
Le problème du voyageur de commerce

Entre une solution exacte et une complexité polynomial

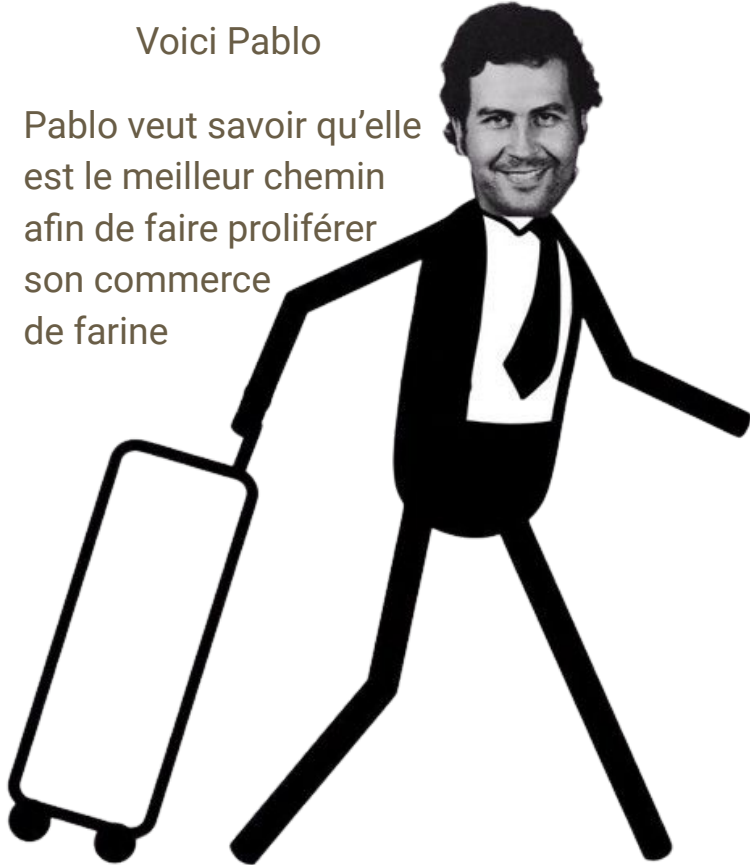
Sommaire

- Présentation du problème
- Quelques mots sur le problème
- Algorithmes exactes
 - Recherche exhaustive
- Algorithmes polynomiales
 - Glouton de la distance restante
 - Glouton de la proximité
 - Random
 - Tri statique
- Données utilisées
- Résultats

Présentation du problème

Voici Pablo

Pablo veut savoir qu'elle
est le meilleur chemin
afin de faire proliférer
son commerce
de farine



Quelques mots sur le problème

- C'est un problème qualifié de NP-Complet
- Il appartient au groupe des problèmes d'optimisation
- La difficulté est de trouver la meilleure solution en une complexité polynomiale
- Le principe est de trouver le plus court circuit à parcourir entre n points en partant d'un point donné

Recherche exhaustive

Description :

Essaye chaque possibilité et calcule la distance, si elle est inférieure à la + courte distance déjà connue alors il définit ce chemin comme étant le + court

Complexité :

$O(n \cdot n!)$

nombre de possibilités * le coût pour calculer la distance du chemin

```
void permute(int start) {
    if (start > NB_CITIES-2) copy_path_to_min_path();

    for (int i = start; i < NB_CITIES-1; i++) {
        swap_path(start, i);
        permute(start+1);
        swap_path(start, i);
    }
}

void brute_force() {
    init_path();

    permute(0);
}
```

Glouton de la distance restante

Description :

Choisit la ville qui est en moyenne + proche des villes restantes

Complexité :

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} 1 + \sum_{i=0}^{n-1} \left(\sum_{j=i}^{n-1} 1 + \sum_{j=i+1}^{n-1} 1 \right) + \sum_{i=0}^{n-1} 1 \leq 4n^2 = O(n^2)$$

```
void greedy_distance_remaining() {
    init_path();

    couple array[NB_CITIES-1];
    for (int i=0; i<NB_CITIES-1; i++) {
        couple c = {path[i], 0};
        for (int j=0; j<NB_CITIES-1; j++) c.y +=
            distance_cities[path[i]][path[j]];
        array[i] = c;
    };

    for (int i=0; i<NB_CITIES-1; i++) {
        couple min = {i, __INT_MAX__};
        for (int j=i; j<NB_CITIES-1; j++) if (array[j].y < min.y) {
            min.x = j; min.y = array[j].y;
        }
        swap_path(i, min.x); swap_couple(i, min.x, array);
        for (int j=i+1; j<NB_CITIES-1; j++) array[j].y -=
            distance_cities[path[i]][array[j].x];
    };
    copy_path_to_min_path();
}
```

Glouton de la proximité

Description :

Choisit la ville qui est + proche de celle actuelle

Complexité :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n 1 \leq n^2 = O(n^2)$$

n := le nombre de villes à parcourir, nombre de villes totales - 1

```
void greedy_proximity() {
    init_path();
    int actual_city = starting_city;
    for (int i=0; i<NB_CITIES-1; i++) {
        couple min = {i, __INT_MAX__};
        for (int j=i; j<NB_CITIES-1; j++)
            if (distance_cities[actual_city][path[j]] < min.y) {
                min.x = j;
                min.y = distance_cities[actual_city][path[j]];
            }
        swap_path(i, min.x);
        actual_city = path[i];
    }
    copy_path_to_min_path();
}
```

