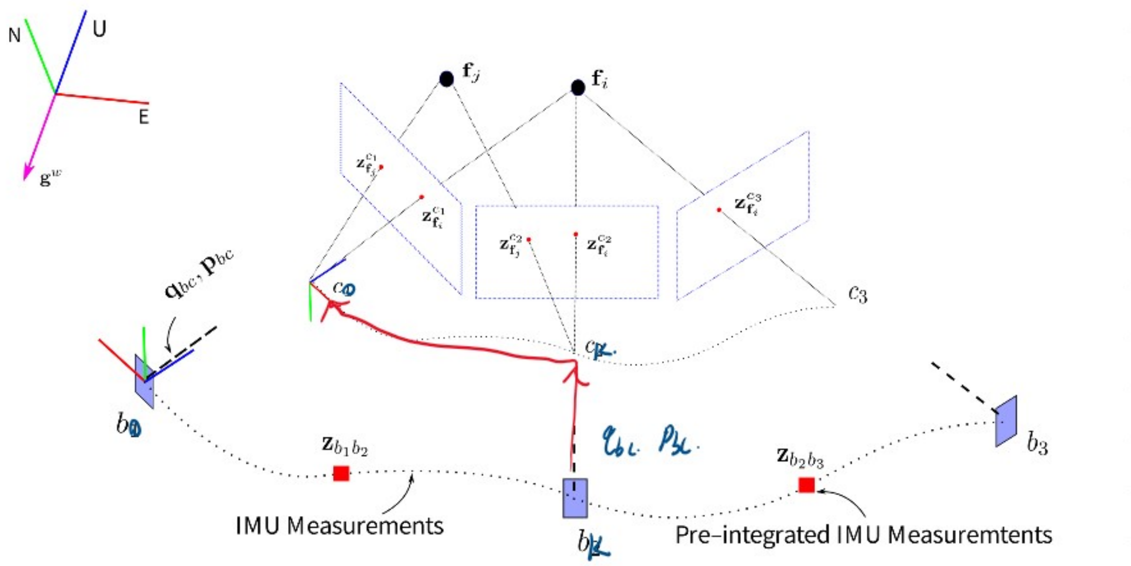
VINS-鲁棒初始化

2020年1月17日 22:18



视觉与IMU之间的关系:

①几何约束

考虑相机坐标系 c_0 为世界坐标系，则利用外参数 q_{bc}. p_{bc} 构建等式:

(如何从 b_k 转换到 c_0)

k-th body frame　　0-th camera frame.

$$q_{c_0b_k} = q_{c_0c_k} \otimes q_{bc}^{-1}$$

$$s\bar{p}_{c_0b_k} = s\bar{p}_{c_0c_k} - R_{c_0b_k} p_{bc}$$

→ 米制单位，可通过标定得到.

尺度因子: $\bar{p}$ 表示非米制单位的轨迹.

$$\Leftrightarrow \bar{p}_{c_0b_k} = \bar{p}_{c_0c_k} - \frac{1}{s}R_{c_0b_k}p_{bc}$$

$$\Rightarrow p_{c_0c_k} = \frac{1}{s}R_{c_0c_k}p_{bc} + \bar{p}_{c_0b_k}$$

②估计流程:

1) 旋转外参数 q_{bc} 未知，则先估计旋转外参数. → 通常而言 旋转参数比平移量重要.

2) 利用旋转约束估计陀螺仪 bias.

$$q_{c_0b_k} = q_{c_0c_k} \otimes q_{bc}^{-1}$$

$\omega = \hat{\omega} + bias + n$　n 是白噪声无法去除.

$\hat{\omega} = \omega - bias$

3) 利用平移约束估计重力方向，速度以及尺度初始值.

refine.

$$s\bar{p}_{c_0b_k} = s\bar{p}_{c_0c_k} - R_{c_0b_k}p_{bc}.$$

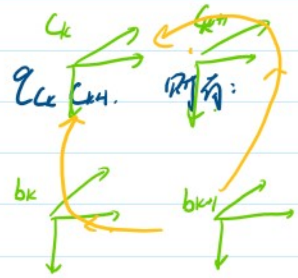
4. 对重力向量 g^{c_0} 进行进一步优化.

