

ACTIVIDAD DE PUNTO FIJO

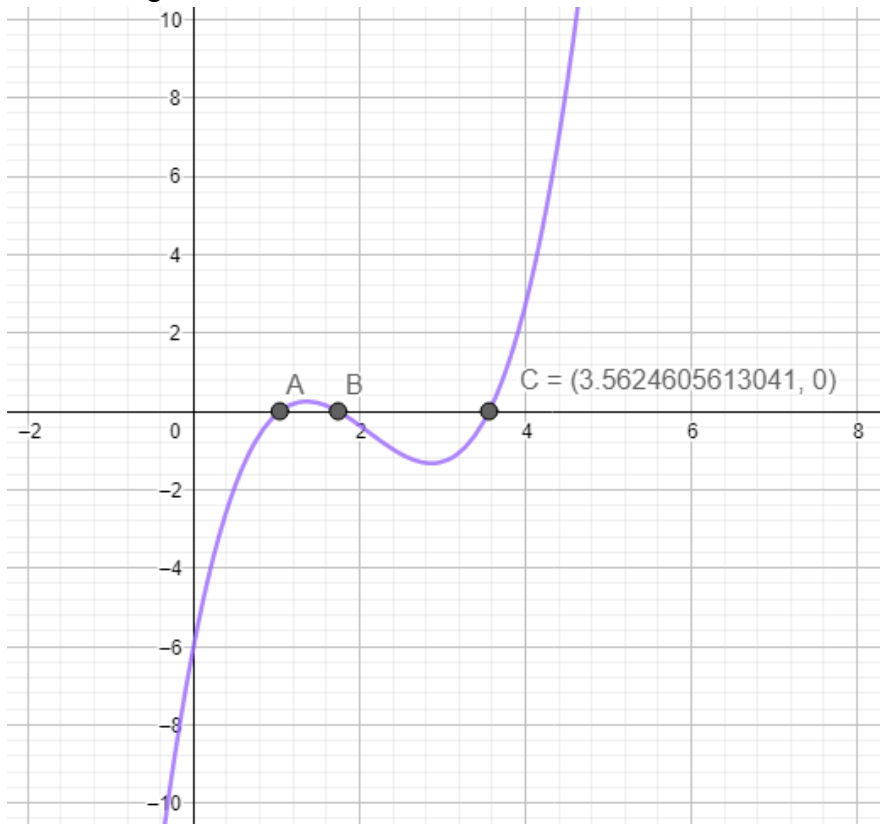
ACTIVIDAD # 4

Norma Elva Espino Rojas

1. Determine la raíz real más grande de

$$f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6$$

a. En forma gráfica



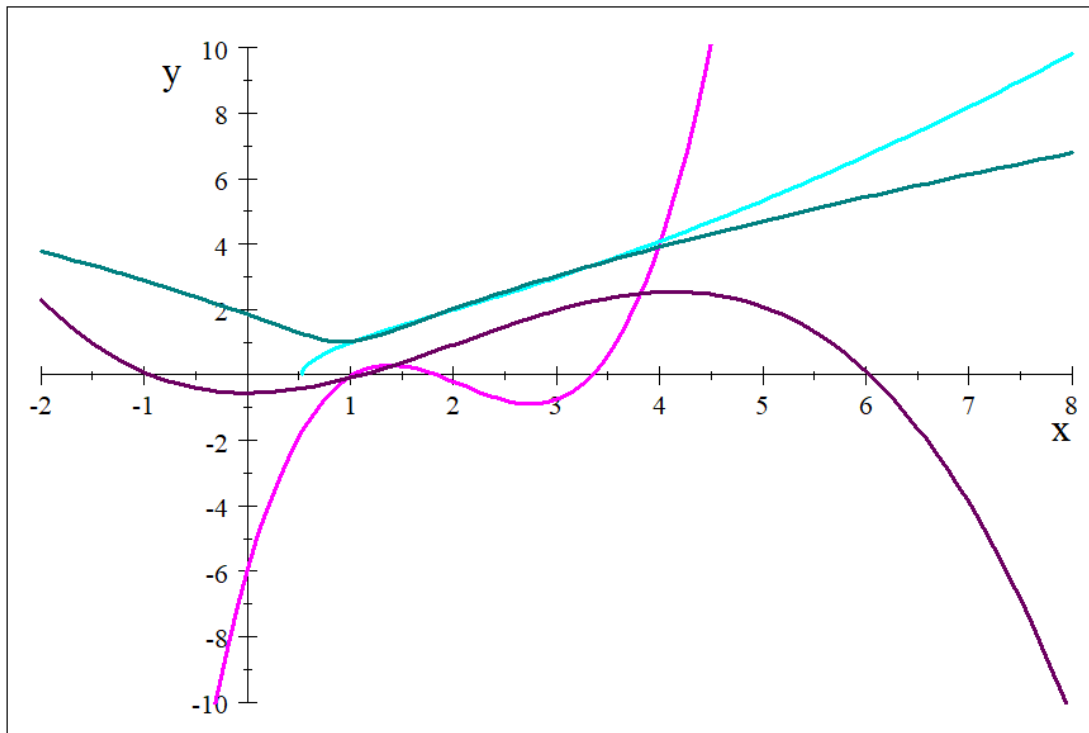
b. Con el uso del método de Bisección

Al usar el método de bisección con los valores de disparo de 3 y 4 obtenemos la raíz C:

$$x = 3.344645$$

∴ Para la función $f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6$ tomando como rango de visión de -2 a 8 logramos observar la cantidad de 3 raíces donde la raíz C intuimos que es la más grande, tras evaluar en la función el teorema de Bolzano usamos el método de disección en los valores de disparo 3 y 4 encontrando que la raíz estaba en $x = 3.344645$ tras 23 iteraciones del método.

c. Con el método de Punto Fijo



Tras graficar los 3 despejes principales podemos ver que si la línea maganta es la función original, la línea morada será la que mas cerca esta de las raíces.

