- Der Index 0 z.b. μ_0 bedeutet, dass es sich um einen gegebenen Wert, und nicht um einen geschätzten Wert handelt.

I) Gauß Test:

Hauptziel: Hier wird die Hypothese über den Mittelwert (μ) getestet

Mean μ ist unbekannt, wir kennen SD σ

Gegeben muss sein:

$$H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_0 : \mu \leq \mu_0, \quad H_0 : \mu \geq \mu_0$$

Symbol	Bedeutung
n	Stichprobengröße
σ_0	Standardabweichung der gesamtheit
$\overline{X}_{(n)}$	Sample Mean

Decision Rule R**:**

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \in R \implies \text{reject } H_0$$

Rejection Region R**:**

H_0	rejection region R
$\mu = \mu_0$	$(-\infty, -u_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$
$\mu \leq \mu_0$	$(u_{1-\alpha}, \infty)$
$\mu \geq \mu_0$	$(-\infty, -u_{1-\alpha})$

Beispiel:

```
n <- 100
sd <- 0.3
sample_mean <- 10.1
alpha <- 0.1
#H0: mu = 10, H1: mu != 10
mu0 <- 10
#Rejection region
ru <- qnorm(1-(alpha/2))
rl <- -qnorm(1-(alpha/2))
#[-1.644854, 1.644854]
#teststatistic
t <- (sample_mean - mu0) / (sd / sqrt(n))
t > ru
#3.333333
#we reject h0 because we are in the rejection region
p_value <- 1 - pnorm(t)
#0.0004290603
```

II) t-Test:

Hauptziel: Hier wird die Hypothese über den Mittelwert (μ) getestet.

Mean μ und SD σ_0 sind unbekannt

⚠ Mean $\mu_0 wirddurch \mathrm{H}_0$ gegeben ⚠

Gegeben muss sein:

$$H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_0 : \mu \leq \mu_0, \quad H_0 : \mu \geq \mu_0$$

Symbol	Bedeutung
n	Stichprobengröße
$S_{(n)}$	Sample SD
$\overline{X}_{(n)}$	Sample Mean

Decision Rule:

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S_{(n)}}{\sqrt{n}}} \in R \implies \text{reject } H_0$$

Rejection Region R**:**

H_0	Rejection Region R
$\mu = \mu_0$	$(-\infty, -t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$
$\mu \leq \mu_0$	$(t_{n-1,1-\alpha}, \infty)$
$\mu \geq \mu_0$	$(-\infty, -t_{n-1,1-\alpha})$

Beispiel:

```
#H0: mu >= 250, h1: < 250
n <- 82
sample_mu <- 248
sample_sd <- 5
alpha <- 0.05
mu0 <- 250
R <- -qt(1-alpha, n-1)
#[ , -1.663884]
t <- (sample_mu - mu0) / ((sample_sd) / sqrt(n))
#-3.622154
t < r
p_value <- pt(t,n - 1)
#0.0002540167
```

III)Test für Varianz σ_0^2:

Hauptziel: Hier wird die Hypothese über die Varianz (σ_0^2) getestet.

Mean μ und SD σ sind unbekannt

⚠ Kein σ_0 da σ gegeben durch H_0 ⚠

⚠ Also kein Schätzwert ⚠

Gegeben muss sein:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, \quad H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2, \quad H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$$

Symbol	Bedeutung
$S^2_{(n)}$	Sample SD
$\overline{X}_{(n)}$	Sample Mean

Decision Rule:

$$T = \frac{(n-1)\, S^2_{(n)}}{\sigma_0^2} \in R \quad \Longrightarrow \quad \text{reject } H_0.$$

Rejection Region R:

H_0	rejection region R
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$(0,\ \chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}) \cup (\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$
$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$(\chi^2_{n-1,1-\alpha}, \infty)$
$\sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$(0,\ \chi^2_{n-1,\alpha})$

Beispiel:

```
#h0: sd >= 7, h1: sd <7
n <- 82
sample_mu <- 248
sample_sd <- 5
alpha <- 0.05
sd0 <- 7
#Rejection region
R <- qchisq(alpha, n-1)
#[ ,61.26148
#Teststatistics
t <- ((n - 1) * sample_sd)/sd0
#57.85714
t < r
p_value <- pchisq(t, n-1)
#0.02419782
```

IIII)Bernoulli Test für Probability p_0:

Hauptziel: Zu prüfen, ob die beobachtete Erfolgsrate $\hat{p}$ signifikant von der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit p_0 abweicht

Probability p_0 ist unbekannt

$$\text{Number of successes: } X = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim B(n,p), \quad \text{d.h. } \mathbb{E}(X) = np$$

$$\mathrm{Var}(X) = np(1-p).$$

Gegeben muss sein:

$$H_0 : p = p_0, \quad H_0 : p \leq p_0, \quad H_0 : p \geq p_0$$

Symbol	Bedeutung
n	Stichprobengröße
X	Number of successes
$\hat{p}$	$\frac{X}{n}$ Example Probabilitz

Teststatistic

$$T = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}, \quad \text{mit } \hat{p} = \frac{X}{n}.$$

Decision Rule

$$T = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \in R \quad \Longrightarrow \quad \text{Reject } H_0.$$

Rejection Region R

H_0	Rejection Area R
$p = p_0$	$(-\infty, -u_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$
$p \leq p_0$	$(u_{1-\alpha}, \infty)$
$p \geq p_0$	$(-\infty, -u_{1-\alpha})$

Normal Approximation:

```
#a) 80% immunity rate
#b) H0: p <= 80, H1: p > 80
p0 <- 0.8; n <- 200; x <- 172
alpha <- 0.05
phut <- x / n
#Rejection region
R <- pnorm(1 - alpha)
#r <- [0.8289439, ]
#teststatistic
t <- (phut-p0)/sqrt((p0 * (1 - p0)) / n)
#2.12132
t > R
p_value <- 1 - pnorm(t)
#0.01694743
```

Exact test:

```
#exact
binom.test(172, p = 0.8, n = n,
    alternative = 'greater', conf.level =
    1-alpha)
#0.01793
```