Nombre: ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO	**Fecha: 23 / 08 / 2021**
Actividad 2	**Método de Gauss y Gauss Jordan**

Instrucciones: contesta lo que se te pide anotando de manera, clara y ordenada la respuesta en el formato solicitado en un inicio de clases, recuerda que deberás descargar el archivo para visualizar las ecuaciones y poder modificar el archivo. Recuerda ser bastante contundente en la presentación de las respuestas y no omitir ningún proceso por obvio que parezca.

1. Indicar si el sistema dado es lineal o no. Proporcione un enunciado que justifique la elección de su respuesta.

   a.
   $$x_1 - 3x_2 + x_3 = -3$$
   $$x_1 + 4x_2 - 3x_3 = \log(5)^3$$
   Es Lineal Porque todas las variables tienen potencia 1 y log (5)^3 sigue siendo una constante del término independiente.

   b.
   $$x_1 - \cos(x_2)\, x_2 = 0$$
   $$x_1 + x_2 = 1$$
   No Es Lineal Porque hay una multiplicación entre la misma variable, lo cual aumentaría su potencia y ya no sería una ecuación lineal.

   c.
   $$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$
   $$x_1 - x_2 + x_3 = -1$$
   Es Lineal Porque todas las variables son diferentes y de potencia 1.

2. Sea el sistema:

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 + 3x_6 = -1$$
$$-3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + x_5 + 2x_6 = 2$$
$$-2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + x_6 = -1$$
$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1$$

   Determinar si **a.** $(-1, -1, 0, -1, 0, 0)$, **b.** $(-10, -14, -2, -6, -4, 3)$, **c.** $(-13, -16, -4, -5, 0, 3)$, **d.** $(1, 1, 2, 1, 1, -2)$

   a. -1 + 1 + 2(0) – 1 + 0 +0 = -1 **-1 = -1**
   -3(-1) + 2(-1) + 4(0) + 1 + 0 + 2(0) = 2 **2 = 2**
   -2(-1) – 1 + 0 +2(-1) - 0 + 0 = -1 **-1 = -1**
   -1 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1 **1 = 1**

   b. -10 + 14 + 2(-2) – 6 - 4 +3(3) = -1 **-1 = -1**
   -3(-10) + 2(-14) + 4(-2) + 6 - 4 + 2(3) = 2 **2 = 2**
   -2(-10) – 14 – 2 +2(-6) + 4 + 3 = -1 **-1 = -1**
   -10 + 14 - 2 + 6 - 4 - 3 = 1 **1 = 1**

c. $-13 + 16 + 2(-4) - 5 + 0 + 3(3) = -1$ **$-1 = -1$**

$-3(-13) + 2(-16) + 4(-4) + 5 + 0 + 2(3) = 2$ **$2 = 2$**

$-2(-13) - 16 - 4 + 2(-5) - 0 + \ = -1$ **$-1 = -1$**

$-13 + 16 - 4 + 5 + 0 - 3 = 1$ **$1 = 1$**

d. $1 - 1 + 2(2) + 1 + 1 + 3(-2) = 0$ **$0 \neq -1$**

3. Indicar las matrices que están en forma escalonada. Para las que estén en forma escalonada, determinar los pivotes de cada fila y para las que no están en forma escalonada, mencionar la propiedad que no cumplen. Encierra el elemento que hace que dicha propiedad no se cumpla.

a. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & \boxed{2} & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ La Fila 2 no tiene pivote, es decir no es 1.

b. $\begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ La matriz está en forma Escalonada.

c. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{-1} & \boxed{3} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ La Fila 2 debería estar en el lugar de la Fila 3.

d. $\begin{bmatrix} \boxed{-7} & 2 & 3 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ La matriz no tiene un 1 principal.