$$f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6 = 0$$

$$x_2 = \pm \sqrt[2]{\frac{6 - 10.9x - 0.95x^3}{-5.9}}$$

$$x_3 = \pm \sqrt[3]{\frac{6 + 5.9x^2 - 10.9x}{0.95}}$$

$$x_1 = \frac{-0.95x^3 + 5.9x^2 - 6}{10.9}$$

$$g_1(x) = \frac{-0.95x^3 + 5.9x^2 - 6}{10.9}$$

$$g'_1(x) = 1.08256881x - 0.261467890x^2$$

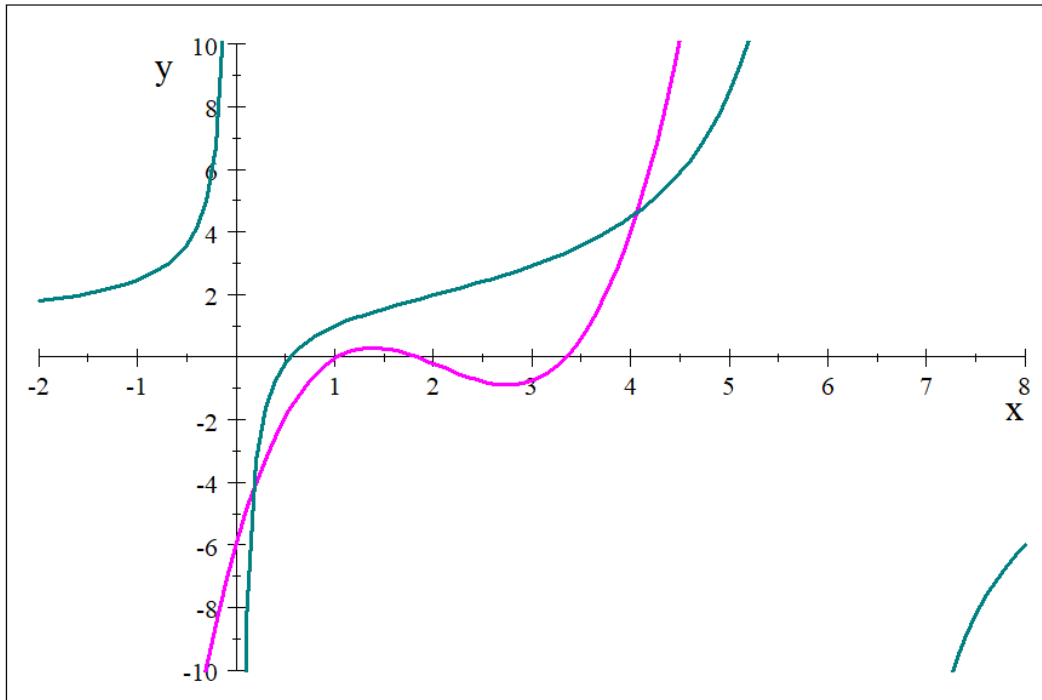
$$|g'_1(3.5)| = 0.586009183 < 1$$

Aun la convergencia ser menor que 0 al aplicar el método de Punto Fijo nos da el número:

$$x = -0.438848$$

∴ Pero por los anteriores métodos sabemos que $x = -0.438848$ no es una raíz de la función, pero por mas despejes diferentes no fui capaz de encontrar un resultado más cercano.

- d. Con el método de Punto Fijo use $g_1(x) = x = \frac{6-10.9x}{0.95x^2-5.9x}$ con $x_0 = 2.1$. ¿Cumple con el criterio de convergencia?, si su respuesta es afirmativa, encontrar la aproximación de la raíz con dicho despeje.



$$f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6$$

$$g_1(x) = \frac{(6 - 10.9x)}{(0.95x^2 - 5.9x)}$$

$$g'_1(x) = (10.9x - 6) \frac{1.9x - 5.9}{(0.95x^2 - 5.9x)^2} - \frac{10.9}{0.95x^2 - 5.9x}$$

$$|g'_1(2.1)| = 0.849473291 < 1$$

Al usar el método de punto fijo con el valor de disparo de 2.1 obtenemos la raíz B:

