

Actividad 2 Gramáticas Formales

1. Dada la siguiente gramática:

$$G = (\{c, d, e\}, \{X, Y, Z\}, X, P), P = \{X ::= cYe|\lambda, Y ::= Z|cY|Ye, Z ::= Zd|d\}$$

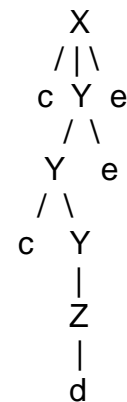
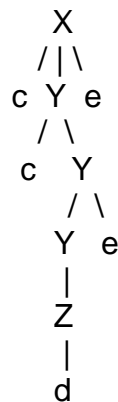
Se pide:

- Especificar el tipo de la gramática de acuerdo a la jerarquía de Chomsky.
- Determinar el lenguaje L generado por la gramática G .
- Elaborar dos árboles o cadenas de derivación diferentes para una misma palabra $s \mid s \in L(G)$.
- Determinar si las siguientes cadenas pertenecen al lenguaje generado por la gramática y generar los árboles o cadenas de derivación correspondientes: $ccYee$, ce , $cdcdZee$, $cddeee$.

a) *Tipo 2 libre de contexto*

$$b) L = \{(c)^+(d)^+(e)^+\}$$

c) *palabra: ccdee*



$$d) ccYee \in L \mid ce \notin L \mid cdcdZee \notin L \mid cddeee \in L$$

2. Dados los siguientes lenguajes, diseñar una gramática que los genere:

$$L_1 = \{a^m b^n \mid m \geq n \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^k b^m a^n \mid n, k, m \geq 0 \wedge n = k + m\}$$

$$L_3 = \{c^{n+2} a^{n+1} c^n \mid n \geq 1\}$$

$$G_1 = (N = \{S, A\}, T = \{a, b\}, S, P) \quad P = \{S ::= A, A ::= aAb|ab|\lambda\}$$

$$G_2 = (N = \{S, A, B\}, T = \{a, b\}, S, P) \quad P = \{S ::= AB, A ::= aBb|\lambda, B ::= aBa|\lambda\}$$

$$G_3 = (N = \{S, A, B, C\}, T = \{a, c\}, S, P)$$

$$P = \{S ::= ABC, A ::= ccB, B ::= aaC, C ::= cA|c\}$$

3. Clasificar las siguientes gramáticas en términos de la jerarquía de Chomsky.

$$a) G = (\{0, 1\}, \{P, M, Q\}, Q, R), R = \{Q ::= 0|1|Q1|P1, P ::= 0|1, M ::= M1|M0|P0|P1\}$$

$$b) G = (\{a, b\}, \{S, A, B, C\}, S, P), P = \{S ::= A|Ba, A ::= a|b|AC, aA ::= saA, B ::= Ca|b|Cb, C ::= \lambda\}$$

$$c) G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, A, P), P = \{A ::= \lambda, B ::= aB|aA|bA, ABC ::= ABaa|AbaC\}$$

$$d) G = (\{x, y, z\}, \{M, N, R, Q\}, Q, P), P = \{Q ::= xM|yN|zR|\lambda|z, M ::= x|y|z|zR, N ::= y|xN, R ::= xR\}$$

a) *Tipo 3*

b) Tipo 0

c) Tipo 1

d) Tipo 3

4. Dadas las siguientes gramáticas: i) indicar de qué tipo son, ii) determinar el lenguaje que generan, iii) especificar dos palabras o cadenas que pertenecen al lenguaje que generan, iv) construir el árbol o cadena de derivación correspondiente al punto iii.

a) $G = (\{a, b, c, 0, 1\}, \{S\}, S, P, P = \{S ::= a|b|c|Sa|Sb|Sc|S0|S1\})$

b) $G = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, P, P = \{S ::= A\lambda, A ::= aA|Ab|a|b\})$

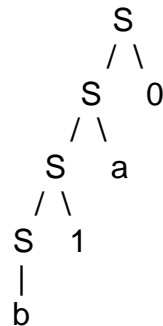
a)

i) Tipo 3 regular

ii) $L = \{(a, b, c)^+(a, b, c, 0, 1)^*\}$

iii) $ac1b0a \mid b1a0$

iv) $b1a0$



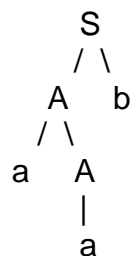
b) Tipo 3 regular

i) Tipo 2 libre de contexto

ii) $L = \{(\lambda, (a)^*(b)^*)\}$

iii) $\lambda \mid aab$

iv) aab



5. Sea la gramática $G = (\{0, 1\}, \{A, B\}, A, \{A ::= B1 \mid 1, B ::= A0\})$. Describa el lenguaje que genera.

$$L = \{(10)^*1\}$$

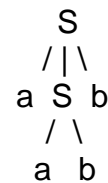
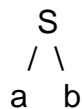
6. Sea la gramática $G = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{S ::= aSb|ab\})$

