SEMINARIO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS III

I7021 D15

Norma Elva Espino Rojas

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO

218123444

ACTIVIDAD DE NEWTON-RAPHSON

ACTIVIDAD # 5

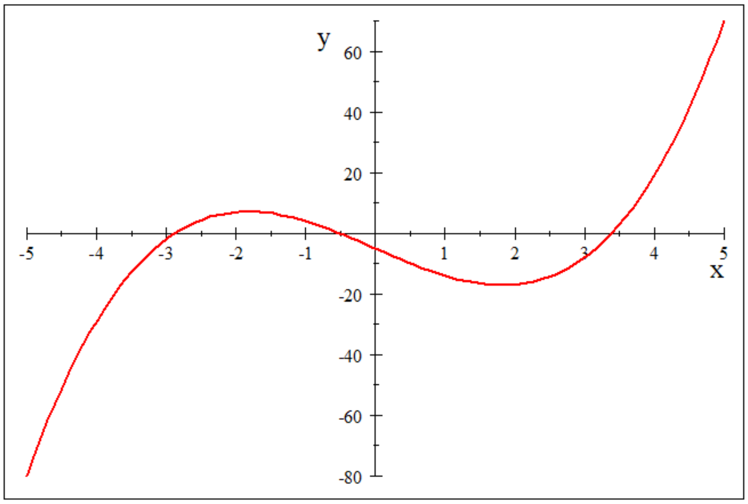
FECHA:

08/02/2022

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO
218123444

1. Ejemplo 1.4: Determinar una raíz de la función

$$f(x) = x^3 - 10x - 5$$



$$f(x) = x^3 - 10x - 5$$

$$f'(x) = 3x^2 - 10$$

xi	4				
ITERACION	xi	f(xi)	f '(xi)	xi+1	TOLERANCIA
0	4.00000	19.00000	38.00000	3.50000	
1	3.50000	2.87500	26.75000	3.39252	0.10748
2	3.39252	0.12005	24.52764	3.38763	0.00489
3	3.38763	0.00024	24.42809	3.38762	0.00001
4	3.38762	0.00000	24.42789	3.38762	0.00000

xi	-1				
ITERACION	xi	f(xi)	f '(xi)	xi+1	TOLERANCIA
0	-1.00000	4.00000	-7.00000	-0.42857	
1	-0.42857	-0.79300	-9.44898	-0.51250	0.08392
2	-0.51250	-0.00965	-9.21204	-0.51354	0.00105
3	-0.51354	0.00000	-9.20882	-0.51354	0.00000

xi	-3				
ITERACION	xi	f(xi)	f '(xi)	xi+1	TOLERANCIA
0	-3.00000	-2.00000	17.00000	-2.88235	
1	-2.88235	-0.12294	14.92388	-2.87412	0.00824
2	-2.87412	-0.00059	14.78161	-2.87408	0.00004
3	-2.87408	0.00000	14.78093	-2.87408	0.00000

∴Para la función $f(x) = x^3 - 10x - 5$ tomando como rango de visión de -5 a 5 logramos observar la cantidad de 3 raíces, usamos el método de NEWTON-RAPHSON en los valores de disparo -3, -1 y 4 encontrando que las raíces estaban en x = -2.87408 tras 3 iteraciones, x = -0.51354 tras 3 iteraciones y x = 3.38762 tras 4 iteraciones del método respectivamente.

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO
218123444

ERRORES:

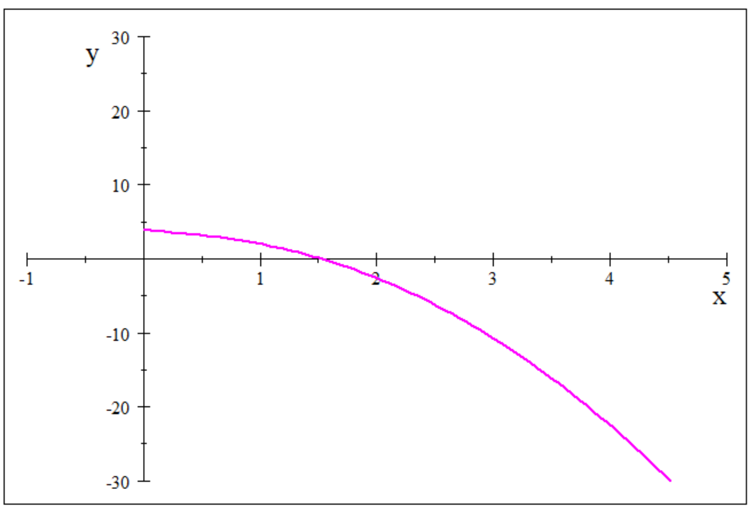
Tras obtener las 3 raíces y volver a comprobar la convergencia en el software scientific pude notar que con las 3 raíces no daba el cero absoluto, sino que eran aproximaciones cercanas al cero con un margen de error muy pequeño que disminuía mientras más decimales le solicitábamos al Excel.

