dla preferencji maksymalizacji i minimalizacji cen.

(17-26) Mają za zadanie podzielić $wykSur_s$ na trzy porcje, ponieważ każda partia posiada inną cenę przetwarzania. Podział polega na tym, że najpierw pierwszą partię wypełniamy do limitu 1, potem wypełniamy drugą partię itd...

$l_{s,i}$ - limit s-tego surowca w i-tej kategorii cenowej, jest to próg ilościowy ilości surowca który może być przetwarzany w danej kategorii cenowej

$us1_l, us2_l$ – zmienne pomocnicze binarne potrzebne do ustalania w której kategorii cenowej znajdują się surowce

Przetwarzanie surowca na półprodukty typu D

$$wytPolPrD_d = \sum_{s \in S} wykSur_s * iloscPolPrDNaSur_{s,d}, \forall d \in D \quad (27)$$

$$\sum_{s \in S} wykSur_s \leq przygPrzep \quad (28)$$

Objaśnienia

(27) Wszystkie przetworzone surowce S1,S2 muszą zostać przetworzone na półprodukty typu D.

(28) W przygotowni można przetworzyć ograniczoną łączną ilość surowców

$przygPrzep$ – stała określająca ile można maksymalnie przetworzyć surowców

$wytPolPrD_d$ - ile półproduktów typu D zostało wytworzonych

$iloscPolPrDNaSur_{s,d}$ - ile d-tego półproduktu otrzymamy z 1 tony s-tego surowca

Przetwarzanie półproduktów D na półprodukty typu K

$$\sum_{d \in D} wytPolPrDNaK_d \leq uwodPrzep \quad (29)$$

$$wytPolPrD_d = wytPolPrDNaK_d + wytPolPrDNaP_d, \forall d \in D \quad (30)$$

$$wytPolProdK_k = \sum_{d \in D} wytPolPrDNaK_d * iloscPolPrKNaPolPrD_{d,k}, \forall k \in K \quad (31)$$

Objaśnienia

(29) Zakład uwodornienia ma określoną przepustowość, dlatego wszystkie półprodukty D przeznaczone na produkcję K nie mogą przekroczyć tego limitu.

(30) Ilość półproduktów typu D przeznaczonych na produkcję K i P muszą się sumować do wszystkich wytworzonych półproduktów typu D.

(31) Wylicza ile półproduktów typu K zostanie wytworzonych z półproduktów typu D

$wytPolPrDNaK_d$ – ile danego półproduktu typu D jest przeznaczonego ogólnie na produkcję półproduktów typu K

$wytPolPrDNaP_d$ - ile danego półproduktu typu D jest przeznaczonego ogólnie na produkcję produktów P

$uwodPrzep$ - stała określająca maksymalną przepustowość zakładu uwodornienia

$iloscPolPrKNaPolPrD_{d,k}$ -zmienna określająca ile półproduktów k otrzyma się z 1 tony półproduktu d

Przetwarzanie półproduktów D,K na produkty P

$$\sum_{p \in P} wykPolProdKNaP_{k,p} = wytPolProdK_k, \forall k \in K \quad (32)$$

$$\sum_{p \in P} wykPolProdDNaP_{d,p} = wytPolProdD_d, \forall d \in D \quad (33)$$

$$wykPolProdKNaP_{k,p} \leq mozliwProdPzK_{k,p}, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (34)$$

$$wykPolProdDNaP_{d,p} \leq mozliwProdPzD_{d,p}, \forall d \in D, \forall p \in P \quad (34)$$

$$wytProd_p = \sum_{k \in K} wykPolProdKNaP_{k,p} + \sum_{d \in D} wykPolProdDNaP_{d,p}, \forall p \in P \quad (35)$$

(32) Podział półproduktów K na wytwarzanie produktów musi się sumować do ogólnej ilości półproduktów K

(33) Analogicznie do (32)

(34-35) Wprowadzają ograniczenia, by nie produkować z niedozwolonych półproduktów

(35) Wyliczenie ile wytworzono produktów, przetwarzanie półproduktu na produkt działa 1:1

$wykPolProdKNaP_{k,p}$ - macierz w której podzielone jest, który półprodukt k na który produkt p jest przeznaczony

$wykPolProdDNaP_{d,p}$ - analogicznie jak powyżej

$mozliwProdPzK_{k,p}$, $mozliwProdPzD_{d,p}$ - ustalane z góry, w macierzy określone są maksymalne możliwe produkcje, ponieważ zamiana półproduktu na produkt działa 1:1, to w przypadku braku możliwości produkcji jest 0 a przy możliwości produkcji wartość *bigInt*

2. Symulacja podejmowania decyzji

α_f Niedobory posiadają wartości w zakresie $<0;1>$ dlatego w tym zakresie używane będą aspiracje dla niedoborów.

Aspiracje kosztów są naturalne i nie wymagają skalowania, gdyż robi to model.

