

Asignación 1

Entre rayos, señales y ruido

2200801 - Angélica Angarita
2200017 - Nicolás Toledo

24 de junio de 2022

Universidad
Industrial de
Santander



Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar distintos problemas relacionados con señales, aplicando un análisis de Fourier. Para la realización de este trabajo la principal herramienta utilizada fue *Python*, con la cual se hizo el tratamiento de datos y el análisis de Fourier. A lo largo del trabajo se obtuvieron distintas transformadas de Fourier, espectrogramas, espectros de potencia a través de la función autocorrelación, entre otros. Se intentó obtener la señal pura encubierta entre distintas señales ruidosas, para esto se eliminó el ruido y se reconstruyó la señal. La transformada de Fourier es muy útil para facilitar el análisis de señales y funciones. La identidad espectral de una señal se mantiene sin importar qué o quién la mida siempre que no esté presente un ruido muy exagerado.

1. Introducción

Los usos dados a la transformada de Fourier van desde encontrar patrones de difracción de algunas rendijas hasta el análisis señales, esta última siendo el objetivo de este trabajo. Al realizarle la transformada a un señal que se encuentra en términos del tiempo es posible observar más características del espectro de la misma [1].

Las señales normalmente son recolectadas por antenas, recogiendo datos del evento objetivo que se busca estudiar y otros que no lo son pero al estar cerca de la antena pueden ser obtenidos, a esto último se tiene en cuenta como **ruido**, ya que no es la información buscada y que solo le estorba a la señal pura. Ese ruido puede encontrarse en diferentes cantidades a lo largo de una señal y puede complicar el análisis de esta [2].

Este proyecto viene definido por dos etapas principales. En la primera etapa se tienen funciones de señales periódicas con y sin ruido. En la segunda etapa se tienen los datos de algunos eventos electro-atmosféricos tomados por diferentes antenas. En ambas etapas se realizó un análisis de Fourier.

2. Metodología

2.1. Etapa 1: Señales dadas por funciones

En la primera etapa de este trabajo se lleva a cabo la resolución a los problemas planteados en el documento adjunto al pie de página ¹, que en síntesis trata de la consideración de ciertas señales a las cuales se les aplicó la transformada de Fourier y se estudiaron conceptos relacionados tales como sus espectros de potencia, ruido o funciones de autocorrelación.

La herramienta principal utilizada para la realización de este trabajo fue *Python*, aprovechando su extenso abanico de librerías útiles en computación científica. También se hizo

¹Problemas planteados etapa 1.

uso de calculadoras online tales como *Wolfram* o *DCODE*, orientadas a resolver transformadas analíticas de fourier para una función dada.

2.2. Etapa 2: Señales de un evento electro-atmosférico

El objetivo de la segunda etapa consiste en el estudio de la identidad espectral de distintos eventos, cada uno de ellos medidos desde diferentes antenas. Una vez más, *Python* fue la herramienta utilizada para el tratamiento de datos, cálculos y gráficas.

Primero se tomaron los archivos de cada evento en donde se encontraban contenidos los datos de cada una de las antenas, se separaron los archivos por antenna para un mejor manejo de los datos. Luego de esto y con ayuda de la librería **Pandas** se subieron los datos y se comenzó con el tratamiento de los mismos. Para cada antenna de un determinado evento se graficaron las columnas de señal contra tiempo corregido en los intervalos escogidos. Uno de los resultados obtenidos es:

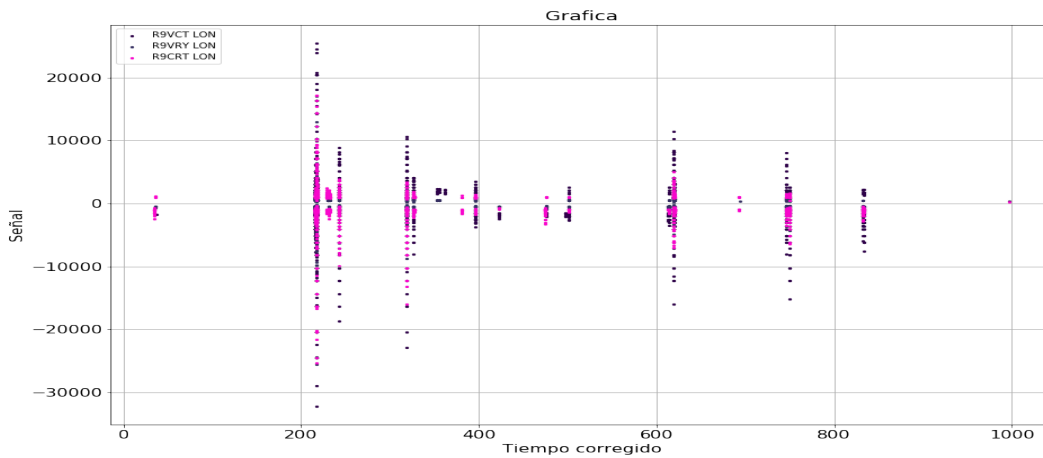


Fig. 1. Gráfica en la cual se observan los datos concentrados en ciertos intervalos de tiempo, siendo separados por grandes brechas de espacio sin datos.

Toda la información estaba reunida en los datasets subidos. Entonces, para aplicar la transformada rápida de Fourier (FFT) es necesario que los datos de la señal se encuentren con un muestreo de tiempo uniforme es decir, que la distancia entre los datos de tiempo sean los mismos, sin embargo, esto no ocurría en estos datasets crudos.

La mejor solución que fue pensada en un principio consistía en realizar un remuestreo con interpolaciones a **todo** el conjunto de datos, pero al final esta idea fue desechada, esto debido a la manera en que se encuentran distribuidos los datos en cada dataset. Los tiempos en los datasets donde pueden ser encontrados valores de señal están concentrados en intervalos muy pequeños, y entre cada uno de estos intervalos donde se puede encontrar señal, hay brechas de tiempo con ausencia de datos muy grandes (fig. 1), por lo que hacer una

interpolación no será algo efectivo, de hecho, podría ser contraproducente, esto sin importar el tipo de interpolación; fueron utilizadas interpolaciones lineales, cúbicas, de krogh, spline, entre otras, y todos los resultados no fueron los esperados.

Con el fin de evitar esto, se eligió la concentración con más datos para cada antenna en su correspondiente evento (por ejemplo, en la figura 13 se eligió la concentración de datos sombreada en amarillo).

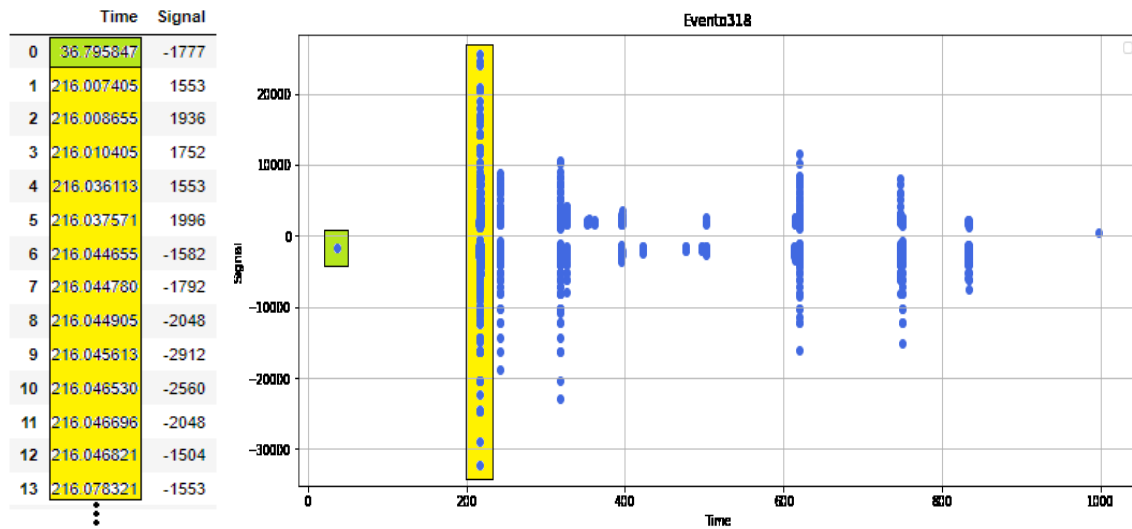


Fig. 2. En esta gráfica pueden observarse los datos medidos por una antenna en un determinado evento. Los datos existen en concentraciones separadas por brechas de tiempo con ausencia de datos.

Luego se graficaron los datos del intervalo escogido (fig. 3) y a esta sí se le aplicó una interpolación, obteniendo así datos igualmente espaciados en el tiempo para posteriormente aplicar la transformada rápida de fourier (FFT).

