

Entrega Obligatoria Módulos 1 y 2

Análisis Matemático

1. Dada la siguiente función:

$$f(x, y) = e^{(-x^2 - y^2)}(5x^2 + 5y^2)$$

- (a) Graficar la función y mostrar el resultado.
- (b) Analizar su dominio y continuidad en todo R^2 .
- (c) Estudiar (por definición) la diferenciabilidad de la función en el punto $(0, 0)$. ¿Qué entiende por “función diferenciable”?
- (d) ¿Es diferenciable en todo R^2 ?
- (e) ¿La función tiene algún máximo absoluto? Si existe, ¿éste es único? ¿A qué se debe?
- (f) ¿El punto $(0, 0)$ analizado, es un punto crítico? Si lo es, ¿de qué tipo?
- (g) Calcule, si es posible, el plano tangente a la función en el punto $(0.5, 1)$. En el caso de que sea posible, añádalo al gráfico del inciso (a).

2. Implemente, en un lenguaje/herramienta a elección, el **método de descenso por gradiente** para hallar el mínimo de la siguiente función:

$$g(x, y) = \text{sen} \left(\frac{x^2 + y^2}{5} \right)$$

Éste debe consistir de una función que tome como entrada 4 parámetros:

- Punto inicial
- Valor del factor α
- Tolerancia (ejemplo 10^{-5})
- Numero máximo de iteraciones

Debe retornar el punto al que converge.

- (a) Graficar la función (tomar el intervalo $[-8,8]$ tanto para x como para y) y mostrar el resultado.
- (b) Desarrollar (por escrito) 3 iteraciones del metodo implementado, partiendo del punto $(3, 0, g(3, 0))$ y utilizando $\alpha = 0.5$. Dar los valores de las variables utilizadas en cada iteración (debe estar presente los valores de las derivadas parciales).
¿El valor final obtenido parece ser un mínimo absoluto de la función? Compare el resultado con el gráfico del inciso anterior.
- (c) Realice los mismos pasos que en el punto anterior pero incrementando el valor de α a 0.8. ¿Se alcanzó el mínimo o estuvo cerca de hacerlo?
- (d) ¿Qué función cumple el coeficiente α en el metodo? ¿Podemos asignarle cualquier valor? ¿Si se eligiera un valor muy grande, cómo afectaría al desarrollo del método?
- (e) ¿Qué función cumple la tolerancia en el cálculo?
- (f) Ejecutar dos veces el método implementado con los siguientes parámetros iniciales:

Caso 1:

- Punto inicial: $(3, 0, g(3, 0))$
- Tolerancia: 10^{-5}
- Maximas iteraciones: 50
- Valor de α : 0.2

Caso 2:

- Punto inicial: $(1, 1, g(1, 1))$
- Tolerancia: 10^{-5}
- Maximas iteraciones: 50
- Valor de α : 0.2

Responder:

- i. ¿Se utilizó el maximo de iteraciones para alcanzar el valor aproximado?
- ii. ¿Se alcanzó el mínimo absoluto en ambos casos? ¿A qué se debe?
- iii. ¿El método siempre converge al mínimo absoluto de la función?

Regresión lineal

3. Un virus informático atacó el disco duro (HDD) de una computadora y a partir de una investigación realizada por expertos sobre el tema se adoptó el siguiente modelo $Y = 10\beta_1 x + \beta_0 + \epsilon$ para determinar el porcentaje de daño producido por el virus en función de los días y se obtuvieron los siguientes datos:

$$S_{xx} = 27768.357 \quad \bar{x} = 97.2143 \quad \hat{\beta}_0 = -0.4298$$

$$\sum x_i^2 = 160077 \quad \sum x_i y_i = 9885 \quad \sum y_i^2 = 27768.357$$

- (a) Calcular los estimadores de β_1 y β_0 por el método de mínimos cuadrados, detallando cada uno de los pasos.
 - (b) Estime la Recta de regresión estimada.
 - (c) ¿En cuantos días se pronostica un daño mayor al 90%?
 - (d) ¿Es posible que la recta verdadera pase por el origen? Realice una prueba de hipótesis adecuada con nivel de significancia 0.05 y responda.
 - (e) Si del intervalo de confianza para la respuesta media se conoce $L_2 = 100$ (límite superior) y cometándose un error de 0.05 en el mismo ¿Sobre qué día fijo se realizó el intervalo?
4. En la web y foro online **RateMyProfessors.com**, los estudiantes califican y comentan sobre sus profesores. Lanzado en 1999, el sitio incluye millones de calificaciones de miles de instructores. El archivo de datos incluye los resúmenes de las calificaciones de 364 profesores en un gran campus en el Medio Oeste (Bleske-Rechek y Fritsch, 2011). Cada instructor incluido en los datos tenía al menos 10 calificaciones durante un período de varios años. Los estudiantes proporcionaron calificaciones de 1 a 5 en calidad, utilidad, claridad y facilidad de los cursos del instructor. El archivo de datos proporciona los promedios de estas cinco clasificaciones

Tomando el dataset ratings.csv realizar 3 análisis de regresión lineal. En todos los casos tomar al atributo calidad como variable independiente o pronosticadora y al resto de atributos como variables dependientes.

Para cada uno de los casos:

- Construir y mostrar un gráfico de dispersión.
- Estimar la recta de regresión de mínimos cuadrados y graficarla junto a los puntos del inciso anterior
- Calcular la varianza y coeficiente de determinación
- Finalmente, observando lo obtenido en cada caso, ¿existe alguna diferencia entre los valores de cada escenario?, ¿A qué se debe?