$$x = 1.839130$$

∴ Para la función $f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6$ tomando como rango de visión de -2 a 8, tras evaluar el criterio de convergencia usamos el método de punto fijo en el valor de disparo 2.1 encontrando que la raíz estaba en $x = 1.839130$ tras 105 iteraciones del método.

- e. Usando el método de Bisección para $f(x)$ en el intervalo $[1.5, 2.5]$, encuentre la raíz de ese intervalo.

Al usar el método de bisección con los valores de disparo de 1.5 y 2.5 obtenemos la raíz:

$$x = 1.839130$$

∴ Para la función $f(x) = 0.95x^3 - 5.9x^2 + 10.9x - 6$ tomando como rango de visión de -2 a 8, tras evaluar en la función el teorema de Bolzano usamos el método de disección en los valores de disparo 1.5 y 2.5 encontrando que la raíz estaba en $x = 1.839130$ tras 21 iteraciones del método.

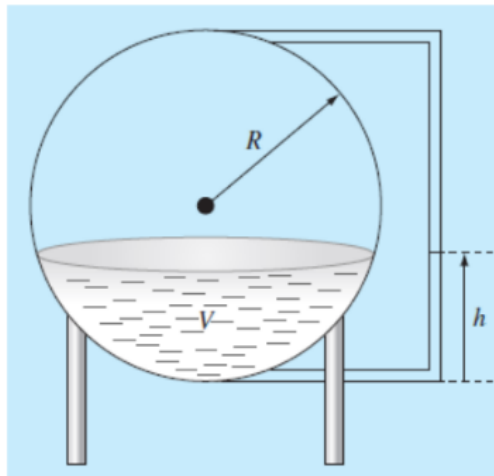
- f. La raíz que se encuentra en los incisos d y e, ¿es la misma?, si su respuesta es afirmativa conteste ¿cuál tiene mejor convergencia?, si es negativa explique qué ocurre con ambos procesos.

∴ Las respuestas del inciso d y e me dieron el mismo resultado, y la respuesta con mejor convergencia sería la del punto fijo pues es más precisa.