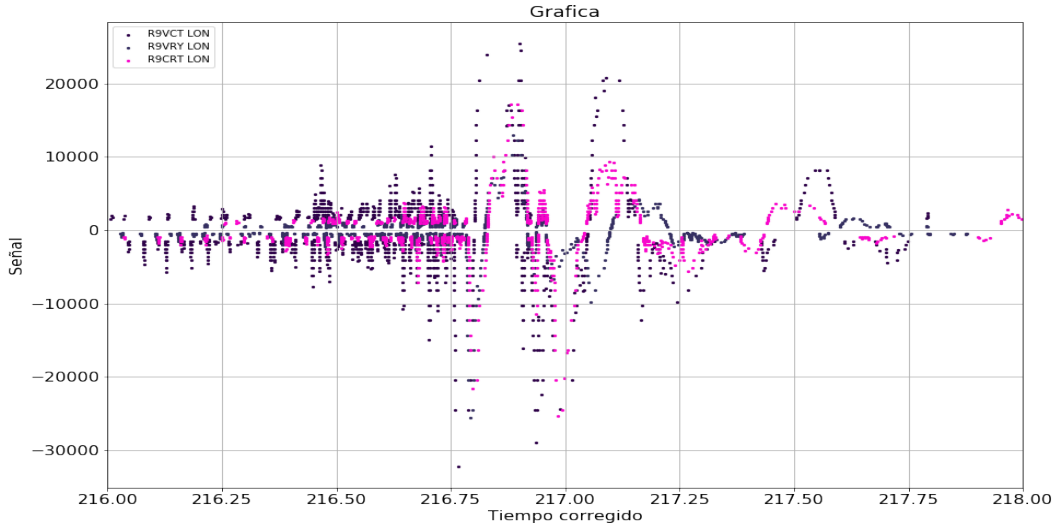


Fig. 3. Gráfica del intervalo de tiempo en el que sucede el evento electro-atmosférico escogido, en esta se grafica como se mencionó antes Señal contra tiempo.

Al realizar la transformada rápida de fourier con ayuda de la librería de *Scipy* y graficarla en contra de la frecuencia era sencillo observar que valores compartían las antenas entre ellas y cuales se pueden considerar ruido. Entonces para limpiar la señal ruidosa se encontró el espectro de potencia de esta misma a partir de la función autocorrelación, se observaron cuáles fueron las frecuencias relevantes y de ellas se realizó el análisis de cuales de estas iban a ser consideradas ruido. Con esta información se eliminaron las frecuencias de ruido de la función transformada, al aplicar la transformada inversa de fourier se recuperó la señal limpia.

Además de lo mencionado a lo largo de esta sección, se graficaron los espectrogramas pertenecientes a cada evento para tener la representación visual de esa señal y observar la diferentes intensidades de frecuencia de la señal a lo largo del tiempo.

3. Datos y resultados

3.1. Etapa 1.1: Señales de funciones sinusoidales

A partir de las señales

$$y(t) = 3 \cos(\omega t) + 5 \cos(3\omega t) + 8 \cos(7\omega t) \quad (1)$$

$$y(t) = 3 \sin(\omega t) + 2 \sin(3\omega t) + 3 \sin(8\omega t) \quad (2)$$

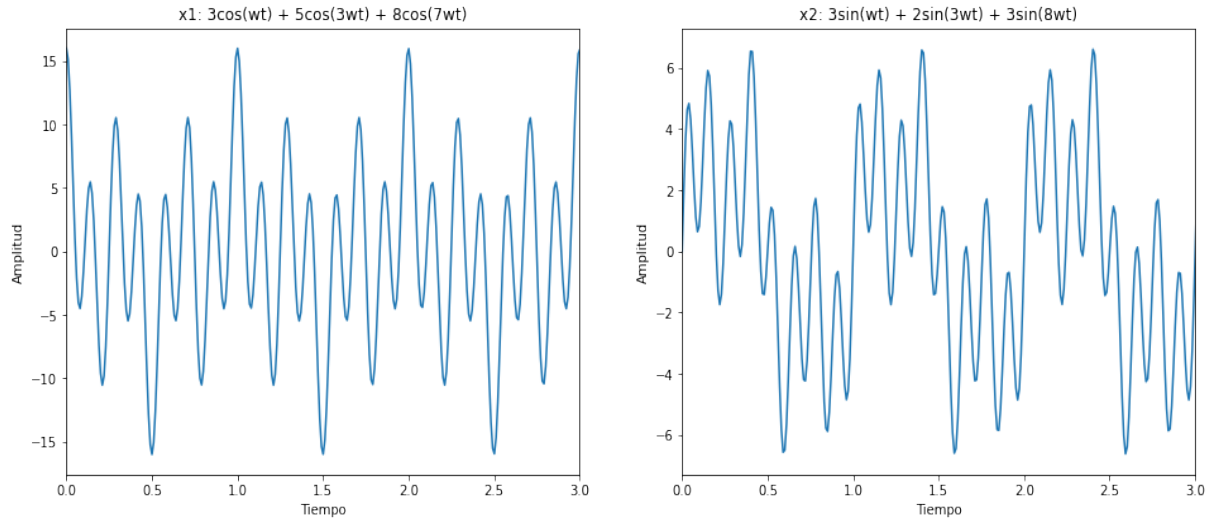


Fig. 4. Gráficas de las señales (eq.1) y (eq.2). Estas fueron creadas con *Python*.

Se calculó su transformada analítica de Fourier tomando su velocidad angular ω como 2π , por lo que la frecuencia $\frac{\omega}{2\pi}$ es igual a 1. Los resultados de la transformada de ambas señales (eq.1 y eq.2) son respectivamente:

$$4\delta(f-7) + \frac{5\delta(f-3)}{2} + \frac{3\delta(f-1)}{2} + \frac{3\delta(f+1)}{2} + \frac{5\delta(f+3)}{2} + 4\delta(f+7) \quad (3)$$

$$-\frac{3i\delta(f-8)}{2} - i\delta(f-3) - \frac{3i\delta(f-1)}{2} + \frac{3i\delta(f+1)}{2} + i\delta(f+3) + \frac{3i\delta(f+8)}{2} \quad (4)$$

Como puede apreciarse, la transformada correspondiente a la primera señal es de valores reales y la segunda de valores imaginarios.

Las gráficas de estas señales que contienen deltas de Dirac son:

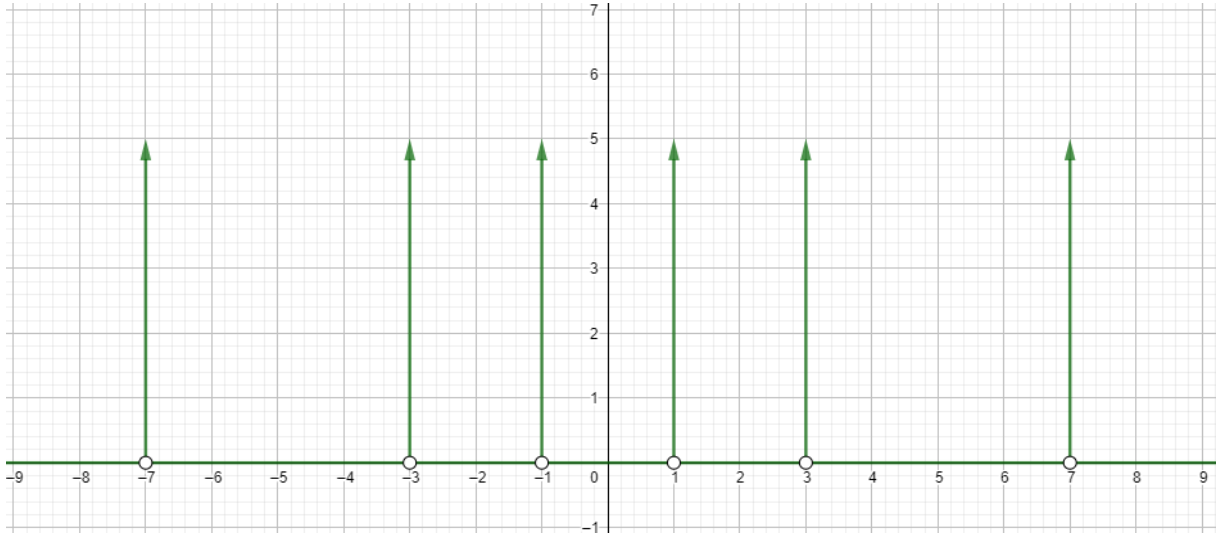


Fig. 5. Gráfica de la transformada analítica de la primera señal

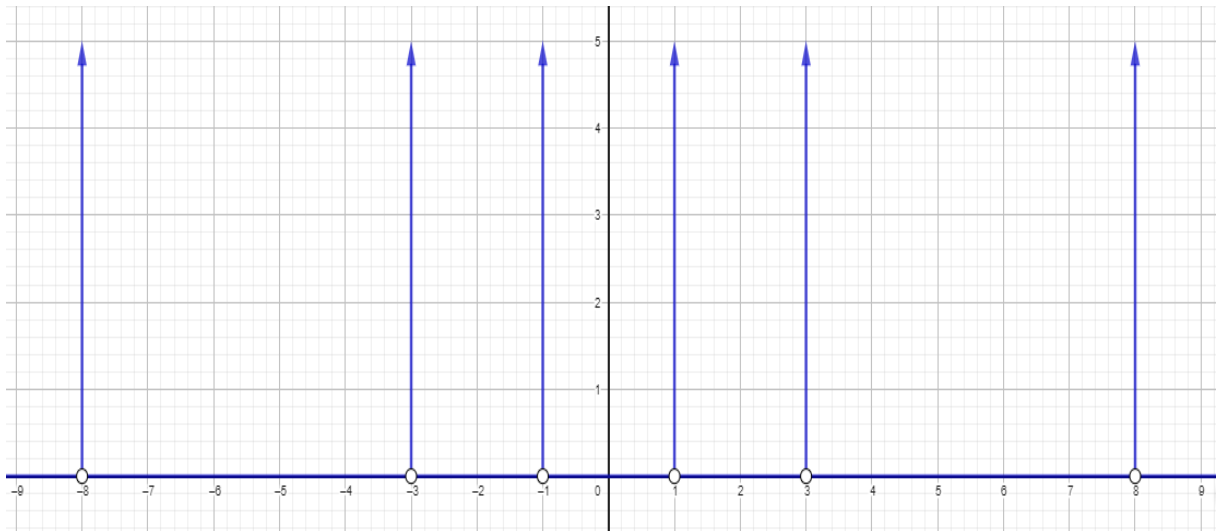


Fig. 6. Gráfica de la transformada analítica de la segunda señal

Ahora bien, lo siguiente fue obtener estas mismas transformadas pero a partir de una transformada discreta de Fourier. Para conseguir esto se hizo uso de la librería *Scipy* para FFT (Fast Fourier Transform, un algoritmo que permite calcular la DFT haciendo más eficiente el tiempo computacional). Entonces, se creó un array correspondiente al tiempo desde $t=0$ a $t=10$, cuyo tamaño de paso elegido entre los elementos del array fue de 0.01, por lo que la cantidad de puntos a muestrear son 1000. Una elección mayor de cantidad de puntos a muestrear hace que la señal sea más cercana a la pretendida, con un menor tamaño de paso se mejora el aliasing y los resultados terminan siendo mejores.

