Taller 3: Interpolación

Camilo García, Andrés Giraldo, David Ramírez

19 de octubre de 2021

1. Introducción

A continuación se presenta la argumentación de la solución para el taller numero 3 del curso de análisis numérico, haciendo uso de la interpolación de Lagrange como método principal, donde aproximamos el valor de un f(x) dado un x aleatorio, y según este resultado concluir para cada problema si el es valor adecuado.

2. Soluciones

2.1. Punto 1

Como primer problema, se muestra una tabla que contienen las estadísticas de un curso con la cantidad de estudiantes según un rango de notas dado. Además de esto, se creó una variación de dicha tabla donde se contienen las frecuencias acumuladas para cada nota. Esto dado que el problema solicita la cantidad de estudiantes con una nota menor o igual a 55.

P1

En la tabla que sigue aparece las estadísticas de un curso con la cantidad de estudiantes en cada rango de notas.

Rango de Notas	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
N^o Estudiantes	35	48	70	40	22

Estime la cantidad de estudiantes con nota menor o igual a 55.

Figura 1: Primer enunciado

X <=	40	50	60	70	80
Y	35	83	153	193	215

Figura 2: Tabla de frecuencias acumuladas

Con la ayuda de la tabla de frecuencias acumuladas, se utiliza la interpolación de Lagrange con el fin de encontrar la ecuación con la cual daremos solución a este problema.

$$p_4(x) = \frac{x^4}{3750} - \frac{101^3}{1500} + \frac{371x^2}{60} - \frac{781x}{30} + 3343$$

Como resultado, se obtuvo que la cantidad de estudiantes con una nota menor o igual a 55 es de 120.

$$p(55) = 120$$

2.2. Punto 13

Para la solución de este punto se debe tener en cuenta el método utilizado para obtener la cuota integra sobre el impuesto de renta de un individuo a partir de la interpolación lineal,estos son datos obtenidos del enunciado del problema. Además dentro de este mismo contexto se concluye que es necesario obtener un valor de cuota integra para una base de 5000000, para lo cual se utiliza interpolación tanto de segundo como de 3r grado con el fin de comparar dichas respuestas y llegar a una conclusión.

2.2.1. Segundo Grado

Para la solución del problema se utilizaron los datos contenidos en la tabla /// ,utilizando la interpolación de lagrange se llego a una representación de cada fila como un arreglo de valores, los cuales darían paso al siguiente polinomio de 2do grado.

$$p_2(x) = 2{,}57142857142856e^{-8}x^2 + 0{,}151000000000003x - 26{,}0000000149012$$

Una vez hallada la ecuación correspondiente se realizo evaluó en el valor correspondiente a 5000000, dando como resultado:

$$p_3(5000000) = 1397831{,}14285705$$

2.2.2. Tercer Grado

El método utilizado en la interpolación de 3r grado para la obtención de la cuota integra fue exactamente el mismo aplicado a la interpolación de 2do grado, pero esta vez actualizando la tabla de cuota integra con relación a las bases dadas, para que así los vectores de valores correspondan a un polinomio de n-1 grados. Como resultado de la operación se obtuvo la siguiente ecuación de 3r grado

$$p_3(x) = 8{,}07793566946316e^{-8}x^3 + 2{,}57142857142763e^{-8}x^2 + 0{,}151000000000067x - 26{,}0000002980232$$

Una vez hallada la ecuación correspondiente se evaluó en el valor correspondiente a 5000000, dando como resultado:

$$p_3(5000000) = 1397831{,}14285705$$

Como se puede notar, el resultado fue el mismo tanto en la interpolación de 2do grado como la interpolación de 3r grado, esto dado a que el valor del primer termino de la ecuación de tercer grado es prácticamente despreciable, determinando a si que la cuota integra gravadle para un valor de 5000000 es finalmente de 1397831.1428

2.3. Conclusiones

- La interpolación nos permite obtener los valores deseados de un f(x) administrando un valor especifico de x, En el punto 1 es necesario tomar una tabla de frecuencias al momento de obtener dicho valor puesto que la solución solicitada se agrava a términos desde 0 a 55.
- Para el punto 2 necesario tomar la base gravable próxima a 5 millones ya que puede ser calculado en base a los datos que previamente se dieron. Así el valor manejado se acerca un poco más a lo que debe gravar el cliente.
- Igualmente para el punto 2 al reemplazar el polinomio en los dos lugares, se observa que ambos dan igual ya que uno de los valores es despreciable el polinomio de x^3.
- En el caso que se utilicen menos datos en el punto 13 se puede optimizar el proceso, debido a que requiere menor cantidad de iteraciones para hallar un resultado.

Referencias

[1] Ojeda, L. (2016). Análisis numerico básico. Escuela Superior Politécnica del Litoral.