

# Examen de Cálculo

## Instrucciones

Resuelva cada pregunta con claridad. Justifique todas sus respuestas analítica o gráficamente cuando sea necesario. No se permite el uso de calculadora.

1. Sea  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$  definida en  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
  - a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
  - b) Analice si hay máximos o mínimos locales.
  - c) ¿Existe algún punto donde la función no sea derivable? Justifique.
2. Sea  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3$ .
  - a) Determine los puntos críticos de la función.
  - b) Use el criterio de la segunda derivada para clasificarlos.
  - c) Identifique los intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
3. Un recipiente cilíndrico sin tapa debe construirse con un volumen de  $1000 \text{ cm}^3$ . Determine las dimensiones del cilindro (radio y altura) que minimizan el área de material usado. (*Recuerde: el área superficial es  $A = \pi r^2 + 2\pi rh$* )
4. Sea la sucesión  $a_n = \frac{(-1)^n n}{n+1}$ .
  - a) Demuestre que la sucesión no converge.
  - b) Determine si es acotada superior o inferiormente. Justifique.
5. Analice la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$$

- a) Determine si la serie converge o diverge.
- b) Justifique su respuesta usando un criterio apropiado (comparación directa, integral o comparación límite).