De este modo, se obtuvieron las siguientes gráficas:

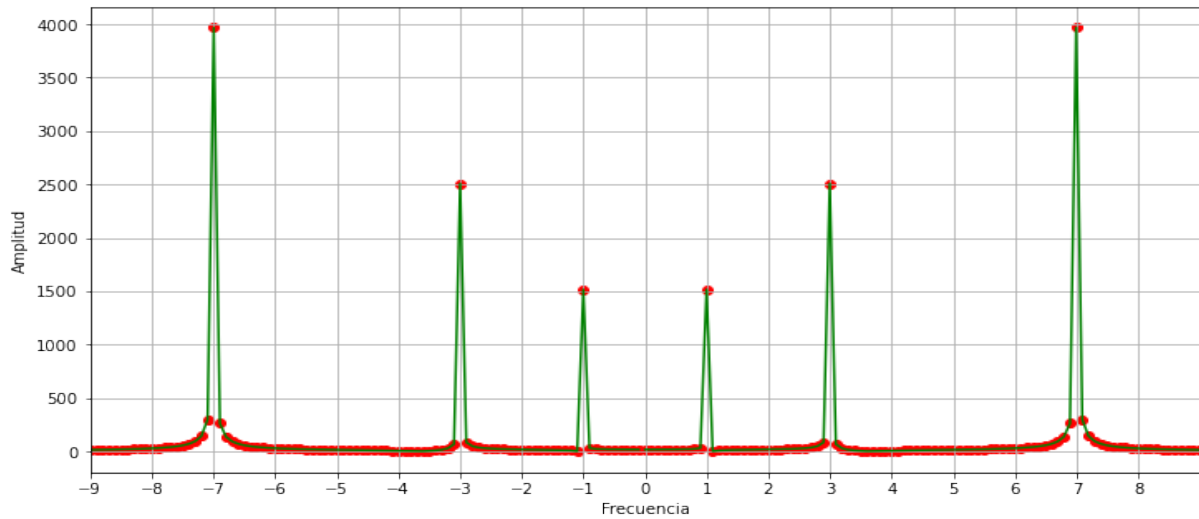


Fig. 7. Gráfica de la transformada discreta de la primera señal

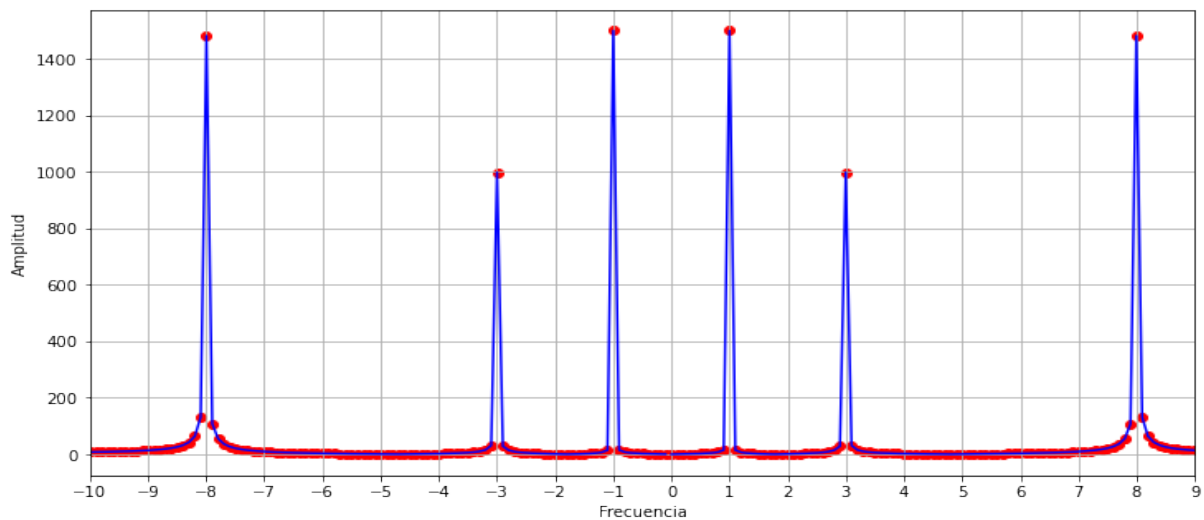


Fig. 8. Gráfica de la transformada discreta de la segunda señal

Como puede observarse, estas gráficas discretas coinciden bastante bien con las gráficas esperadas (fig. 5) y (fig.6).

3.2. Etapa 1.2: Implementando ruido a una señal

Para esta parte es considerada la siguiente señal:

$$y(t) = \frac{10}{10 - 9 \sin(t)} + \alpha(3R - 1) \quad (5)$$

Donde R es un número aleatorio tal que $-1 \leq R \leq 0$ y α es un parámetro de control al cual se le pueden otorgar valores que simulan distintos tipos de ruido. La idea es intentar recuperar lo que sea posible de la señal pura que se encuentra entre la señal ruidosa, para esto se utilizaron distintos valores de α , simulando diferentes tipos de ruido. Estas señales son las presentadas a continuación:

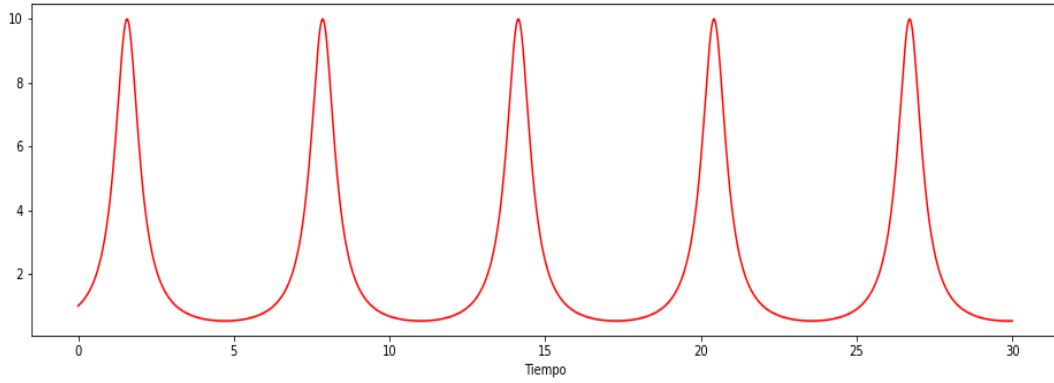


Fig. 9. Señal correspondiente a la función (eq.5) donde el parámetro de control $\alpha=0$.

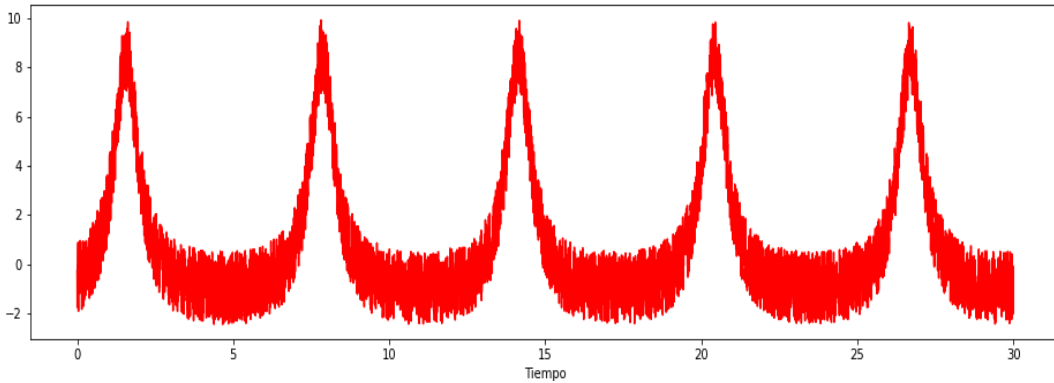


Fig. 10. Señal correspondiente a la función (eq.5) donde el parámetro de control $\alpha=1$.