- Especifique el tipo de gramática de acuerdo a la jerarquía de Chomsky
- Determine el lenguaje L que genera
- Elabore dos árboles o cadenas de derivación para una palabra de L

a) Tipo 2 libre de contexto

$$b) L = \{a^n b^n \mid \begin{smallmatrix} n \in \mathbb{N} \\ n > 0 \end{smallmatrix}\}$$

c) $ab \mid aabb$



8. Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b, \dots, z\}$ generar una gramática lineal por la izquierda y una gramática lineal por la derecha para los siguientes lenguajes:
- $L_1 = \{\lambda, a, aa, aaa, \dots\}$
 - $L_2 = \{w \mid w \text{ comienza con } a\}$

$$G_{1 \text{ izq}} = (N = \{S, A\}, T = \{a\}, S, P) \quad P = \{S ::= \lambda \mid Sa\}$$

$$G_{1 \text{ der}} = (N = \{S, A\}, T = \{a\}, S, P) \quad P = \{S ::= \lambda \mid aS\}$$

$$G_{2 \text{ izq}} = (N = \{S, A\}, T = \{a, b, c, \dots, z\}, S, P) \quad P = \{S ::= a \mid Aa, A ::= a \mid b \mid c \mid \dots \mid z\}$$

$$G_{2 \text{ der}} = (N = \{S, A\}, T = \{a, b, c, \dots, z\}, S, P) \quad P = \{S ::= a \mid aA, A ::= a \mid b \mid c \mid \dots \mid z\}$$

9. Dadas las siguientes gramáticas, determine el tipo según la jerarquía de Chomsky, justificando su respuesta:
- $G = (\{a, b, c\}, \{B, C, S\}, S, P), \quad P = \{S ::= aBSC, S ::= aCB, aC ::= ba, CB ::= BC, aB ::= cc\}$
 - $G = (\{a, c\}, \{B, D, S\}, S, P), \quad P = \{S ::= aB, S ::= \lambda, B ::= Bc, B ::= cD, D ::= a, D ::= c\}$
 - $G = (\{a, b, c\}, \{B, C, A\}, A, P), \quad P = \{A ::= aBCA, BCA ::= A, A ::= aCB, aC ::= b, bB ::= cc\}$
 - $G = (\{a, b, c\}, \{A, C, B\}, A, P), \quad P = \{A ::= CA, C ::= aCa, C ::= bb, C ::= BCa, B ::= ccc\}$

a) Tipo 1

b) Tipo 2

c) Tipo 0

d) Tipo 2

10. Para cada gramática siguiente, caracterizar el lenguaje generado por la gramática y mencionar si existe algún error en las especificaciones y cómo puede corregirse:

$G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P_1)$	$G_2 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P_2)$	$G_3 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P_3)$
$P_1 = \{S ::= A \mid B, A ::= abA \mid c, B ::= ccB \mid ab\}$	$P_2 = \{S ::= AA \mid B, A ::= aaA \mid aa, B ::= bB \mid b\}$	$P_3 = \{S ::= AB \mid AA, A ::= aB \mid ab, B ::= b\}$

$$L_1 = \{((ab)^*c, (cc)^*ab)\} \text{ La gramática no es válida } c \notin T$$

$$L_2 = \{((a^4)^+, (b)^+)\}$$

$$L_3 = \{abb, abab\}$$

11. Sean los siguientes lenguajes:

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene un número impar de } b's\},$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene el mismo número de } a's \text{ que de } b's\}.$$

Encuentra una gramática G_1 que genere a L_1 y una gramática G_2 que genere a L_2 .

$$G_1 = (N = \{S, A\}, T = \{a, b\}, S, P) \quad P = \{S ::= Ab, A ::= aA \mid Ab \mid b\}$$

$$G_2 = (N = \{S, A\}, T = \{a, b\}, S, P) \quad P = \{S ::= A, A ::= abA \mid ab\}$$

12. Construye una gramática para el lenguaje L_a de las palabras sobre $\Sigma = \{x, y, z\}$ tales que cada y esta seguida por una z . Por ejemplo $xxxyzyxz \in L_a$ pero $xyxzyyz \notin L_a$

$$G = \{\{x, y, z\}, \{S, A, B\}, S, P\}$$

$$P = \{S ::= A, A ::= xA|B|\lambda, B ::= yzA\}$$

13. Determinar el lenguaje asociado a cada una de las siguientes gramáticas:

- a) $G = \{\{A, B\}, \{a\}, P, S\}$ donde $P = \{S ::= \lambda, S ::= aA, A ::= aB, A ::= a, B ::= aA\}$
- b) $G = \{\{S, A\}, \{a, b\}, P, S\}$, donde $P = \{S ::= ab, S ::= aASb, A ::= bSb, AS ::= b\}$
- c) $G = \{\{A, S\}, \{0, 1\}, P, S\}$, donde $P = \{S ::= AB, A ::= 0A1|01, B ::= 0B1|01\}$
- d) $G = \{\{0, 1\}, \{A, B, C, D\}, A, P\}$, donde $P = \{A ::= 0B|0|0C, B ::= 0B|0|1B|1|1D, C ::= 1D|1, D ::= 1A\}$
- e) $G = \{\{S, A\}, \{a, b\}, S, P\}$, donde $P = \{S ::= abAS, abA ::= baab, S ::= a, A ::= b\}$

$$a)L = \{(a)^*\}$$

$$b)L = \{a((a, b)^*, b, \lambda)b\}$$

$$c)L = \{(0^n 1^n)(0^m 1^m) | \substack{n, m \in \mathbb{N} \\ n, m > 0}\}$$

$$d)L = \{0(0, 1)^*\}$$

$$e)L = \{((baab)^*, abb)^*a\}$$

14. Diseñar una gramática que genere el siguiente lenguaje: $L_1 = \{x^n y^{n+3} z^n | n \geq 0\}$

$$G = \{\{x, y, z\}, \{S, A, B, C\}, S, P\}$$

$$P = \{S ::= ABC, A ::= xyB|xy|\lambda, B ::= yyC|yy|\lambda, C ::= yzA|yz|\lambda\}$$