Prueba con 10 decimales.

$$(3.3876190585)^3 - 10(3.3876190585) - 5 = 6.00549287 \times 10^{-10}$$
$$(-0.5135435270)^3 - 10(-0.5135435270) - 5 = -1.85600599 \times 10^{-10}$$
$$(-2.8740755315)^3 - 10(-2.8740755315) - 5 = -6.61287506 \times 10^{-10}$$

2. Ejercicio 1.5: De terminar la raíz de $f(x) = x \ln x - 2x^2 + 4$ y comparar los resultados de las aproximaciones con los métodos de Bisección y Newton-Raphson. Usar una tolerancia de 10^{-5}

$$f(x) = x \ln x - 2x^2 + 4$$



$$f(x) = x \ln x - 2x^2 + 4$$
$$f'(x) = \ln x - 4x + 1$$

xi	1				
ITERACION	xi	f(xi)	f '(xi)	xi+1	TOLERANCIA
0	1.00000	2.00000	-3.00000	1.66667	
1	1.66667	-0.70418	-5.15584	1.53009	0.13658
2	1.53009	-0.03155	-4.69503	1.52337	0.00672
3	1.52337	-0.00008	-4.67255	1.52335	0.00002
4	1.52335	0.00000	-4.67249	1.52335	0.00000

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO
218123444

∴ Para la función $f(x) = x \ln x - 2x^2 + 4$ tomando como rango de visión de -1 a 5 logramos observar una raíz, usamos el método de NEWTON-RAPHSON en el valor de disparo de 1 encontrando que la raíz está en x = 1.52335 tras 4 iteraciones del método.

ERRORES:

Al igual que el ejercicio anterior vemos que el dato entregado no logra un cero al sustituirse en la formula original, sino que también es una aproximación muy precisa, al no tener el dato de la raíz verdadera no podemos obtener el error absoluto, ni porcentual de nuestro resultado.

Prueba con 10 decimales

$$(1.5233512055)\ln(1.5233512055) - 2(1.5233512055)^2 + 4 = -1.77882241 \times 10^{-10}$$

3. Para que la pieza central de un eje de rotación de acero pueda embonar perfectamente en el ensamble, Está se debe enfriar muy por debajo de los 0°C con el fin de causarle cierto grado de contracción y así pueda pasar a través del orificio central. La ecuación que determina la temperatura ideal a la cuál debe ser enfriada la pieza para lograr la contracción deseada, es la siguiente:

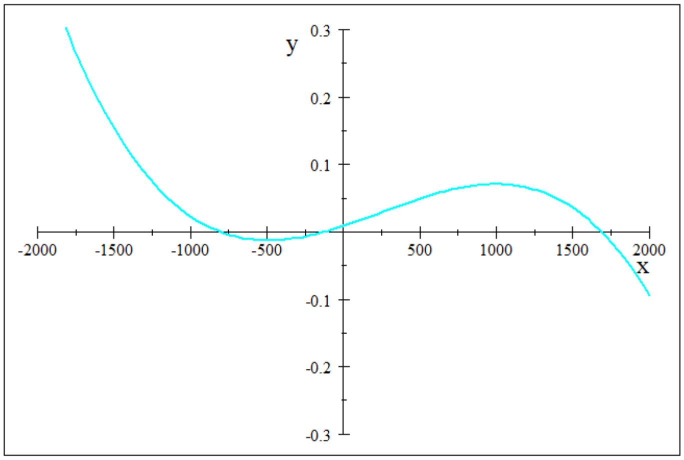
   $J(T) = (-0.505998 \times 10^{-10})T^3 + (0.38292 \times 10^{-7})T^2 + (0.74363 \times 10^{-4})T + 0.88318 \times 10^{-2} = 0$

   Utiliza el método de Bisección para encontrar la raíz adecuada que te permita determinar la temperatura ideal a la cual debe ser enfriada la pieza metálica.

   Tip: Al ser una ecuación cubica, obviamente tendrá 3 raíces. Para escoger el intervalo correspondiente a la raíz que resuelva correctamente el problema (sólo una de las 3 raíces lo resuelve correctamente), debes tener en cuenta que la temperatura ideal debe estar muy por debajo de los 0°C; aunque (por razones físicas) no puede ser menor de -273.05°C (el cero absoluto).

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO
218123444

$$J(x) = (-0.505998 \times 10^{-10})x^3 + (0.38292 \times 10^{-7})x^2 + (0.74363 \times 10^{-4})x + 0.88318 \times 10^{-2}$$



$J(x) = (-0.505998 \times 10^{-10})x^3 + (0.38292 \times 10^{-7})x^2 + (0.74363 \times 10^{-4})x + 0.88318 \times 10^{-2}$
$J'(x) = -1.517994 \times 10^{-10}x^2 + 7.6584 \times 10^{-8}x + 0.000074363$

Al usar el método de bisección con los valores de disparo de -200 y -100, ya que necesitábamos una raíz en el intervalo -273.05 < x < 0 y obtennos la raíz:
-128.75492391
Al usar el método de NEWTON-RAPHSON con el valor de disparo de -200 obtennos la raíz:
-128.75492392
∴Para la función:
$J(T) = (-0.505998 \times 10-10)T3 + (0.38292 \times 10-7)T2 + (0.74363 \times 10-4)T + 0.88318 \times 10-2 = 0$ tomando como rango de visión de -2000 a 2000 logramos observar la cantidad de 3 raíces.
Tras evaluar en la función el teorema de Bolzano usamos el método de disección en los valores de disparo de -200 y -100, pues era el rango dende se encontraba una raíz que cumplía con los principios físicos de problema, es decir -273.05 < x < 0, logrando obtener la posición de la raíz en x = -128.75492391 tras 34 iteraciones del método.
Y usando el método de NEWTON-RAPHSON obtenemos que la raíz esta en -128.75492392 tras 4 iteraciones del método.

Conclusión:
Podemos notar que el método de NEWTON-RAPHSON logra converger muchos ménenos iteraciones que el método de Bisección y con una diferencia de una unidad en el octavo decimal, pero aun así ambas igualan a 0 la función original, aun así también podemos destacar que el método de Bisección también pasa por el resultado -128.75492392 en las iteraciones 32 y 33 pero pasa a -128.75492391 en la iteración 34, de cualquier modo considero que el método de NEWTON-RAPHSON es más eficiente cuando se usan ecuaciones simples como la de este problema.