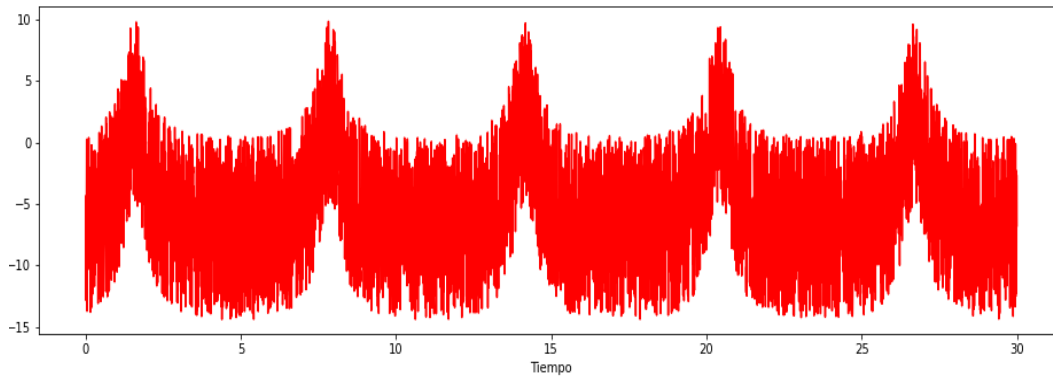


Fig. 11. Señal correspondiente a la función (eq.5) donde el parámetro de control $\alpha=5$.

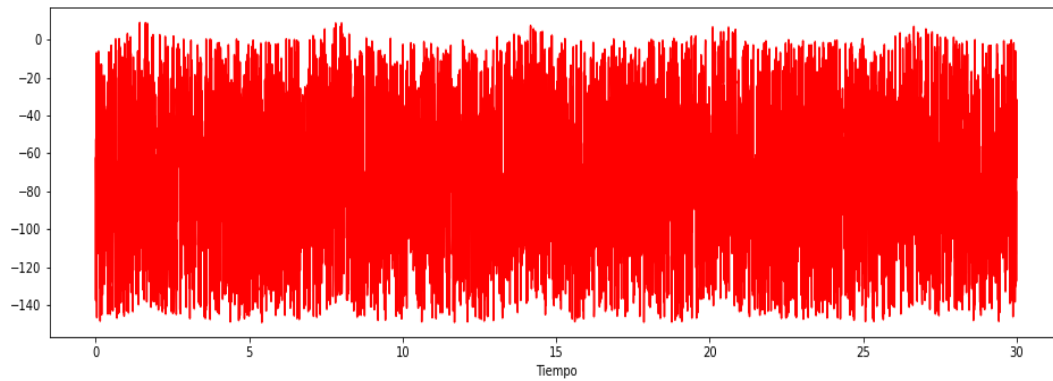


Fig. 12. Señal correspondiente a la función (eq.5) donde el parámetro de control $\alpha=50$.

Como puede observarse, la señal (fig.9) se da cuando $\alpha=0$ y por lo tanto no hay presencia de ruido; en cambio, en la señal (fig.12) donde $\alpha=50$, la señal se pierde completamente a causa del alto ruido.

Ahora, para visualizar mejor la forma en que varía la energía del contenido frecuencial de la señal a lo largo del tiempo, se realizó un espectrograma para la señal pura, donde puede verse la distribución de energía de la señal entre $t=0$ y $t=30$.

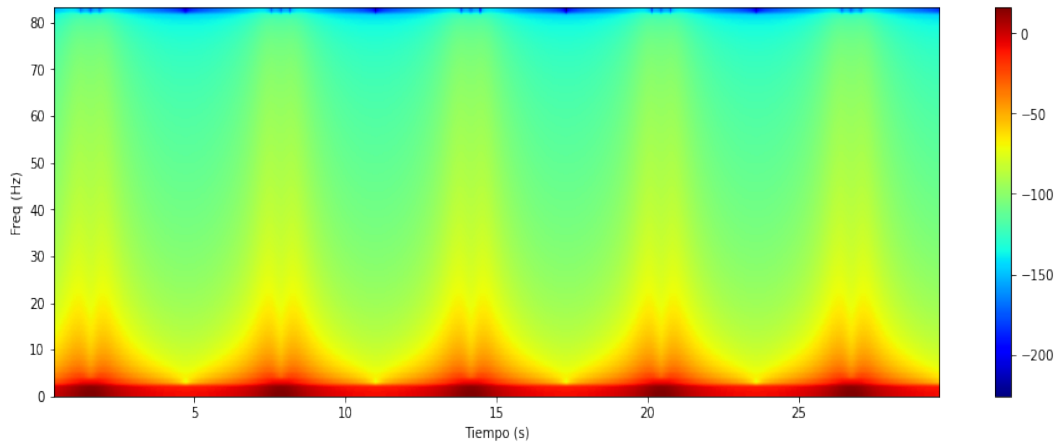


Fig. 13. Espectrograma de la señal pura donde puede observarse que el crecimiento en los valores de frecuencia a lo largo del tiempo coinciden con la señal 9.

Tras esto fue calculada la transformada discreta de Fourier (FFT) y a partir de la función de autocorrelación $A(\tau)$ y su transformada de Fourier $A(\omega)$ se obtuvo el espectro de potencia para cada una de las señales.

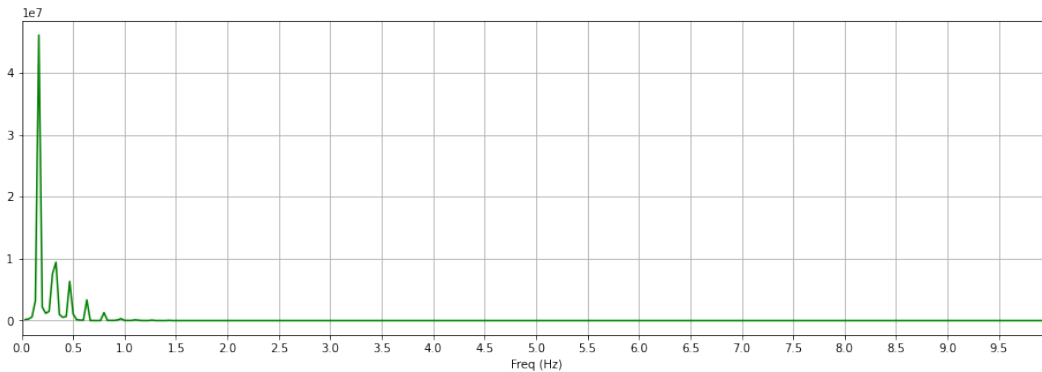


Fig. 14. Espectro de potencia de la señal $\alpha=0$. Es decir, este es el espectro de la señal sin ruido.

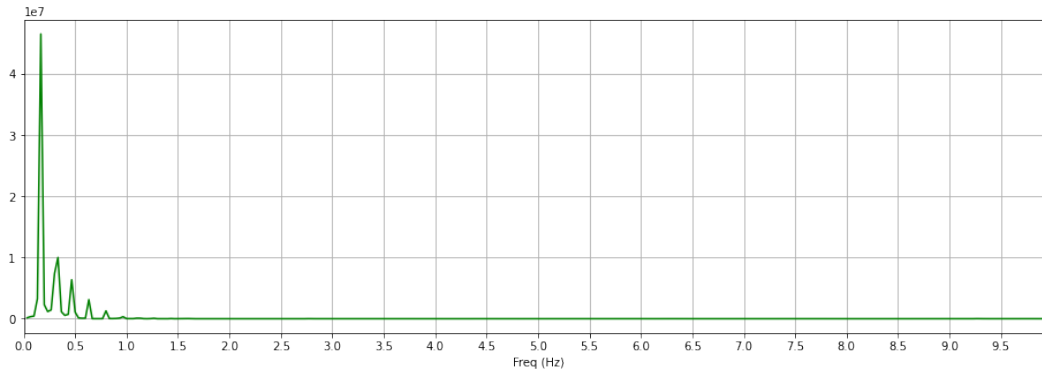


Fig. 15. Espectro de potencia de la señal $\alpha=1$. Con este valor del parámetro de control los cambios son bastante ligeros.

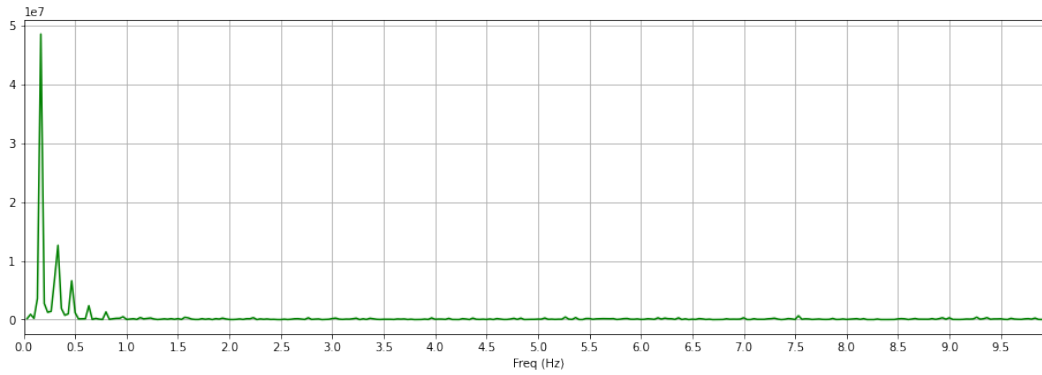


Fig. 16. Espectro de potencia de la señal $\alpha=5$. Aquí puede notarse que al aumentar α , comienzan a formarse pequeños picos en las correspondientes frecuencias que antes eran "planas".