2. Suponga que se está diseñando un tanque esférico de almacenamiento de agua para un poblado pequeño de un país en desarrollo. El volumen del líquido que puede contener se calcula con

$$V = \pi h^2 \frac{[3R - h]}{3}$$

donde V = volumen [pies³], h = profundidad del agua en el tanque [pies], y R = radio del tanque [pies]. Si $R = 3$ m; ¿a qué profundidad debe llenarse el tanque de modo que contenga 30 m³? Utilice el método de Punto Fijo para encontrar dicho resultado. Observe que el valor inicial de R convergerá siempre.



$$V = \pi h^2 \frac{[3R - h]}{3}$$

$$R = 3m = 9.84252[pies]$$

$$V = 30m^3 = 1059.44[pies^3]$$

$$1059.44 = \pi h^2 \frac{[3(9.84252) - h]}{3}$$

$$V = \pi h^2 \frac{[3R - h]}{3}$$

$$1059.44 = \pi h^2 \frac{[3(9.84252) - h]}{3}$$

$$3178.32 = \pi h^2 [29.52756 - h]$$

$$h^3 - 29.52756h^2 + \frac{3178.32}{\pi} = 0$$

$$f(h) = h^3 - 29.52756h^2 + \frac{3178.32}{\pi}$$

$$g_1(h) = h = \sqrt[3]{29.52756h^2 - \frac{3178.32}{\pi}}$$

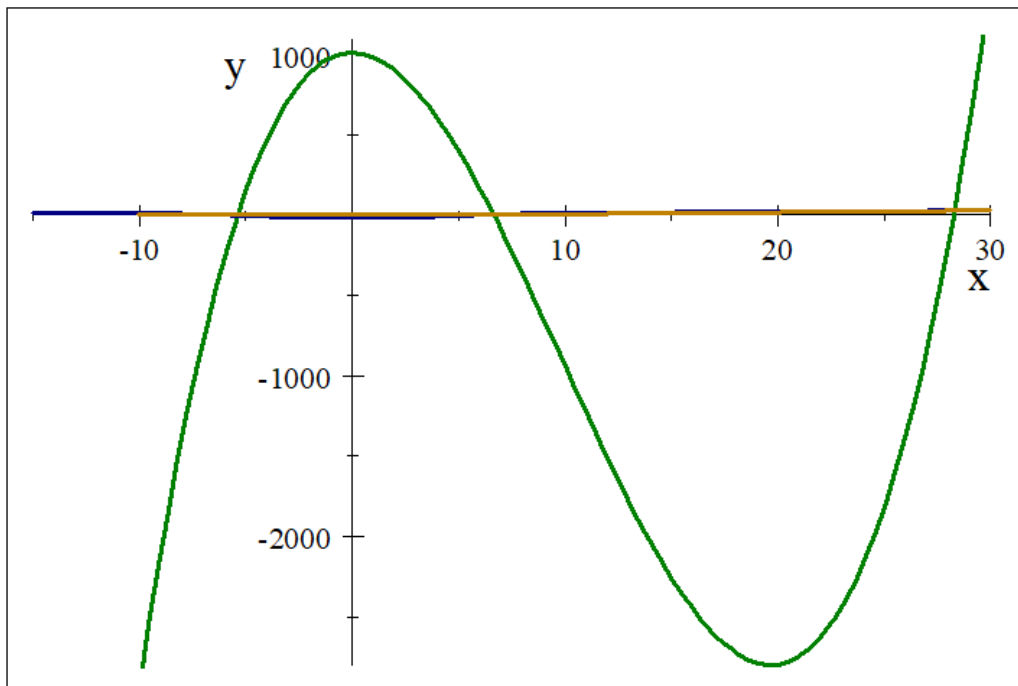
$$g'_1(h) = -19.68504 \frac{h}{\frac{3178.32}{\pi} - 29.52756h^2} \sqrt[3]{29.52756h^2 - \frac{3178.32}{\pi}}$$

$$|g'_1(29)| = 0.689542641 < 1$$

$$g_2(h) = h = \sqrt[3]{\frac{h^3 + \frac{3178.32}{\pi}}{29.52756}}$$

$$g'_2(h) = 5.07999984 \times 10^{-2} \frac{h^2}{\sqrt[3]{3.38666656 \times 10^{-2}h^3 + \frac{107.639101}{\pi}}}$$

$$|g'_2(29)| = 7.29876868 > 1$$



A través de la grafica y software especializado sabemos que las raíces de la función son:

28. 2608497, 6. 64995301 y - 5. 38324266

∴ Pero tras varios intentos de despejes no fui capaz de encontrar las raíces por el método de Punto Fijo, pues tan pronto como iniciaba las interacciones llegaban a números enormes que nunca reducían la tolerancia.