5. 求解世界坐标系 w 和初始相机坐标系 c_0 之间的旋转矩阵 q_{wc_0}，并将轨迹对齐到世界坐标系.

5. 标定世界坐标系 w 和初始相机坐标系 c_0 之间的旋转矩阵 q_{wc_0}，并将轨迹对齐到世界坐标系.

$g^w = \underline{q_{wc_i}}\, g_{c_i}$

① 利用旋转约束估计外参旋转 q_{bc}.



相邻两时刻 k, $k+1$ 之间有：IMU 旋转积分 $q_{b_k b_{k+1}}$，视觉测量 $q_{c_k c_{k+1}}$，则有：

$$\underbrace{q_{b_k b_{k+1}} \otimes q_{bc}}_{q_{b_k c_{k+1}}} = \underbrace{q_{bc} \otimes q_{c_k c_{k+1}}}_{q_{b_k c_{k+1}}}$$

可以上式写成：

$$\left([q_{b_k b_{k+1}}]_L - [q_{c_k c_{k+1}}]_R\right) \cdot q_{bc} = Q^k_{k+1} \cdot q_{bc} = 0$$

其中，$[\cdot]_L$ $[\cdot]_R$ 表示 Left and Right quaternion multiplication.

将多个时刻线性方程累加起来，并加上鲁棒核权重得到：

$$\begin{bmatrix} w^0_1 Q^0_1 \\ w^1_2 Q^1_2 \\ \vdots \\ w^{N-1}_N Q^{N-1}_N \end{bmatrix} q_{bc} = Q_N\, q_{bc} = 0$$

SVD 分解 即最小奇异值对应的奇异向量.

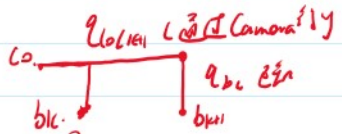
其中

$$w^k_{k+1} = \begin{cases} 1, & r^k_{k+1} < \text{threshold} \\ \dfrac{\text{threshold}}{r^k_{k+1}}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

由旋转矩阵和轴角之间的关系：$tr(R) = 1 + 2\cos\theta$，可得角度误差 r 的计算为：

$$r^k_{k+1} = \operatorname{acos}\left(\left(tr\left(\hat{R}^{-1}_{bc} R^{-1}_{b_k b_{k+1}} \hat{R}_{bc} R_{c_k c_{k+1}}\right) - 1\right) / 2\right)$$

② 基于旋转约束的 Gyroscope Bias.



如果外参数 q_{bc} 已标定好，利用旋转约束，可估计陀螺仪 bias：

$$\arg\min_{\delta b^g} \sum_{k\in B} \left\| 2 \left\lfloor q^{-1}_{c_0 b_{k+1}} \otimes q_{c_0 b_k} \otimes q_{b_k b_{k+1}} \right\rfloor_{xyz} \right\|^2$$

$= \left[q^c_{b_{k+1} b_k} \cdot q_{b_k b_{k+1}} \right]$ ↳ 由 Camera 得到的结果. q_{err} $\Rightarrow$ $q_{err} = \begin{bmatrix} \cos\theta \approx 1 \\ \frac{1}{2}\theta_{err} \end{bmatrix}$

其中，B 为所有的图像关键帧集合.

另外预积分的一阶泰勒近似：

$$q_{b_k b_{k+1}} \approx \underbrace{\hat{q}_{b_k b_{k+1}}}_{\text{测量值}} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} J^q_{b^g} \delta b^g \end{bmatrix}$$

考虑为最小二乘问题，求取相对雅可比矩阵，构建正规方程 $Hx = b$ 即可求解

$q_{b_k b_{k+1}} \approx \hat{\gamma}_{b_k b_{k+1}} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} J^{\gamma}_{b^g} \delta b^g \end{bmatrix}$

测量值

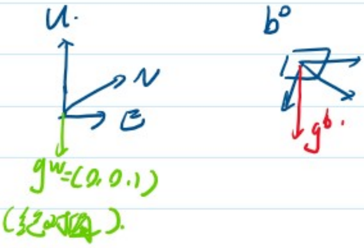
考虑用最小二乘问题，求取雅可比矩阵，构建正定方程 $Hx=b$ 即可求解

优化:

$$2.\ \hat{\gamma}^{-1}_{b_k b_{k+1}} \otimes q_{b_k b_{k+1}} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} J^{\gamma}_{b^g} \delta b^g \end{bmatrix}$$

估计 ⇒ 引入为: $J \delta b^g = b$ 测量值噪声.