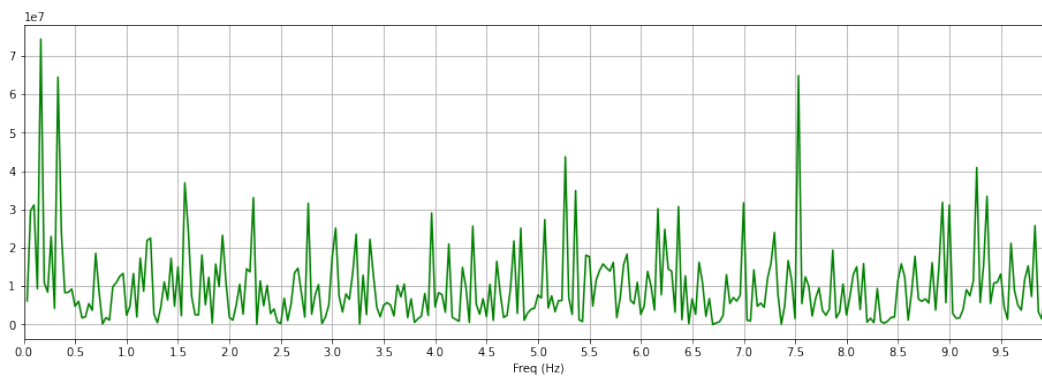


Fig. 17. Espectro de potencia de la señal $\alpha=50$. Este corresponde a la señal con más ruido, donde no es posible evidenciar una identidad espectral clara.

Estas señales fueron limpiadas y posteriormente se les realizó la transformada inversa de Fourier en un intento de recuperar la señal original, sin ruido. Los resultados fueron los siguientes:

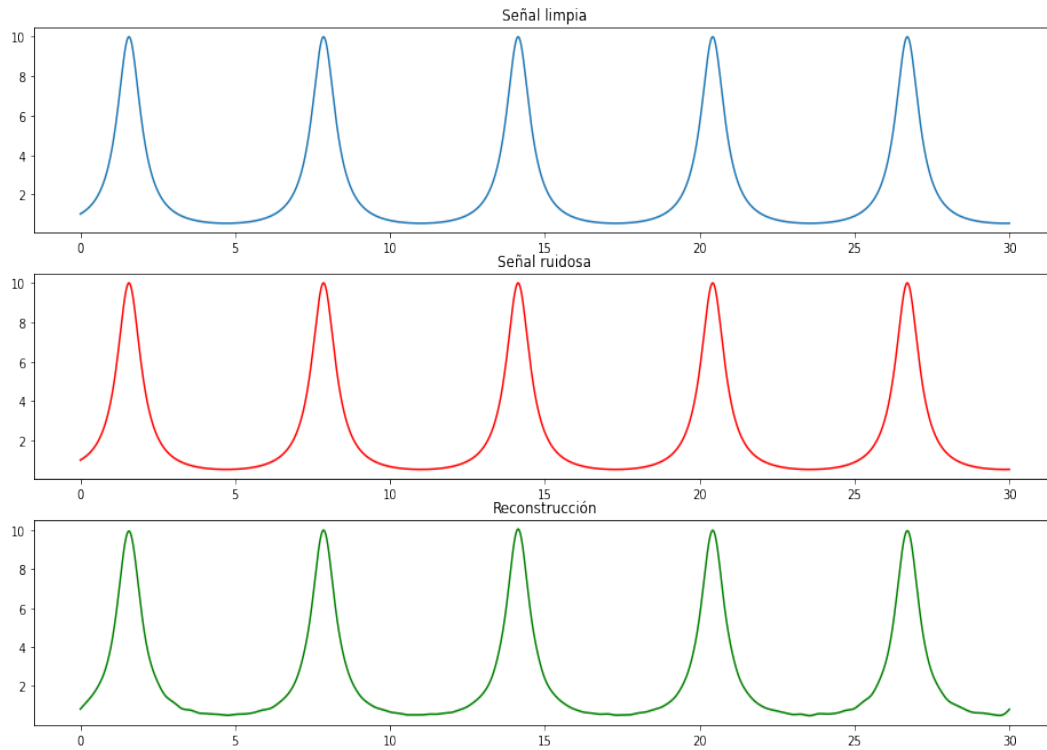


Fig. 18. La reconstrucción de la señal ruidosa con $\alpha=0$ (sin ruido, realmente) es evidentemente la misma señal limpia.

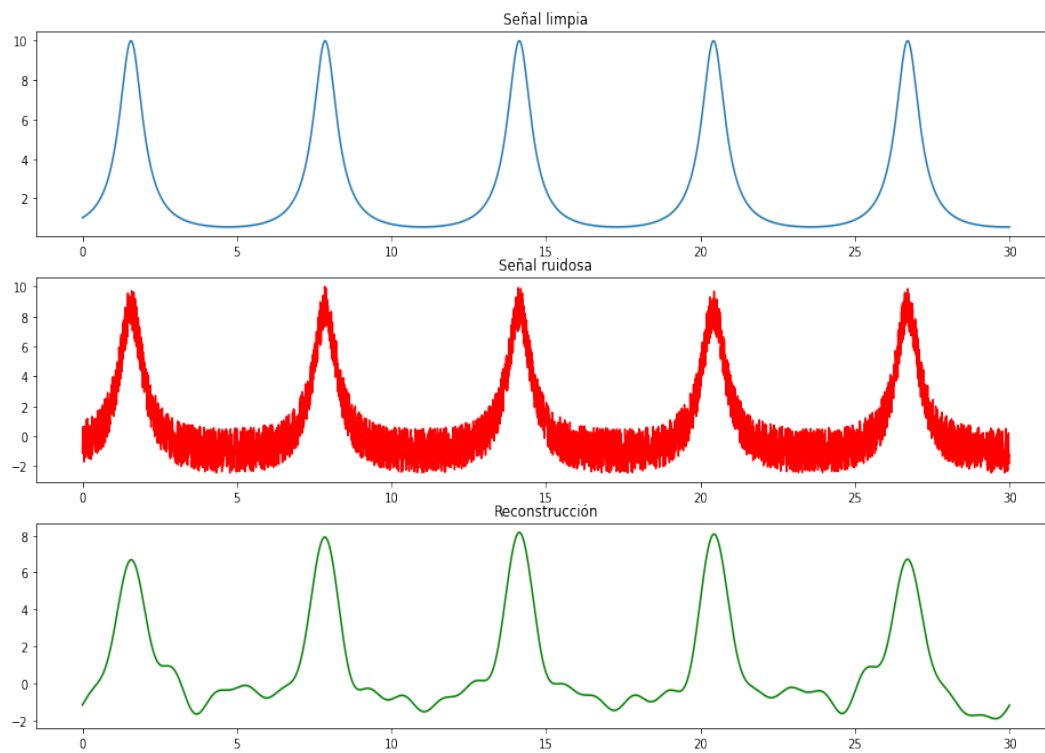


Fig. 19. Reconstrucción de la señal ruidosa con $\alpha=1$.

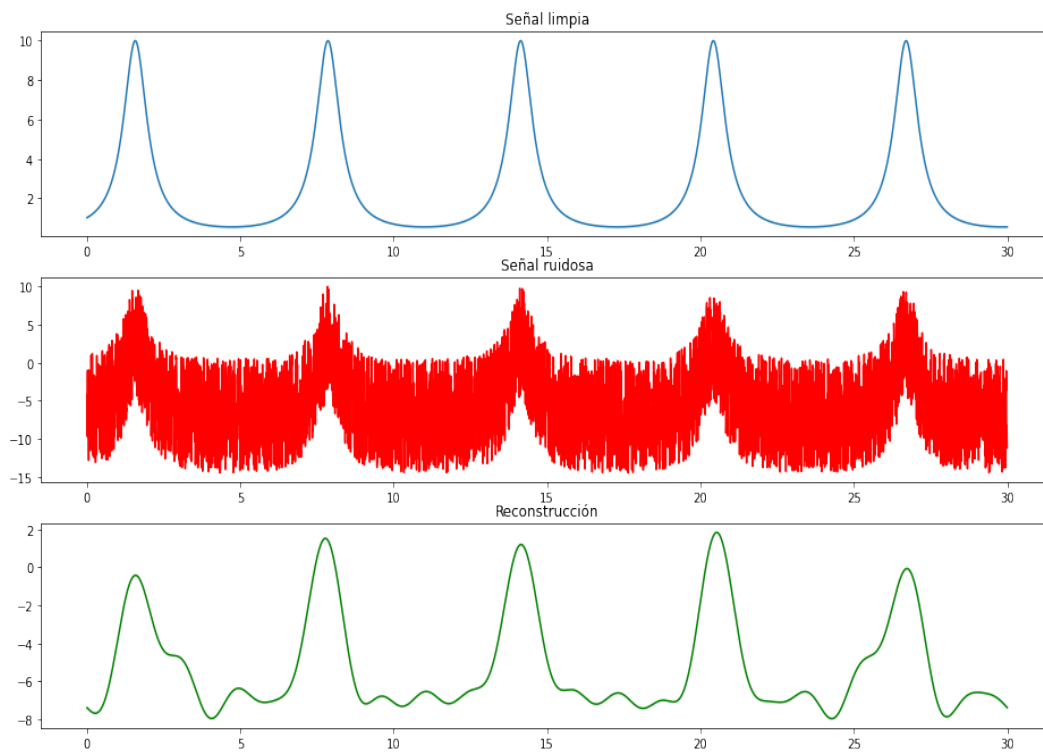


Fig. 20. Reconstrucción de la señal ruidosa con $\alpha=5$.

