Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías

Álgebra Lineal

ACTIVIDAD 3.3 Bases y cambio de base

NOMBRE: __ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO______________________

SECCIÓN: _______D - 17__________ **CÓDIGO:** _218123444__

Instrucciones: Contesta lo que se pide, recuerda hacerlo de forma clara y con el apoyo de los recursos propuestos para esta actividad, en cada ejercicio deberás anotar el procedimiento limpio, claro y legible que justifique tu respuesta.

Especificaciones de formato: Arial 11, Interlineado sencillo, un espacio entre párrafos, margen moderado, texto justificado.

Parte I. Base para un espacio vectorial

1. Escribe la base canónica para $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4, M_{2\times2}, M_{2\times3}, P_1, P_2, P_3$.

R^2:

S={(1,0),(0,1)}

$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ ∴S genera a R^2

$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ R^2$

R^3:

S={(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)}

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$ ∴S genera a R^3

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ R^3$

R^4:

S={(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)}

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{vmatrix}$ ∴S genera a R^4

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ R^4$

M_{2x2}:

$S = \left\{\begin{vmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{vmatrix}\right\}$

$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\\d\end{vmatrix}$ ∴S genera a M_{2x2}

$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\\0\\0\end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ M_{2x2}$

M_{2x3}:

$S = \left\{\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0 & 0\\1 & 0 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{vmatrix}\right\}$

$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\end{vmatrix}$ ∴S genera a M_{2x3}

$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ M_{2x3}$

P_1:

S={ x , 1 }

$\begin{vmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\end{vmatrix}$ ∴S genera a P_1

$\begin{vmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ P_1$

P_2:

S={ x^2 , x , 1 }

$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\end{vmatrix}$ ∴S genera a P_2

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\\0\end{vmatrix}$$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ P_2$

P_3:

S={ x^3 , x^2 , x , 1 }

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\\d\end{vmatrix}$$ ∴S genera a P_3

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\\0\\0\end{vmatrix}$$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ la\ base\ canonica\ de\ P_3$

2. Determina cuales de los siguientes conjuntos son una base para el espacio vectorial dado.

a) $\binom{1}{1}$, $\binom{-3}{2}$, $\binom{0}{0}$ en $\mathbb{R}^2$

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 0\\1 & 2 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\end{vmatrix} \quad F1(-1)+F2=F2$$

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 0\\0 & 5 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\-a+b\end{vmatrix} \quad \begin{matrix}F2\left(\frac{1}{5}\right)=F2\\F2(3)+F1=F1\end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\frac{2a+3b}{5}\\\frac{-a+b}{5}\end{vmatrix}$$ ∴S genera a R^2

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 0\\1 & 2 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix} \quad F1(-1)+F2=F2$$

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 0\\0 & 5 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix} \quad \begin{matrix}F2\left(\frac{1}{5}\right)=F2\\F2(3)+F1=F1\end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$$ ∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ base\ de\ R^2$

b) $\binom{2}{1}$ en $\mathbb{R}^2$

$$\begin{vmatrix}2\\1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\end{vmatrix} \quad \begin{matrix}F1(1/2)=F1\\F1(-1)+F2=F2\end{matrix}$$

$\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}\frac{a}{2}\\ \frac{-a+2b}{2}\end{matrix}\right|$ ∴S NO genera a R^2

$\therefore\ S\ NO\ es\ base\ de\ R^2$

c) $\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}6 & 2\\ 0 & -4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ en $M_{2\times 2}$

$$\left|\begin{matrix}-1 & 6 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 2\\ 2 & -4 & -1 & 2\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}a\\ b\\ c\\ d\end{matrix}\right| \begin{matrix}F1(-1)=F1\\ F1(-2)+F2=F2\\ F1(-2)+F3=F3\\ F1(-2)+F4=F4\end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & -6 & 0 & 0\\ 0 & 14 & 0 & 2\\ 0 & 12 & 2 & 2\\ 0 & 8 & -1 & 2\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}-a\\ 2a+b\\ 2a+c\\ 2a+d\end{matrix}\right| \begin{matrix}F2(1/14)=F2\\ F2(-12)+F3=F3\\ F2(-8)+F4=F4\end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & -6 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1/7\\ 0 & 0 & 2 & 2/7\\ 0 & 0 & -1 & 6/7\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}-a\\ \frac{2a+b}{14}\\ \frac{2a-6b+7c}{7}\\ \frac{6a-4d+7d}{7}\end{matrix}\right| \begin{matrix}F3(1/2)=F3\\ F3+F4=F4\end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & -6 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1/7\\ 0 & 0 & 1 & 1/7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}-a\\ \frac{2a+b}{14}\\ \frac{2a-6b+7c}{7}\\ \frac{2a-2b+c+2d}{2}\end{matrix}\right| \begin{matrix}F4(-1/7)+F2=F2\\ F4(-1/7)+F3=F3\end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & -6 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}-a\\ \frac{3b-c-2d}{14}\\ \frac{-2b+3c-d}{7}\\ \frac{2a-2b+c+2d}{2}\end{matrix}\right| F2(6)+F1=F1$$

$$\left|\begin{matrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}\frac{-7a+9b-3c-6d}{7}\\ \frac{3b-c-2d}{14}\\ \frac{-2b+3c-d}{7}\\ \frac{2a-2b+c+2d}{2}\end{matrix}\right|$$

∴S genera a M_{2x2}

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$S\ tiene\ una\ unica\ solucion\ por\ lo\ que\ podemos\ concluir$

∴Solución Trivial Independiente

$\therefore S\ es\ base\ de\ M_{2x2}$

d) $\{1 - x^2, x\}\ en\ P_2$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} F1 + F3 = F3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \\ a+c \end{vmatrix} No\ tiene\ solucion$$

