ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 23/03/2022
TAREA 4.1

Tarea 4.1 Distribución Binomial

EJERCICIOS

5.5 De acuerdo con Chemical Engineering Progress (noviembre de 1990), aproximadamente 30% de todas las fallas de operación en las tuberías de plantas químicas son ocasionadas por errores del operador.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que de las siguientes 20 fallas en las tuberías al menos 10 se deban a un error del operador?

$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
$X \sim B(9; n = 20; p = 0.30) = 0.952038$
$1 - 0.952038 = \mathbf{0.04796}$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 4 de 20 fallas se deban a un error del operador?

$P(X \leq 4) = X \sim B(4; n = 20; p = 0.30) = \mathbf{0.237508}$

c) Suponga que, para una planta específica, de la muestra aleatoria de 20 de tales fallas exactamente 5 son errores de operación. ¿Considera que la cifra de 30% anterior se aplique a esta planta? Comente su respuesta.

$P(x = 5) = X \sim b(5; n = 20; p = 0.30) = \mathbf{0.178863}$

5.7 Un destacado médico afirma que el 70% de las personas con cáncer de pulmón son fumadores empedernidos. Si su aseveración es correcta,

a) calcule la probabilidad de que de 10 de estos pacientes, que ingresaron recientemente a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos;

$P(X < 5)$
$X \sim B(4; n = 10; p = 0.70) = \mathbf{0.0474}$

b) calcule la probabilidad de que de 20 de estos pacientes, que ingresaron recientemente a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos

$P(X < 10)$
$X \sim B(9; n = 20; p = 0.70) = \mathbf{0.0171}$

5.13 Un estudio a nivel nacional que examinó las actitudes hacia los antidepresivos reveló que aproximadamente 70% de los encuestados cree que “los antidepresivos en realidad no curan nada, sólo disfrazan el problema real”. De acuerdo con este estudio, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 de las siguientes 5 personas seleccionadas al azar tengan esta opinión?

$P(X \geq 3) = 1 - P(\leq 2)$
$X \sim B(2; n = 5; p = 0.70) = 0.163080$
$1 - 0.163080 = \mathbf{0.8369}$

5.15 Se sabe que 60% de los ratones inoculados con un suero quedan protegidos contra cierta enfermedad. Si se inoculan 5 ratones, calcule la probabilidad de que

X=Ratones enfermos

a) ninguno contraiga la enfermedad;

$$P(X=0)=X\sim b(0;n=5;p=0.40)=\mathbf{0.0776}$$

b) menos de 2 contraigan la enfermedad;

$$P(X<2)=P(x=0)+P(x=1)=$$
$$X\sim b(0;n=5;p=0.40)+X\sim b(1;n=5;p=0.40)=\mathbf{0.3369}$$

c) más de 3 contraigan la enfermedad.

$$P(X>3)=P(x=4)+P(x=5)=$$
$$X\sim b(4;n=5;p=0.40)+X\sim b(5;n=5;p=0.40)=\mathbf{0.0870}$$

5.17 Si X representa el número de personas del ejercicio 5.13 que creen que los antidepresivos no curan sino que sólo disfrazan el problema real, calcule la media y la varianza de X si se seleccionan al azar 5 personas.

$$\mu=0(0.0024)+1(0.0284)+2(0.1323)+3(0.3087)+4(0.3602)$$
$$+5(0.1681)=\ \mathbf{3.5}$$
$$\sigma^2=E(X^2)-(3.5)^2=13.3-12.25=\ \mathbf{1.05}$$

5.19 Un estudiante que conduce hacia su escuela encuentra un semáforo, el cual permanece verde por 35 segundos, amarillo cinco segundos y rojo 60 segundos. Suponga que toda la semana el estudiante recorre el camino a la escuela entre las 8:00 y las 8:30 a.m. Sea X_1 el número de veces que encuentra una luz verde, X_2 el número de veces que encuentra una luz amarilla y X_3 el número de veces que encuentra una luz roja. Calcule la distribución conjunta de X1, X2 y X3.

$$f(x_1,x_2,x_3)=\binom{n}{x_1,x_2,x_3}0.35^{x_1}0.05^{x_2}0.60^{x_3}$$

DISTRIBUCIÓN MULTINOMIAL

Si un ensayo dado puede producir los k resultados E_1, E_2,..., E_k con probabilidades p_1, p_2,..., p_k, entonces la distribución de probabilidad de las variables aleatorias X_1, X_2,..., X_k, que representa el número de ocurrencias para E_1, E_2,..., E_k en n ensayos independientes, es

$$f(x_1,x_2,\ldots,x_k;p_1,p_2,\ldots,p_k,n)=\binom{n}{x_1,x_2,\ldots,x_k}p_1^{x_1}\,p_2^{x_2}\cdots p_k^{x_k},$$

con

$$\sum_{i=1}^{k}x_i=n\ \text{ y }\ \sum_{i=1}^{k}p_i=1.$$

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 23/03/2022
TAREA 4.1

5.21 La superficie de un tablero circular para dardos tiene un pequeño círculo central llamado diana y 20 regiones en forma de rebanada de pastel numeradas del 1 al 20. Asimismo, cada una de estas regiones está dividida en tres partes, de manera que una persona que lanza un dardo que cae en un número específico obtiene una puntuación igual al valor del número, el doble del número o el triple de éste, dependiendo de en cuál de las tres partes caiga el dardo. Si una persona tiene una probabilidad de 0.01 de acertar a la diana, una probabilidad de 0.10 de acertar un doble, una probabilidad de 0.05 de acertar un triple y una probabilidad de 0.02 de no acertar al tablero, ¿cuál es la probabilidad de que 7 lanzamientos den como resultado ninguna diana, ningún triple, dos dobles y una vez fuera del tablero?

$n = 7$
$x_1 = \#\ tiro\ a\ diana = 0$
$x_2 = \#\ triples = 0$
$x_3 = \#\ dobles = 2$
$x_4 = \#\ fuera\ de\ tablero = 1$
$x_5 = \#\ tiros\ restantes = 4$

$p_1 = 0.01$
$p_2 = 0.05$
$p_3 = 0.10$
$p_4 = 0.02$
$p_5 = 0.82$
$f(0,0,2,1,4; 0.01,0.05,0.10,0.02,0.82)$
$= \binom{7}{0,0,2,1,4}(0.01)^0(0.05)^0(0.10)^2(0.02)^1(0.91)^4 = \mathbf{0.0095}$

5.23 Las probabilidades de que un delegado llegue a cierta convención en avión, autobús, automóvil o tren son de 0.4, 0.2, 0.3 y 0.1, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que, de 9 delegados que asisten a esta convención seleccionados al azar, 3 lleguen en avión, 3 en autobús, 1 en automóvil y 2 en tren?

$n = 9$
$x_1 = \#\ llega\ por\ avion = 3$
$x_2 = \#\ llega\ por\ autobus = 3$
$x_3 = \#\ llega\ por\ automovil = 1$
$x_4 = \#\ llega\ por\ tren = 2$

$p_1 = 0.4$
$p_2 = 0.2$
$p_3 = 0.3$
$p_4 = 0.1$
$f(3,3,1,2; 0.4,0.2,0.3,0.1) = \binom{9}{3,3,1,2}(0.4)^3(0.2)^3(0.3)^1(0.1)^2 = \mathbf{0.0077}$