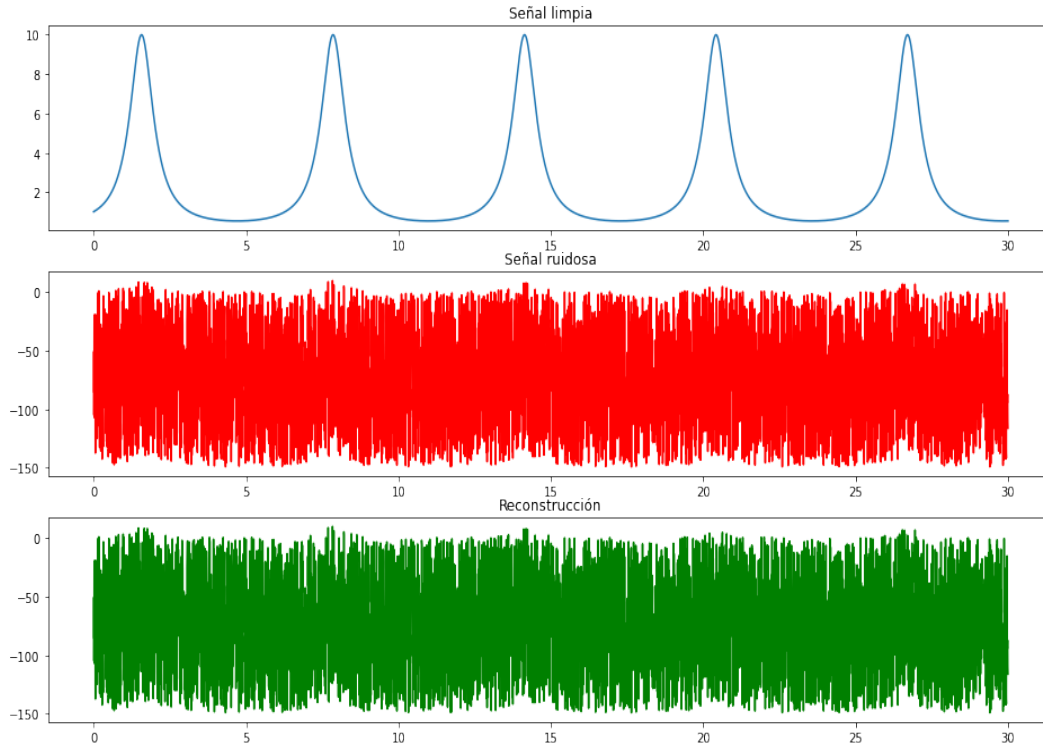


Fig. 21. Reconstrucción de la señal ruidosa con $\alpha=50$.

Como se puede advertir en las figuras 19 y 20, la reconstrucción de la señal ruidosa tiende a parecerse a la señal limpia, esto debido a que el ruido no es muy alto; sin embargo, si el ruido es lo suficientemente fuerte (fig. 21) y en el espectro de potencia no prevalece significativamente ninguna frecuencia (véase fig. 17), no es posible realizar un acercamiento satisfactorio al intentar recuperar la señal pura.

3.3. Etapa 2: Eventos electro-atmosféricos

Esta etapa tiene un desarrollo bastante similar a la etapa 1.2.

A partir de lo mencionado en la sección (sec. 2) en la etapa dos, se realizó el proceso para cada uno de los eventos, eligiendo un intervalo para analizar en específico esa parte del evento.

Evento	Intervalo
318	(216, 218)
480	(481.320620, 481.125214)
694	(690.77, 694)
820	(818, 820.873120)
908	(907.667227, 908.889935)

Cabe recordar que no todos los eventos tienen el mismo número de antenas, por esta razón es posible ver un evento con gran cantidad de señales tomadas y otro con pocas. Para este trabajo sólo se va a analizar el evento 318 ya que los demás análisis se realizan de forma análoga, pero si el lector decide revisar los resultados, los puede encontrar en los códigos realizados para este proyecto almacenados en la carpeta **Asignación 1: Señales** en el siguiente link: https://github.com/Angel21Fairy/Archivos_MetII.git.

3.3.1. Evento 318

Al graficar este evento en el intervalo de (216, 218) se obtiene la misma imagen guía de la sección de metodología (fig. 1), pero para seguir un estricto orden de colores para el mayor entendimiento de los resultados se tiene la siguiente gráfica (fig. 23).

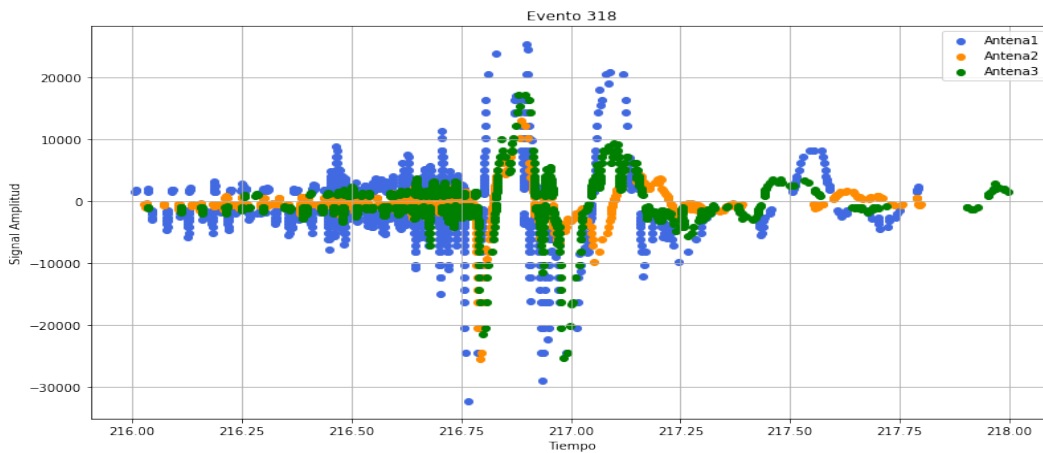


Fig. 22. Gráfica del intervalo escogido para analizar el evento

Para realizar la FFT es necesario que los pasos de tiempo estén igualmente espaciados, por lo que se procedió a realizar una interpolación:

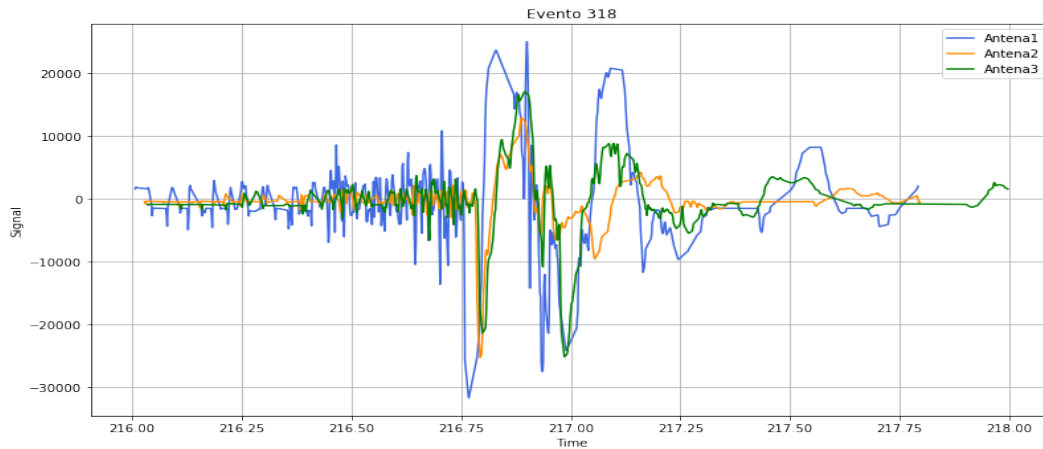


Fig. 23. Gráfica del evento 318 con los datos interpolados para cada una de las antenas.

Ahora sí, con este remuestreo de datos se procedió a hallar la transformada rápida de fourier (FFT) y las frecuencias relacionadas, entonces se obtuvo la siguiente figura (fig. 24), en esta se encuentran superpuestas las señales en el dominio de frecuencias para cada antena.

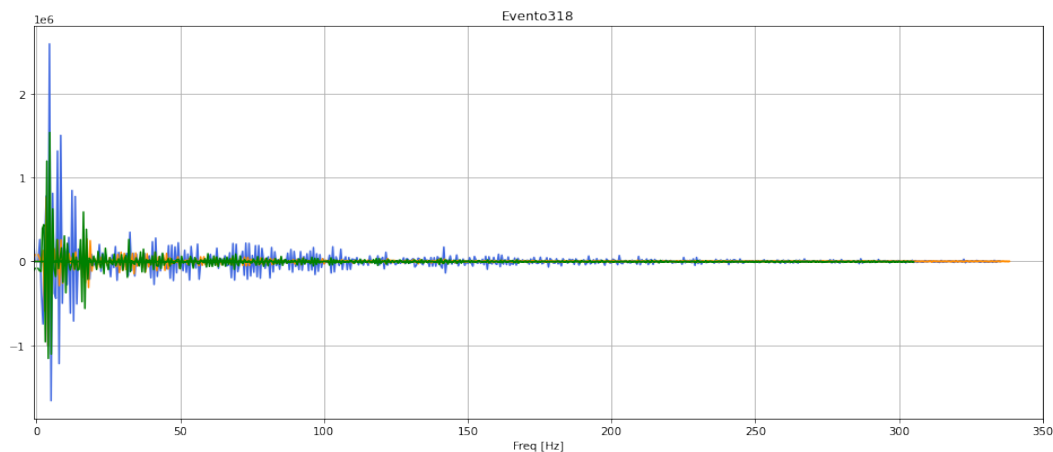


Fig. 24. Gráfica del intervalo escogido para analizar el evento

Ahora con ayuda de la transformada de fourier de la función autocorrelación se obtuvo el espectro de potencia el cual puede ser observado en la siguiente figura (fig. 25), con este resultado podemos observar como parcialmente en cierto valor de frecuencia se obtiene el mayor valor del espectro de potencia. Lo anterior, nos indica que todas las antenas obtuvieron la señal de ese mismo evento pero en diferente potencia, por lo que se conserva la identidad espectral, además, los pequeños picos que se presentan en otras frecuencias son consideradas ruido ya que no todas las antenas los tienen. Por consiguiente para encontrar parcialmente la señal limpia fue necesario eliminar esos picos.

