TAREA 2.3

En cada uno de los siguientes cinco problemas, determine cuál es el elemento que se añade, de acuerdo con el principio de inducción matemática, para el Paso inductivo

1. $1^2 + 3^2 + ... + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ **[C]**

A) $k+1$ B) $(k+1)^2$ C) $(2k+1)^2$ D) $(2k-1)^2$

2. $1+4+7+ ... +(3n-2) = n(3n-1)/2$. **[B]**

A) $k+1$ B) $3k+1$ C) $3k+5$ D) $3k-1$

3. $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$ **[A]**

A) $(2k+1)^3$ B) $(2k-1)$ C) $(k+1)$ D) $(k+1)^3$

4. $1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+ ... + n2^{n-1} = 1+ (n-1)2^n$ **[C]**

A) $k+1$ B) $k-1$ C) $(k+1)2^k$ D) $(k+1)2^{k+1}$

5. $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ **[C]**

A) $k+1$ B) $\frac{1}{k(k+1)(k+2)}$ C) $\frac{1}{(k+1)(k+3)(k+2)}$ D) $\frac{1}{(k+1)(k+2)(k+4)}$

6. Como hipótesis inductiva tenemos que $1^3 + 2^3 +...+ n^3 = (1 + 2 + 3+...+ n)^2$, y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: **[C]**

A) $(1 + 2 + 3 +...+ n)^2 +(n + 1)^3 = (1 + 2 + 3+...+ n)^2$
B) $(1 + 2 + 3 +...+ n)^2 +(n + 1)^3 = (1 + 2 + 3+...+ n)^2 + (n + 1)^2$
C) $(1 + 2 + 3 +...+ n)^2 +(n + 1)^3 = (1 + 2 + 3 +...+ n + (n + 1))^2$
D) $(1 + 2 + 3 +...+ n)^2 +(n + 1)^3 = (1 + 2 + 3 +...+ n + (n + 1))^2 + (n + 1)^3$

7. Como hipótesis inductiva tenemos que $1\cdot 1! + 2\cdot 2!+...+n\cdot n! = (n + 1)!-1$, y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: **[D]**

A) $(n + 1)! -1 + (n + 1)(n + 2)! = (n + 1)! -1$
B) $(n + 1)! -1 + (n + 1)(n + 1)! = (n + 1)! -1$
C) $(n + 1)! -1 + (n + 1)(n + 1)! = (n + 1)! -1 + (n + 1)(n + 1)!$
D) $(n + 1)! -1 + (n + 1)(n + 1)! = (n + 2)! -1$

8. Para la fórmula $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$, determinar cuál es el elemento que se le va a añadir en el paso inductivo, de acuerdo con el principio de inducción matemática. **[C]**

A) $\frac{1}{(k+1)(k-1)}$ B) $\frac{1}{k(k+1)}$ C) $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ D) $k+1$

9. Para la fórmula $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$, determinar cuál es el elemento que se le va a añadir en el paso inductivo, de acuerdo con el principio de inducción matemática. **[A]**

A) $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$ B) $\frac{1}{(2k+1)(2k+2)}$ C) $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ D) $k+1$

10. En la fórmula $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 +...+2^n = 2^{n+1} - 1$, habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: **[B**

A) $2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1 + 2^{n+1}$
B) $2^{n+1} -1 + 2^{n+1} = 2^{n+2} -1$
C) $2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1$
D) $2^n + 2^{n+1} = 2^{n+2} -1$

11. Dada la fórmula inductiva $1^2 + 3^2 + 5^2 + . . . + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$, calcule $1+ 9 + 25 + ... + 225$. **[C]**

A) 15 B) 255 C) 680 D) 4495

12. Dada la fórmula inductiva $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=1-\frac{1}{(n+1)}$, calcule $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{(15)(16)}$ [A]

A) 15/16 B) 16/15 C) 1 D) 16/17

13. Determinar cuál de las siguientes fórmulas inductivas representa la suma $\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\ldots+\frac{1}{(n+1)^2-1}$ [B]

A) $\frac{n}{2n+1}$ B) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2(n+1)}-\frac{1}{2(n+2)}$ C) $\frac{1}{3}+\frac{(n-1)}{8}$ D) $\frac{n(n+1)+(2n-2)}{6}$

14. Considerando el problema $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{(2n+1)(n+1)n}{6}$ cuya solución es posible por inducción matemática. El suponer que $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{(2k+1)(k+1)k}{6}$, y demostrar que $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{(2k+3)(k+2)(k+1)}{6}$ utilizando el supuesto anterior, se denomina: [B]

A) Paso base B) Paso inductivo C) Hipótesis de la inducción D) Fórmula inductiva

15. Considerando el problema $2+8+24+\ldots+n(2^n)=2+(n-1)2^{n+1}$, $n \geq 1$, para el paso inductivo ¿Cuál es el término que se debe añadir a la hipótesis inductiva? [A]

A) $(k+1)2^{k+1}$ B) $(k+1)^{2k+1}$ C) $(k+1)^{k+1}$ D) $(k+1)(k+1)$

16. Si queremos demostrar por inducción matemática que $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}(3n^2-n)$ y habiendo verificado la base de la misma, para completar la demostración será necesario mostrar que: [B]

A) $\sum_{k=1}^{n-1}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n-1)^2-(n-1)\right)$

B) $\sum_{k=1}^{n+1}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n+1)\right)$

C) $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n)+2\right)$

D) $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n+1)\right)$

17. Sea $\sum_{k=1}^{n}k(k)!=(n+1)!-1$, la cual se pretende demostrar por inducción matemática. Determinar cual es el elemento a añadir en el paso inductivo, de acuerdo al principio de inducción matemática [C]

A) $(k+1)$ B) $(k+1)(k+1)!$ C) $(k+2)!-1$ D) $(k+1)!$

18. Como hipótesis inductiva tenemos que $2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\ldots+(n+1)2^n = n2^{n+1}$, $n>1$ y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [B]

A) $2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=k2^{k+1}$

B) $2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=(k+1)2^{k+2}$

C) $2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\ldots+(k+1)2^k=(k+1)2^{k+2}$

D) $2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=k2^{k+1}+(k+1)$

19. Si queremos demostrar por inducción matemática que $1^3+3^3+5^3+\ldots+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$ y habiendo verificado la base de la misma, ¿Cuál es el término que se debe añadir a la hipótesis inductiva? [A]

A) $(2k+1)^3$ B) $(2k-1)$ C) $(k+1)$ D) $(k+1)^3$

20. Como hipótesis inductiva tenemos que $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+n\cdot(n+1)=[n(n+1)(n+2)]/3$ y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [C]

A) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2)=[k(k+1)(k+2)]/3$

B) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2)=[k(k+1)(k+2)]/3+[(k+1)]/3$

C) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2)=[(k+1)(k+2)(k+3)]/3$

D) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+k\cdot(k+1)=[(k+1)(k+2)(k+3)]/3$

21. Experimentando con valores pequeños de n, encuentre una fórmula inductiva para la suma: [C]

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=$$

A) $\frac{1}{n(n+1)}$ B) $\frac{1}{(n+1)(n+1)}$ C) $\frac{n}{(n+1)}$ D) $\frac{n}{n(n+1)}$