Random

Description :

Mélange la liste de ville et la renvoie,
probabilité de réussite $\geq 2/n!$

Complexité :

$O(n)$

```
void shuffle() {  
    init_path();  
    srand(time(NULL));  
  
    for (int i=0; i<NB_CITIES-1; i++)  
        swap_path(rand() % (NB_CITIES-1), i);  
  
    copy_path_to_min_path();  
}
```


Tri statique

Description :

Renvoie les villes triées par leur distance à la ville de départ

Complexité :

$O(n \cdot \log(n))$

le coût du tri

```
void static_sort() {
    init_path();

    couple array[NB_CITIES-1];
    for (int i=0; i<NB_CITIES-1; i++) {
        couple c = {
            path[i],
            distance_cities[starting_city][path[i]]
        }; array[i] = c;
    }

    merge_sort(array, 0, NB_CITIES-2);

    for(int i=0; i<NB_CITIES-1; i++) path[i] = array[i].x;
    copy_path_to_min_path();
}
```

Fonctions utiles

```
void copy_path_to_min_path() {
    int dist = distance_cities[starting_city][path[0]] + distance_cities[path[NB_CITIES-2]][starting_city];
    for (int i=0; i<NB_CITIES-2; i++) dist += distance_cities[path[i]][path[i+1]];

    if (dist < min_path[0]) {
        min_path[0] = dist;
        for (int i=1; i<NB_CITIES; i++) min_path[i] = path[i-1];
    }
}

void init_path() {
    min_path[0] = __INT_MAX__;
    for (int i = 0; i < NB_CITIES-1; i++) path[i] = i + (i ≥ starting_city);
}

void swap_path(int i, int j) {
    int temp = path[i];
    path[i] = path[j];
    path[j] = temp;
}
```

Données utilisées

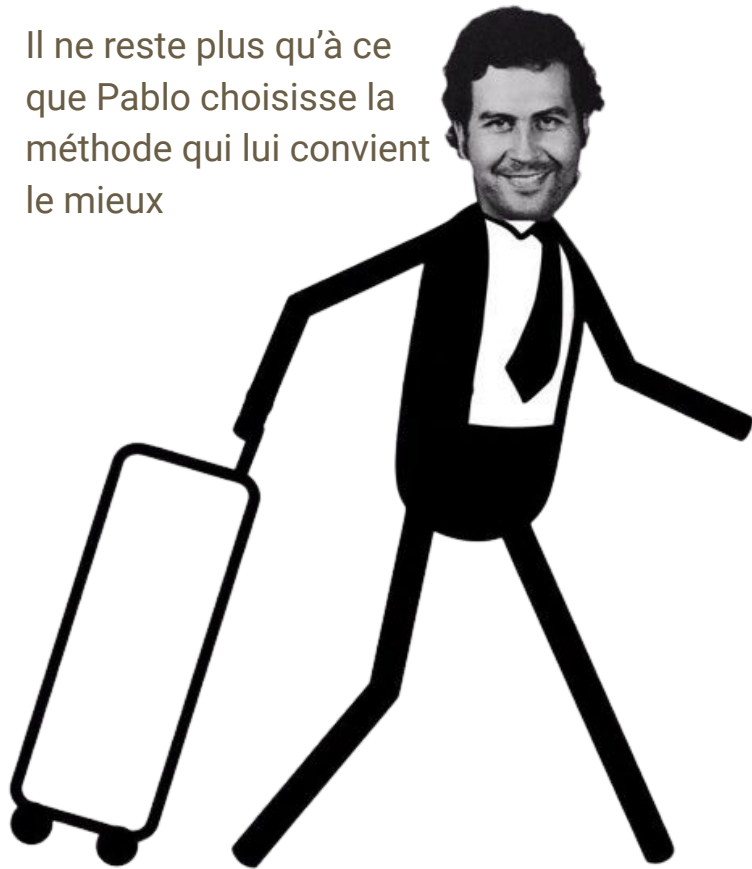
	Armenia	Bogota	Cartagena	Neiva	San Agustin
Armenia	0	177	652	184	303
Bogota	177	0	663	230	388
Cartagena	652	663	0	831	953
Neiva	184	230	831	0	159
San Agustin	303	388	953	159	0

*km

La ville de départ

Résultats

Il ne reste plus qu'à ce
que Pablo choisisse la
méthode qui lui convient
le mieux



Recherche exhaustive :

Bogota -> Cartagena -> Armenia -> San Agustin ->
Neiva -> Bogota : 2007 km

Glouton de la distance restante :

Bogota -> Armenia -> Neiva -> San Agustin ->
Cartagena -> Bogota : 2136 km

Glouton de la proximité :

Bogota -> Armenia -> Neiva -> San Agustin ->
Cartagena -> Bogota : 2136 km

Random :

Bogota -> Cartagena -> Neiva -> Armenia -> San
Agustin -> Bogota : 2369 km

Tri statique :

Bogota -> Armenia -> Neiva -> San Agustin ->
Cartagena -> Bogota : 2136 km