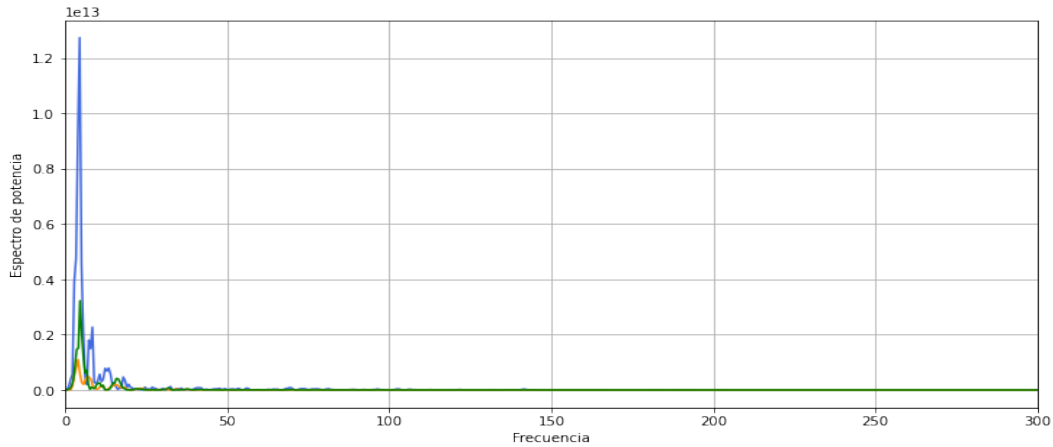


Fig. 25. Espectro de potencia contra frecuencia.

Después de eliminarlos, se obtuvieron los valores correspondientes a las frecuencias que se mantuvieron y esos son los datos de la FFT elegidos para restaurar la señal. Entonces al hacer esa identificación de datos y utilizar la transformada de fourier inversa (IFFT) para las frecuencias donde el espectro de potencia era más relevante, se limpió parcialmente la señal para cada antena (fig. 26), como se puede observar, estas señales obtenidas son similares pero cuentan con divergencias causadas por el distinto de ruido que se presentaba en cada una de ellas.

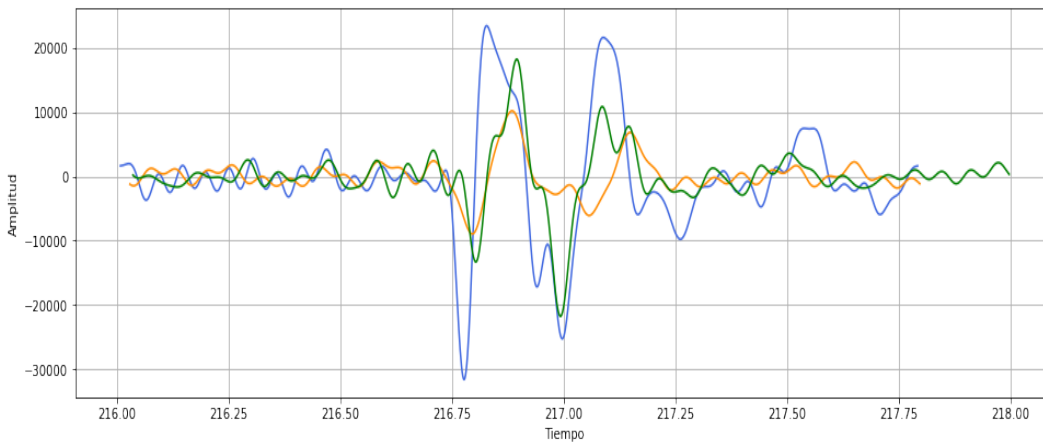


Fig. 26. Señales limpias de cada antenas.

Al observar la figura anterior podemos realizar algunos análisis como lo son que la antena marcada con color azul, tenía más valores desde el principio, esto pudo ser debido a la cercanía con el evento ya que de las tres esta era la más cercana, pero también es la que presentaba mayor ruido por la misma razón. Entonces, es posible decir que entre más cerca se encuentre la antena a el evento esta va a tomar mayor cantidad de datos pero entre estos

también hay gran cantidad de ruido.

Ahora el espectrograma de cada una de esas señales limpias para observar la intensidad de frecuencia de las señales a lo largo del tiempo. Se tiene que estos espectrogramas están en coherencia con las señales parcialmente limpias que se obtuvieron en cada una de las antenas, presentando la mayor frecuencia en aproximadamente en la mitad de la gráfica (fig. 27, 28, 33).

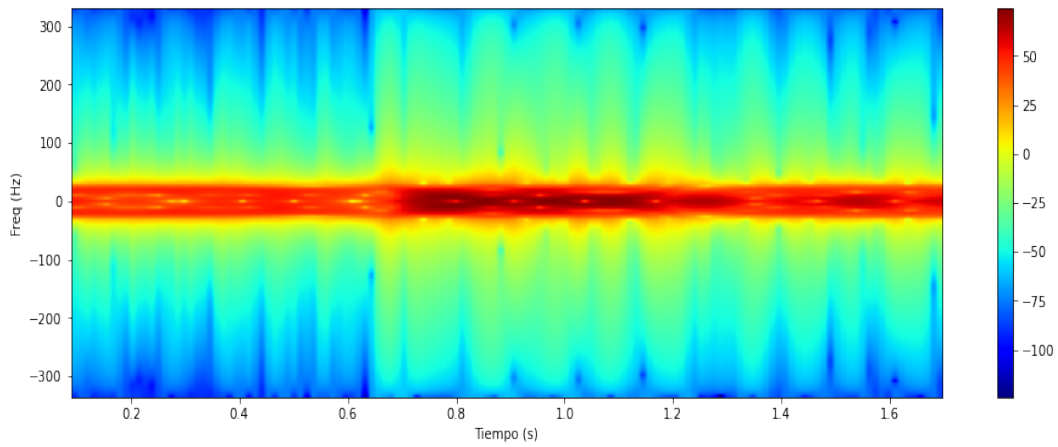


Fig. 27. Espectrograma de la antena 1.

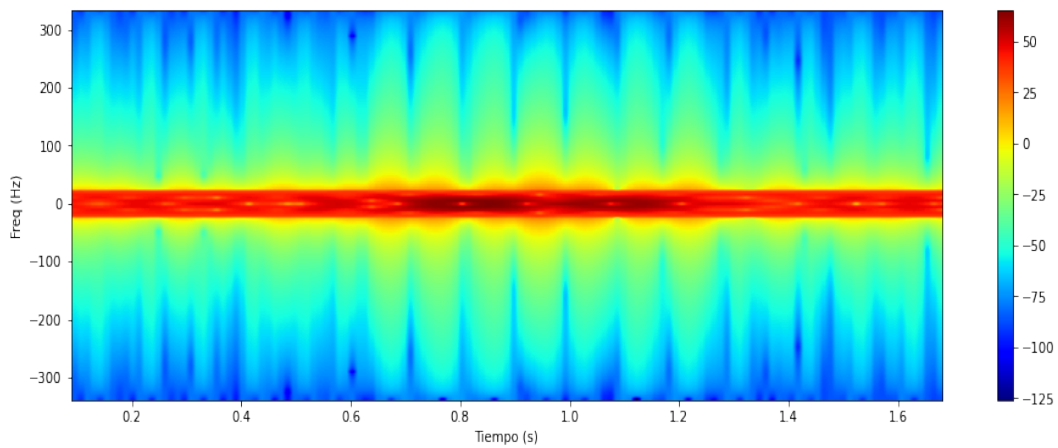


Fig. 28. Espectrograma de la antena 2.