③ 初始化速度、重力和尺度因子.



$$X_I = [v_0^{b_0},\ v_1^{b_1}, \dots v_n^{b_n},\ g^{c_0},\ s]^T$$

$v_k^{b_k}$: k时刻 body 坐标系的速度在 body 坐标系下的表示.

g^{c_0}: 重力向量在第0帧相机坐标系下的表示

s: 尺度因子，将视觉轨迹拉伸至米制单位.

回顾预积分量有:

(世界坐标系下)

平移:

$$\alpha_{b_i b_j} = q_{b_i w}(p_{wb_j} - p_{wb_i} - v_i^w \Delta t + \frac{1}{2} g^w \Delta t^2)$$

$$\beta_{b_i b_j} = q_{b_i w}(v_j^w - v_i^w + g^w \Delta t)$$

将世界坐标系转换成相机初始时刻坐标系 c_0 有:

$v_i^{c_0}$

$$\alpha_{b_k b_{k+1}} = R_{b_k c_0}(s(\bar{p}_{c_0 b_{k+1}} - \bar{p}_{c_0 b_k}) + \frac{1}{2} g^{c_0} \Delta t^2 - R_{c_0 b_k} v_k^{b_k} \Delta t_k)$$

Tips: why $v_k^{b_k}$:

因为IMU估计的加速度是body坐标系, $v_k^{b_k} + a_k t$ 便于处理.

$$\beta_{b_k b_{k+1}} = R_{b_k c_0}(R_{c_0 b_{k+1}} v_{k+1}^{b_{k+1}} + g^{c_0} \Delta t_k - R_{c_0 b_k} \cdot v_k^{b_k})$$

$$4.\ s\bar{p}_{c_0 b_k} = s\bar{p}_{c_0 c_k} - R_{c_0 b_k} p_{bc}$$

$$q_{c_0 b_k} = q_{c_0 c_k} \otimes q_{bc}^{-1}$$

$$\alpha_{b_k b_{k+1}} = s R_{b_k c_0}(\bar{p}_{c_0 c_{k+1}} - \bar{p}_{c_0 c_k}) - R_{b_k c_0} R_{c_0 b_{k+1}} p_{bc} + p_{bc} + \frac{1}{2} R_{b_k c_0} g^{c_0} \Delta t_k^2 - v_k^{b_k} \Delta t_k$$

将待估变量放到方程右边，有:

→ $R_{b_k b_{k+1}}$ → IMU预积分值

$$\hat{z}_{b_{k+1}}^{b_k} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{b_k b_{k+1}} - p_{bc} + R_{b_k c_0} R_{c_0 b_{k+1}} p_{bc} \\ \hat{\beta}_{b_k b_{k+1}} \end{bmatrix} = H_{b_{k+1}}^{b_k} X_I^k + n_{b_{k+1}}^{b_k}$$

其中:

$$X_I^k = [v_k^{b_k},\ v_{k+1}^{b_{k+1}},\ g^{c_0},\ s]^T$$

$$H_{b_{k+1}}^{b_k} = [-I \Delta t_k \quad 0 \quad \frac{1}{2} R_{b_k c_0} \Delta t_k^2 \quad R_{b_k c_0}(\bar{p}^{c_0}_{c_{k+1}} - \bar{p}^{c_0}_{c_k})]$$

$$H_{b_{k+1}}^{b_k} = \begin{bmatrix} -I\Delta t_k & 0 & \frac{1}{2}R_{b_k c_0}\Delta t_k^2 & R_{b_k c_0}(\bar{p}_{c_{k+1}}^{c_0} - \bar{p}_{c_k}^{c_0}) \\ -I & R_{b_k c_0}R_{c_0 b_{k+1}} & R_{b_k c_0}\Delta t_k & 0 \end{bmatrix}$$

故可转化为线性最小二乘问题求解:

$$\min_{\mathcal{X}_I} \sum_{k\in B} \left\| \hat{z}_{b_{k+1}}^{b_k} - H_{b_{k+1}}^{b_k} \mathcal{X}_I^k \right\|^2$$

④优化重力向量 g^{c_0}.