∴S NO genera a P_2

$\therefore S\ NO\ es\ base\ de\ P_2$

e) $\{3, x^2 - 4x + 6, x^2, x - 1\}$ en P_3

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{vmatrix} 0 \neq b\ no\ tiene\ solucion$$

∴S NO genera a P_3

$\therefore S\ NO\ es\ base\ de\ P_3$

3. Determina una base para el conjunto solución del sistema homogéneo:

a) $$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} F1(-2) + F2 = F2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} F2\left(-\frac{1}{5}\right) = F2 \\ F2(-2) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{7}{5} \\ 0 & 1 & \frac{1}{5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Base=$\begin{pmatrix} x_1 = -\frac{7x_3}{5} \\ x_2 = \frac{x_3}{5} \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 0 \\ \text{b)} \quad 4x - 2y + 6z &= 0 \\ -6x + 3y - 9z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \\ -6 & 3 & -9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F1\left(\frac{1}{2}\right) = F1 \\ F1(-4) + F2 = F2 \\ F1(6) + F3 = F3 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = x - \frac{y}{2} + \frac{3z}{2}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{y}{2} - \frac{3z}{2} \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y}{2} \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{3z}{2} \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Base = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} y \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Encuentre una base para el conjunto de vectores que está en la recta $2x - y = 0$

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : 2x - y = 0 \right\} \quad y = 2x$$

$$\begin{pmatrix} x \\ 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$Base = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

5. Encuentre una base para el conjunto de vectores en el plano $3x - 2y + 6z = 0$

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 3x - 2y + 6z = 0 \right\} \quad y = \frac{3x}{2} + 3z$$

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{3x}{2} + 3z \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \frac{3x}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3z \\ z \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Base = \begin{pmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 0 \end{pmatrix} y \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Parte II. Matriz de transición y cambio de base

1. Encuentra la matriz de transición de

a) La base $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ a la base $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F1\left(\frac{1}{2}\right) = F1 \\ F1(-3) + F2 = F2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -3/2 \\ 0 & 1/2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1/2 & 0 \\ -3/2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F2(2) = F2 \\ F2(3/2) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

b) La base $\left\{\binom{2}{3}, \binom{-3}{-4}\right\}$ a la base $\left\{\binom{1}{0}, \binom{0}{1}\right\}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

c) La base$\{1, x\}$ a la base $\{2 + 3x, -4 + 5x\}$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F1\left(\frac{1}{2}\right) = F1 \\ F1(-3) + F2 = F2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 11 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1/2 & 0 \\ -3/2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F2(1/11) = F2 \\ F2(2) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 5/22 & 2/11 \\ -3/22 & 1/11 \end{vmatrix}$$

2. Escriba $\binom{x}{y}$ en términos de la base dada.

a) $\left\{\binom{1}{1}, \binom{1}{-1}\right\}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} F1(-1) + F2 = F2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} x \\ -x + y \end{vmatrix} \begin{matrix} F2\left(-\frac{1}{2}\right) = F2 \\ F2(-1) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \frac{x+y}{2} \\ \frac{x-y}{2} \end{vmatrix}$$

b) $\left\{\binom{1}{1}, \binom{2}{2}\right\}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} F1(-1) + F2 = F2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} x \\ -x + y \end{vmatrix}$$

No Tiene Solución

c) $\left\{\binom{5}{7}, \binom{3}{-4}\right\}$

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F1\left(\frac{1}{5}\right) = F1 \\ F1(-7) + F2 = F2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{3}{5} \\ 0 & -\frac{41}{5} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{x}{5} \\ \frac{-7x+5y}{5} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F2\left(-\frac{5}{41}\right) = F2 \\ F2(-3/5) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{4x+3y}{41} \\ \frac{7x-5y}{41} \end{vmatrix}$$

3. Suponga que $[x]_{B_1} = \binom{2}{-1}$, donde $B_1 = \left\{\binom{1}{1}, \binom{2}{3}\right\}$. Escriba x en términos de la base $B_2 = \left\{\binom{0}{3}, \binom{5}{-1}\right\}$.

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F1 \leftrightarrow F2 \\ F1\left(\frac{1}{3}\right) = F1 \\ F2\left(\frac{1}{5}\right) = F2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{vmatrix} \quad F2\left(\frac{1}{3}\right) + F1 = F1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{2}{5} & \frac{17}{15} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{vmatrix}$$

$$P^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{2}{5} & \frac{17}{15} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{vmatrix} \binom{2}{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{17}{15} \\ \frac{2-2}{5} \end{pmatrix}$$

$$[x]_{B_2} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. En P_2, $[x]_{B_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, donde $B_1 = \{1 - x, 3x, x^2 - x - 1\}$. Escriba x en términos de la base $B_2 = \{3 - 2x, 1 - x, x + x^2\}$.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F1\left(\frac{1}{3}\right) = F1 \\ F1(2) + F2 = F2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1/3 & 0 & -1/3 \\ -1/3 & 3 & -5/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} F2(-3) = F2 \\ F2(-1/3) + F1 = F1 \end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & -3\\0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}0 & 3 & -2\\1 & -9 & 5\\0 & 0 & 1\end{matrix}\right| \begin{matrix}F3(3)+F2=F2\\F3(-1)+F1=F1\end{matrix}$$

$$\left|\begin{matrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}0 & 3 & -3\\1 & -9 & 8\\0 & 0 & 1\end{matrix}\right|$$

$$P^{-1}=\left|\begin{matrix}0 & 3 & -3\\1 & -9 & 8\\0 & 0 & 1\end{matrix}\right|\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}=$$

$$[x]_{B_2}=\begin{pmatrix}-6\\17\\3\end{pmatrix}$$