Minimalne zamówienie: 1717

Do skalaryzacji użyto wartości:

ε	0.000025		Arbitralnie mała stała
β	0.001		Współczynnik pomniejszający znormalizowane nadmiary wartości ocen ponad poziomy aspiracji.
λ	n1	1	Wynika z odwrotności różnic wektorów utopi i nadiu. Utopijny przypadek jest wtedy gdy niedobory nie występują i koszt są zerowe. Nadirowy przypadek jest wtedy gdy niedobory są maksymalne i osiągniemy maksymalny możliwy koszt, który wyliczono na poziomie 1959130.
	n2	1	
	n3	1	
	koszt	0.0000005	

2.1 Podejmowanie decyzji

Parametry wejściowe			
Krok 1			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		0	Koszt
Wynik			
Koszt	528667		
Zysk	-60041.9		
Wytworzone produkty	1263.14	P1	
	1263.14	P2	
	1263.14	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	3789.42	S2	
Komentarz	Na pierwszą próbę poszedł punkt aspiracji odpowiadający utopii. Optymalizator próbował minimalizować koszty przy równoczesnej próbie zaspokojenia potrzeby na wszystkie produkty. Wybrał coś pośredniego między każdym kryterium. W następnym kroku będę poszukiwać minimalnych kosztów przy zaspokojeniu wszystkich zapotrzebowań. Do tego należy aspirować wyższe koszty (wyższe od uzyskanego wyniowego kosztu z kroku 1).		

Parametry wejściowe			
Krok 2			
Punkt aspiracji	a	1	Niedobór P1
		1	Niedobór P2
		1	Niedobór P3
		628667	Koszt
Wynik			
Koszt	689067		
Zysk	-71298.1		
Wytworzone produkty	1665.15	P1	
	1665.15	P2	
	1665.15	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	4995.44	S2	
Komentarz	Dodając 100000 funduszy zbliżamy się do zaspokojenia potrzeb na produkty, ale to wciąż za mało.		

Parametry wejściowe			
Krok 3			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		710000	Koszt
Wynik			
Koszt	709782		

Zysk	-72745.5	
Wytworzone produkty	1717.19	P1
	1717	P2
	1717	P3
Wykorzystanie surowca	0	S1
	5151.19	S2
Komentarz	Udało nam się zaspokoić zapotrzebowanie na P1, P2, P3 ale wyprodukowano trochę za dużo P1. To oznacza, że trzeba trochę odjąć od aspirowanych kosztów by znaleźć punkt idealny, gdzie brak niedoborów przy równoczesnej minimalizacji kosztów.	

Parametry wejściowe			
Krok 4			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		709755	Koszt
Wynik			
Koszt	709757		
Zysk	-72750		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	1717	P2	
	1717	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	5151	S2	
Komentarz	<p>Aspirując na 709755 kosztów optymalizator zwrócił koszty o wartości 709757. Wcześniej przed symulacją wykorzystując ten sam model wyliczono minimalny koszt przy zaspokojeniu wszystkich zapotrzebowani na produkty który wynosi 709757. To oznacza, że poszukując za pomocą symulacji, znaleźliśmy punkt optymalny <i>f celu min koszt</i>.</p> <p>W dalszych krokach chciałabym obniżyć koszty. Oznacza to, że muszę pozwolić by któryś z produktów miał niedobory. Zbadam teraz, który produkt „opłaca się zaniedbać”, czyli będę obniżać kolejno niedobory i sprawdzać ile jednostek kosztu zyskam na każdym z nich.</p>		

Parametry wejściowe			
Krok 5			
Punkt aspiracji	a	0.5	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		709757	Koszt
Wynik			
Koszt	709757		
Zysk	-102797		
Wytworzone produkty	858.5	P1	
	2575.5	P2	
	1717	P3	

Wykorzystanie surowca	0	S1
	5151	S2
Komentarz	W tym przypadku aspiracje kosztowe są zbyt wysokie i chociaż optymalizatorowi udało się zwrócić wynik zgodny dla y_{n1} i y_{n3} to musiał wyprodukować więcej P2 by podwyższyć koszty. Spróbuje teraz obniżyć koszt by uzyskać idealną produkcję zgodną z aspirowanymi niedoborami.	

Parametry wejściowe			
Krok 6			
Punkt aspiracji	a	0.5	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		595558	Koszt
Wynik			
Koszt	595575		
Zysk	-93354.3		
Wytworzone produkty	858.486	P1	
	1717	P2	
	1717	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	4292.49	S2	
Komentarz	Dla kosztu równego 595575 uzyskujemy zaspokojenie potrzeby na P2, P3, połowe zapotrzebowania na P1 i oszczędzamy 114 182 jednostek.		

Parametry wejściowe			
Krok 7			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0.5	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		595568	Koszt
Wynik			
Koszt	595576		
Zysk	-63306.5		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	858.5	P2	
	1717	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	4292.5	S2	
Komentarz	Dla kosztu równego 595576 uzyskujemy zaspokojenie potrzeby na P1, P3, połowe zapotrzebowania na P2 i oszczędzamy 114 183 jednostek.		