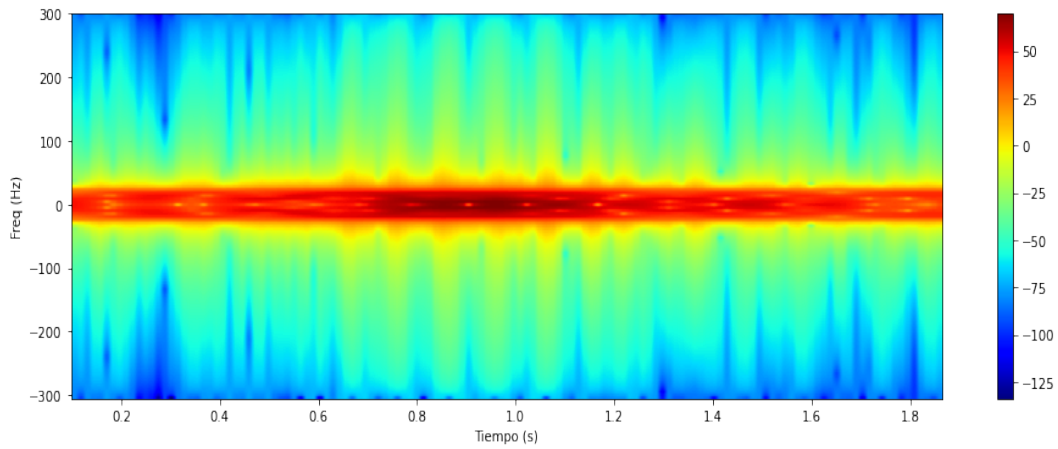


Fig. 29. Espectrograma de la antena 3.

Entonces bien, estos procedimientos fueron realizados para cada antena de cada evento. Por último se mostrarán rápidamente los resultados de un evento más, en donde la presencia de ruido es mayor que en los otros eventos.

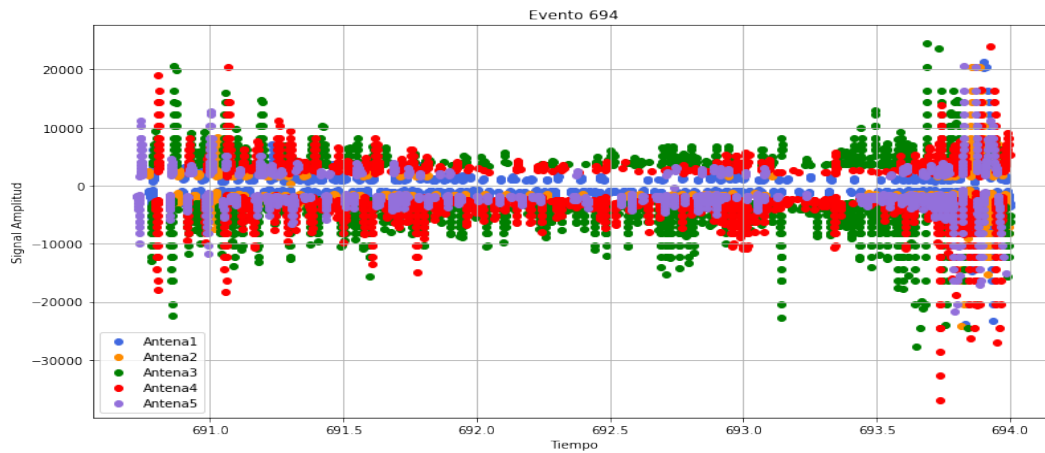


Fig. 30. Señal cruda captada por las antenas donde puede visualizarse una presencia de ruido significativa.

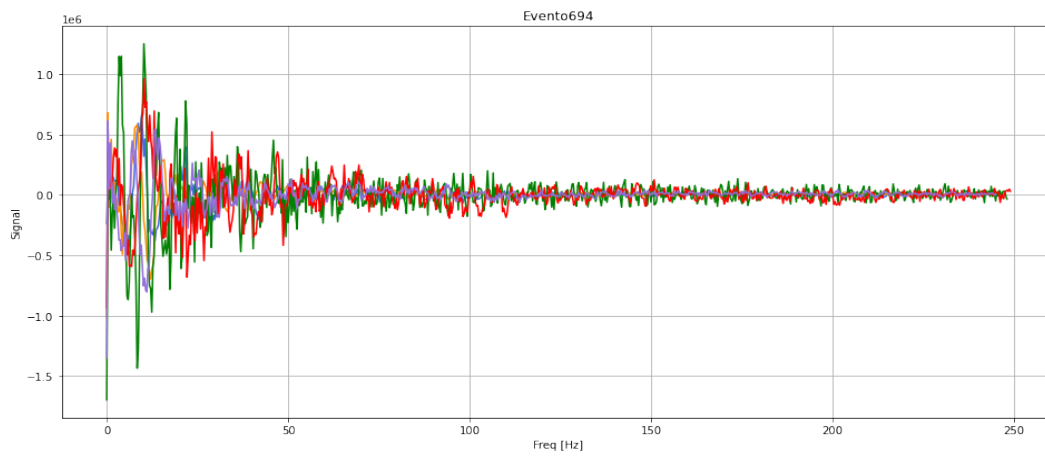


Fig. 31. Transformada de Fourier de esta señal.

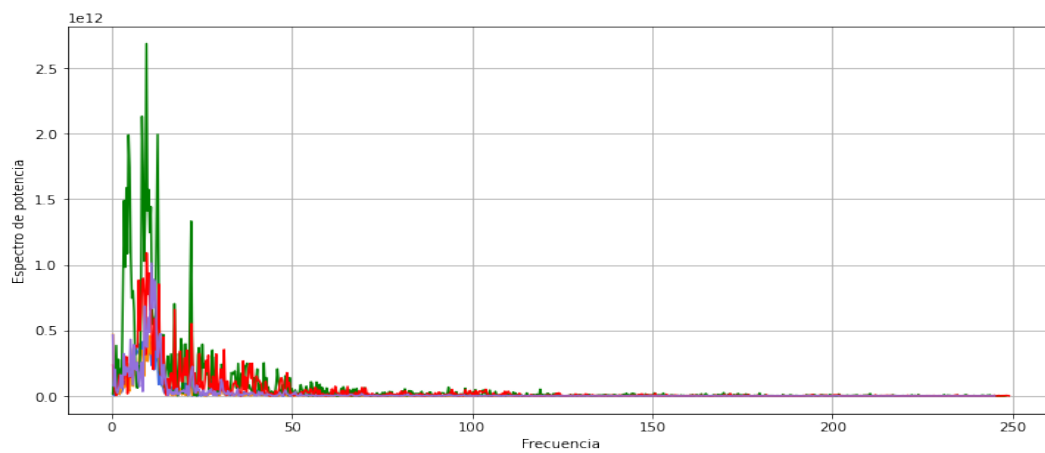


Fig. 32. Espectro de potencia de la señal donde puede observarse que a pesar de existir una potencia más relevante en cierta frecuencia, existe un ruido significativo en las demás frecuencias.

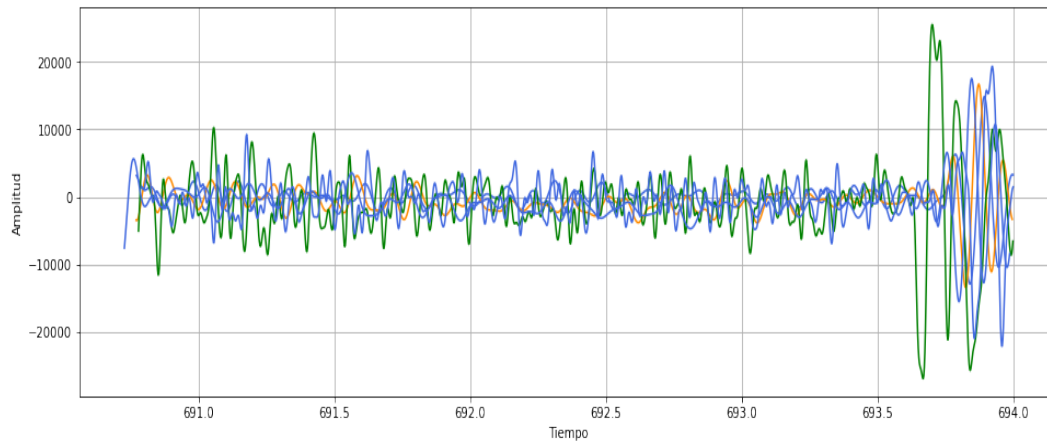


Fig. 33. Reconstrucción de la señal cruda. Aunque se logró limpiar la señal en gran medida, es notorio que aún existe un notable ruido.

El propósito de enseñar esta otra señal fue el de mostrar la recuperación de una señal cruda más ruidosa. Al comparar la reconstrucción de esta señal con la cruda, se puede ver que fue posible recuperar la señal en cierta medida, aunque aún se mantiene parte del ruido.

4. Conclusiones

Con base en los anteriores resultados y el análisis mencionado se concluye lo siguiente:

Es posible realizar una limpieza de una señal ruidosa para hacer una reconstrucción de la señal cruda. Una forma de obtener el espectro de potencia que permite limpiar la señal es haciendo uso de la función autocorrelación, sin embargo, no siempre es posible efectuar una buena reconstrucción, esto depende de qué tanto ruido exista en la señal cruda, si la cantidad de ruido es exagerado, difícilmente se podrá reconstruir la señal.

Por otra parte y como se pudo evidenciar en la limpieza de señal de la etapa 2, la identidad espectral de la señal producida por un mismo evento se mantiene sin importar la antena receptora de la señal, tal y como era esperado.

Entonces, la transformada de Fourier es una herramienta muy poderosa que nos permite obtener la representación de una señal en el dominio de frecuencias, facilitando muchas veces el análisis de funciones y obteniendo utilidades tales como la limpieza de ruido. Muy útil en procesamiento digital de imágenes o radiofrecuencia, por ejemplo.

Referencias

- [1] Contributors W (2022) Fourier transform, . URL https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform.

- [2] Falcon N (2017) La electricidad atmosférica y el relámpago del río catatumbo. *Meteorología y Física Atmosférica* 113.