之前未考虑模长 g^{c_0} 的限制 $\|g^{c_0}\| = 9.81$

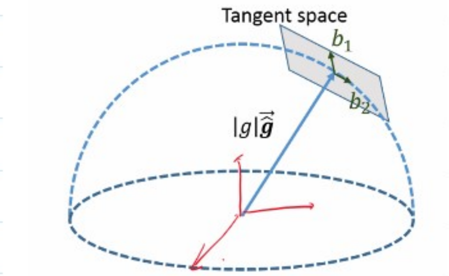


图: 两自由度的重力矢量参数化

故 ①: 重力向量参数化 模长: 9.81

三维向量自由度为 2. 可以利用切向空间进行参数化:

$$g^{c_0} = \|g\|\hat{g}^{c_0} + w_1\vec{b}_1 + w_2\vec{b}_2$$

单位向量

其中 w_1, w_2 为待优化变量:

$$\vec{b}_1 = \begin{cases} (\hat{g}^{c_0} \times [1,0,0]), & \hat{g}^{c_0} \neq [1,0,0]^T \\ (\hat{g}^{c_0} \times [0,0,1]), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

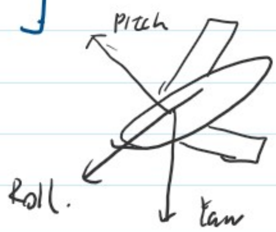
$$\vec{b}_2 = \hat{g}^{c_0} \times \vec{b}_1$$

代入优化向量可得:

$$\mathcal{X}_I^k = \begin{bmatrix} v_k^{b_k} \\ v_{k+1}^{b_{k+1}} \\ g^{c_0} \\ s \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_k^{b_k} \\ v_{k+1}^{b_{k+1}} \\ w^{c_0} \\ s \end{bmatrix}.$$

观测方程为:

$$\hat{z}_{b_{k+1}}^{b_k} = \begin{bmatrix} \alpha_{b_k b_{k+1}} - p_{bc} + R_{b_k c_0}R_{c_0 b_{k+1}}p_{bc} - \frac{1}{2}R_{kc_0}\Delta t_k^2\|g\|\hat{g}^{c_0} \\ \beta_{b_k b_{k+1}} - R_{b_k c_0}\Delta t_k\|g\|\hat{g} \end{bmatrix}$$



⑤将相机坐标系对齐世界坐标系:

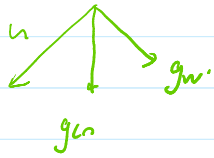
1) 找到 c_0 到 w 的旋转矩阵 $R_{wc_0} = \exp([\theta u]_\times)$

$$u = \frac{\hat{g}^{c_0} \times \hat{g}^w}{\|\hat{g}^{c_0} \times \hat{g}^w\|}, \qquad \theta = \operatorname{atan2}(\|\hat{g}^{c_0} \times \hat{g}^w\|, \hat{g}^{c_0}\cdot\hat{g}^w).$$

$g \cdot g^w \sin\theta$ $\qquad$ $g \cdot g^w \cos\theta$

2) 把所有 c_0 坐标系下的变量转到 w 下.

2. 把所有 c_0 坐标系下的变量转到 w 下.
3. 把相机平移和特征点尺度恢复到米制单位.



考虑到 g^{c_0} 的误差，其会影响整个系统的尺度，故要引入 g^{w_0} 使其与 g^{c_0} 对齐.

提问:

① 为什么加速度bias没有估计:

加速度bias非常小，例 0.0001，与 $g^{w_0}=9.81$ 相比，量级悬殊，可能造成估不出来

② 平移外参数 P_{bc} 为何没有初始化.

① P_{bc} 是线性量，容易求解.

② P_{bc} 通常非常小，影响不大.

其他初始化方法:

① 静止初始化: $v_0=0$, $a=g^{b_0}=g^{w_0}$ $w=0+b+n$. 只需考虑确定尺度信息.

② 其他.