Parametry wejściowe			
Krok 8			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0.5	Niedobór P3

		595572	Koszt
Wynik			
Koszt	595576		
Zysk	-37551.5		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	1717	P2	
	858.5	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	4292.5	S2	
Komentarz	Dla kosztu równego 595576 uzyskujemy zaspokojenie potrzeby na P1, P2, połowe zapotrzebowania na P3 i oszczędzamy 114 183 jednostek. Jak widać w kroku 6-7 koszty są takie same. W dalszych krokach będę badać czy któregoś produktu opłaca się w ogóle nie produkować, czyli rezygnacja z niego pozwoliłaby diametralnie ograniczyć wydatki.		

Parametry wejściowe			
Krok 9			
Punkt aspiracji	a	1	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		475625	Koszt
Wynik			
Koszt	475630		
Zysk	-108193		
Wytworzone produkty	0	P1	
	1717	P2	
	1717	P3	
Wykorzystanie surowca	2575.49	S1	
	858.498	S2	
Komentarz	Teraz sprawdzam jak wygląda koszt gdy zrezygnujemy z produkcji jednego z produktów (w tym przypadku P1).		

Parametry wejściowe			
Krok 10			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		1	Niedobór P2
		0	Niedobór P3
		481400	Koszt
Wynik			
Koszt	481396		
Zysk	-53863		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	0	P2	
	1717	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	3434	S2	

Komentarz	Widać, że rezygnowanie z P2 jest mniej opłacalne niż w kroku 9 , gdyż zwiększyły się koszt.
------------------	--

Parametry wejściowe			
Krok 11			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		1	Niedobór P3
		481400	Koszt
Wynik			
Koszt	481396		
Zysk	-2353		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	1717	P2	
	0	P3	
Wykorzystanie surowca	0	S1	
	3434	S2	
Komentarz	Tak samo jak w kroku 10 przy rezygnacji z P3. Warto jednak zwrócić uwagę, że porównując krok 9 i krok 11, to w kroku 11 tracimy 10 tys jednostek kosztu ale ostatecznie tracimy znacznie mniej. Wynika to z tego, że jeśli porównamy zyski w kroku 9 i 11 to mamy różnicę ponad 100 tysięcy. Dlatego mimo że w zadanie polega na minimalizacji (między innymi) kosztów, to uważam krok 11 za najbardziej korzystny. Sprawdźmy jeszcze czy jest możliwość zminimalizowania strat przy braku produkcji P3 i minimalnej obniżce produkcji P1 i P2.		

Parametry wejściowe			
Krok 12			
Punkt aspiracji	a	0	Niedobór P1
		0	Niedobór P2
		1	Niedobór P3
		475620	Koszt
Wynik			
Koszt	475631		
Zysk	3412		
Wytworzone produkty	1717	P1	
	1717	P2	
	0	P3	
Wykorzystanie surowca	2575.5	S1	
	858.5	S2	
Komentarz	Udało się uzyskać taki wynik, gdzie zaspokojono całe zapotrzebowanie na P1 i P2 równocześnie minimalizując koszty w taki sposób, że biznes nie przynosi strat. Udało się to uzyskać w przypadku wyłączenia zakładu uwodornienia i wykorzystania dwóch typów surowca S1, S2.		

3. Decyzja

Wszystkie kroki służyły poznaniu modelu i obserwacji jego zachowania.

Ostatecznie najlepszą decyzją wydaje się układ z kroku 12. Zaleca się rezygnację z produkcji produktu 3 oraz zamknięcie zakładu uwodornienia. Pozwoli to uniknąć niepotrzebnych kosztów. Wraz ze sprzedażą P1 i P2 biznes nie jest stratny a nawet możliwe jest wyjście na plus.

Poniżej znajduje się dokładna procedura produkcji dla uzyskania wyniku z kroku 12:

Wykorzystanie surowców	
S1	S2
2575.5	858.5

Wytworzone półprodukty typu D		
D1	D2	D3
1717 z czego całość na P1	1201.9 z czego całość na P2	515.1 z czego całość na P2

Wytworzone półprodukty typu K	
K1	K2
0	0
Koszt pracy zakładu uwodornienia	0

Wytworzone produkty		
P1	P2	P3
1717	1717	0

Zysk	3412
Przychód	479043
Koszt	475631

4. Załączone pliki

Implementacja modelu w języku AMPL znajduje się w plikach data.dat i model.mod.

W programie ampl można projekt uruchomić poleceniem *model model.mod*.

Symulacją można sterować za pomocą stałych w pliku dat:

param odniesienia_koszt_produkcji

param odniesienia_wzgledny_niedobor

Do projektu dodano pliki txt ze szczegółowymi wynikami kolejnych kroków symulacji, które opisano w sprawozdaniu: *krok1.txt* – *krok12.txt*.