4. Dada la matriz aumentada determina la solución del sistema asociada, toma como variables $x_1, \ldots x_n$, resuelve con el método de Gauss- Jordan y escribe explícitamente su solución.

a. $\left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & -1 & -1 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \end{array}\right)$ F1 (1/3) = F1

$\begin{pmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 & -1 & 5/3 & 1/3 \\ 0 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ F2 (1/2) = F2

$\begin{pmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 & -1 & 5/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ F3 (1/3) = F3

$\begin{pmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 & -1 & 5/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ F2 (1/3) + F1 = F1

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ F3 + F1 = F1

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

F1:

$x_1 - x_3 + 2x_5 = -1$ $x_1 = x_3 - 2x_5 - 1$

F2:

$x_2 - 2x_3 + x_5 = -1$ $x_2 = 2x_3 - x_5 - 1$

F3:

$x_4 = -1$ $x_4 = -1$

$(x_3 – 2x_5 – 1, 2x_3 - x_5 – 1, x_3, -1, x_5)$

b.
$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$ 0 = - 3 **La Ecuación Es Falsa**

El Sistema No Tiene Solución

5. Resolver por el método de Gauss

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -2$$
$$-3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 6$$
$$4x_1 + 3x_2 - 5x_3 - x_4 = -11$$
$$-7x_1 + 19x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 14$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ -3 & 5 & -1 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & -5 & -1 & -11 \\ -7 & 19 & -9 & 8 & 14 \end{pmatrix}$$ F1 (3) + F2 = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -10 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & -5 & -1 & -11 \\ -7 & 19 & -9 & 8 & 14 \end{pmatrix}$$ F1 (-4) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -10 & 5 & 0 \\ 0 & 11 & 7 & -5 & -3 \\ -7 & 19 & -9 & 8 & 14 \end{pmatrix}$$ F1 (7) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -10 & 5 & 0 \\ 0 & 11 & 7 & -5 & -3 \\ 0 & 5 & -30 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (-1) = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 11 & 7 & -5 & -3 \\ 0 & 5 & -30 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (-11) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -103 & 50 & -3 \\ 0 & 5 & -30 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (-5) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -103 & 50 & -3 \\ 0 & 0 & -80 & 40 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (-1/103) = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -50/103 & 3/103 \\ 0 & 0 & -80 & 40 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (80) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -50/103 & 3/103 \\ 0 & 0 & 0 & 120/103 & 240/103 \end{pmatrix}$$ F4 (103/120) = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -50/103 & 3/103 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

F1:

$x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -2$ $\quad x_1 = 2x_2 + 3x_3 - x_4 - 2$ $\quad x_1 = 2(0) + 3(1) – (2) - 2$ $\quad x_1 = -1$

F2:

$x_2 + 10x_3 - 5x_4 = 0$ $\quad x_2 = - 10x_3 + 5x_4$ $\quad x_2 = - 10(1) + 5(2)$ $\quad x_2 = 0$

F3:

$x_3 – 50/103x_4 = 3/103$ $\quad x_3 = 50/103x_4 + 3/103$ $\quad x_3 = 50/103(2) + 3/103$ $\quad x_3 = 1$

F4

$x_4 = 2$ $\quad x_4 = 2$

(-1 , 0 , 1 , 2)

6. Resolver por el método de Gauss- Jordan

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0$$
$$-x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 0$$
$$2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0$$
$$4x_1 - 5x_2 + 8x_3 - 11x_4 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ 4 & -5 & 8 & -11 & 0 \end{pmatrix}$$ F1 + F2 = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ 4 & -5 & 8 & -11 & 0 \end{pmatrix}$$ F1 (-2) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & -5 & 0 \\ 4 & -5 & 8 & -11 & 0 \end{pmatrix}$$ F1 (-4) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & -5 & 0 \\ 0 & 3 & 20 & -15 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (-3) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 32 & -11 & 0 \\ 0 & 3 & 20 & -15 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (-3) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 32 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 44 & -21 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (2) + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -19 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 32 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 44 & -21 & 0 \end{pmatrix}$$ F2 (2) + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -19 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 32 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 44 & -21 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (1/32) = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -19 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/32 & 0 \\ 0 & 0 & 44 & -21 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (-44) + F4 = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -19 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47/8 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (19) + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -49/32 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47/8 & 0 \end{pmatrix}$$ F3 (8) + F2 = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -49/32 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47/8 & 0 \end{pmatrix}$$ F4 (-8/47) = F4

