Принцип max Понтрягина

$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$ - система

$x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f$ гранич. усл-я

физ. смысл?

$$J = \underbrace{S(x(t_f), t_f)}_{\text{терминальная часть}} + \int^{t_f} V(x(t), u(t), t)\,dt$$

функционал кач-ва

Решение:

1) Ф-ия Понтрягина

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda' f(x(t), u(t), t)$$

$\lambda' = \lambda'(t)$

2) $\left(\dfrac{\partial H}{\partial u}\right)_* = 0 \Rightarrow u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$

минимизируем H относ. u

3) Подставляем $u^*(t)$ в найденную H

$\Rightarrow H^*$

4) Составляем сис. ДУ

$$\dot{x}^* = \left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_*, \quad \dot{\psi}^*(t) = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_*$$

Решаем сист., используя гранич. усл.

Типы задач:

Задача 1.

$x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f$

Просто находим константы

Задача 2

$x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f, \quad t_f - ?$

$$\left(H + \frac{\partial S}{\partial t}\right)\Big|_{*t_f} = 0$$

исп. это и находим константы

Задача 3

$x(t_0) = x_0, \quad \psi^*(t_f) = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{*t_f}$

t_f – известно

$x(t_f) - ?$

Задача 4

$x_f - ?\quad t_f - ?$

x_f не зависит от t_f

$$\left(H + \frac{\partial S}{\partial t}\right)_{*}\Bigg|_{t_f} = 0$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x} - \lambda(t)\right)_{*}\Bigg|_{t_f} = 0$$

Задача

$$\ddot{x}(t) = u(t)$$

$$J = \frac{1}{2}\int_0^5 u^2(t)\,dt$$

$$x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 2$$

$$x(t_f) = \dot{x}(t_f) = 0$$

$$t_f = 5$$