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -49/32 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ F4 (11/32) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -49/32 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ F4 (3/4) + F2 = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -49/32 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ F4 (49/32) + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ Todas las variables son 0

(0 , 0 , 0 , 0)

7. Determinar los valores de α para que el sistema.

$$x_1 - x_2 + \alpha x_3 = -2$$
$$-x_1 + 2x_2 - \alpha x_3 = 3$$
$$\alpha x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & a & -2 \\ -1 & 2 & -a & 3 \\ a & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$ F1 + F2 = F2

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & a & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$ F1 (-a) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & a & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & a+1 & -a^2+1 & 2a+2 \end{pmatrix}$$ F2 (-(a+1)) + F3 = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & a & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a^2+1 & a+1 \end{pmatrix}$$ F2 + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a^2+1 & a+1 \end{pmatrix}$$ F3 (1/-a^2 + 1) = F3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{a-1} \end{pmatrix}$$ F3 (-a) + F1 = F1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{a-1} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{a-1} \end{pmatrix}$$

F1:
x_1 = 1/a-1
F2:
x_2 = 1
F3:
x_3 = -1/a-1
(1/a-1) – (1) + a(-1/a-1) = -2 1/a-1 - a/a-1= -1 -1 = -1

a ∈ R , a ≠ 1

8. Contesta verdadero o falso según corresponda, proporciona un argumento contundente sobre la razón de tu respuesta.

- **a.** Un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables siempre es consistente.
  F Porque un sistema de 2x2 puede tener soluciones únicas, infinitas o ninguna.
- **b.** Si un sistema lineal es consistente, entonces tiene un número infinito de soluciones.
  F Porque los sistemas consistentes pueden tener soluciones únicas o infinitas.
- **c.** Una matriz de 6×1 tiene una columna.
  V Porque en un sistema mxn la m son las filas y la n las columnas.
- **d.** Un sistema de cuatro ecuaciones lineales homogéneas en seis variables tiene un número infinito de soluciones.
  V Porque si en un sistema homogéneo m<n siempre tendrá infinitas soluciones.

9. Un mesero examina la cantidad de dinero que gano en propinas después de trabajar un turno de 8 hrs. El mesero tiene un total de $95 en billetes de $1, $5, $10, $20. El número total de billetes es 26. El número de billetes de $5 es cuatro veces el número de billetes de $10 y el número de billetes $1 es uno menos que el doble del número de billetes de $5. Escriba un sistema de ecuaciones lineales para representar la situación. Después use matrices para encontrar el número de cada denominación.

$1 = a $5 = b $10 = c $20 = d

a + b + c + d = 26
b = 4c   b – 4c = 0
a = 2b – 1   a – 2b = -1

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 26 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ F1 (-1) + F3 = F3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 26 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -1 & -27 \end{pmatrix} \text{ F2 (-1) + F1 = F1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 26 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -1 & -27 \end{pmatrix} \text{ F2 (3) + F3 = F3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 26 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13 & -1 & -27 \end{pmatrix} \text{ F3 (-1/13) = F3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 26 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/13 & 27/13 \end{pmatrix} \text{ F3 (-5) + F1 = F1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8/13 & 203/13 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/13 & 27/13 \end{pmatrix} \text{ F3 (4) + F2 = F2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8/13 & 203/13 \\ 0 & 1 & 0 & 4/13 & 108/13 \\ 0 & 0 & 1 & 1/13 & 27/13 \end{pmatrix}$$

F1:
a = - 8/13d + 203/13
F2:
b= - 4/13d + 108/13
F3:
c = - 1/13d + 27/13

(- 8/13d + 203/13 , - 4/13d + 108/13 , c = - 1/13d + 27/13 , d)

10. ¿Es posible que un sistema de ecuaciones lineales con menos ecuaciones con menos ecuaciones que variables no tenga solución? Si es así, proporcione un ejemplo.

Si es posible.

EJEMPLO: 2x3 (m<n)

x – 2y + 5z = 25
-x + 2y – 5z = -20

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 25 \\ -1 & 2 & -5 & -20 \end{pmatrix} \text{ F1 + F2 = F2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \text{ 0 = 5 La Ecuación es falsa}$$

El Sistema No Tiene Solución