Tarea 2.2 Variables Aleatorias Conjuntas

EJERCICIOS

3.37 Determine los valores de c, tales que las siguientes funciones representen distribuciones de probabilidad conjunta de las variables aleatorias X y Y:

A) $f(x,y) = cxy, para\ x = 1,2,3; y = 1,2,3;$

$$c(1)(1) + c(1)(2) + c(1)(3) + c(2)(1) + c(2)(2) + c(2)(3) + c(3)(1)$$
$$+c(3)(2) + c(3)(3) = 1$$
$$c(1+2+3+2+4+6+3+6+9) = 1$$
$$c(36) = 1$$
$$\boldsymbol{c = \frac{1}{36}}$$

B) $f(x,y) = c|x - t|, para\ x = -2,0,2; y = -2,3;$

$$c|(-2-(-2)) + (-2-3) + (0-(-2)) + (0-3) + (2-(-2)) +$$
$$(2-3)| = 1$$
$$c|0 - 5 + 2 - 3 + 4 - 1| = 1$$
$$c|-3| = 1$$
$$c(3) = 1$$
$$\boldsymbol{c = \frac{1}{3}}$$

3.39 De un saco de frutas que contiene 3 naranjas, 2 manzanas y 3 plátanos se selecciona una muestra aleatoria de 4 frutas. Si X es el número de naranjas y Y el de manzanas en la muestra, calcule

a) la distribución de probabilidad conjunta de X y Y;

N=8

F(x,y)		X				F(x)
		0	1	2	3	
Y	0	0	3/70	9/70	3/70	15/70
	1	2/70	18/70	18/70	2/70	40/70
	2	3/70	9/70	3/70	0	15/70
F(y)		5/70	30/70	30/70	5/70	70/70

b) $P[(X,Y) \in A]$, donde A es la región dada por $\{(x,y)|x + y \leq 2\}$

$$\frac{2}{70} + \frac{3}{70} + \frac{3}{70} + \frac{18}{70} + \frac{9}{70} = \boldsymbol{\frac{35}{70}}$$

3.49 Sea X el número de veces que fallará cierta máquina de control numérico: 1, 2 o 3 veces en un día dado. Y si Y denota el número de veces que se llama a un técnico para una emergencia, su distribución de probabilidad conjunta estará dada como

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 23/02/2022
TAREA 2.2

$f(x, y)$		x		
		1	2	3
	1	0.05	0.05	0.10
y	3	0.05	0.10	0.35
	5	0.00	0.20	0.10

a) Evalúe la distribución marginal de X.

x	1	2	3
F(x)	0.10	0.35	0.55

b) Evalúe la distribución marginal de Y.

y	1	2	5
F(y)	0.20	0.50	0.30

c) Calcule P(Y = 3 | X = 2).

$$\frac{p(2,3)}{p_x(2)} = \frac{0.10}{0.35} = 0.2857 = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$$

3.77 Considere las variables aleatorias X y Y que representan el número de vehículos que llegan a dos esquinas de calles separadas durante cierto periodo de 2 minutos. Estas esquinas de las calles están bastante cerca una de la otra, así que es importante que los ingenieros de tráfico se ocupen de ellas de manera conjunta si fuera necesario. Se sabe que la distribución conjunta de X y Y es

$$f(x, y) = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{4^{(x+y)}},$$

para x = 0, 1, 2, . . . , y para y = 0, 1, 2, . . .

a) ¿Son independientes las dos variables aleatorias X y Y? Explique su respuesta.

Si son independientes porque a la hora de sustituir los datos nos damos cuenta que nos da lo mismo en “y” y lo mismo en “x”.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, durante el periodo en cuestión, lleguen menos de 4 vehículos a las dos esquinas?

$$P(X+Y<4) = f(0,0) + f(0,1) + f(0,2) + f(0,3) + f(1,0) + f(1,2) + f(2,0)$$
$$+f(2,1) + f(3,0)$$

$$P(X+Y<4) = 0.984375 = \frac{\mathbf{63}}{\mathbf{64}}$$

3.79 Otro tipo de sistema que se utiliza en trabajos de ingeniería es un grupo de componentes en paralelo o un sistema paralelo. En este enfoque más conservador la probabilidad de que el sistema funcione es mayor que la probabilidad de que cualquier componente funcione. El sistema fallará sólo cuando falle todo el sistema.

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 23/02/2022

TAREA 2.2

Considere una situación en la que hay 4 componentes independientes en un sistema paralelo, en la que la probabilidad de operación está dada por

Componente 1: 0.95; Componente 2: 0.94;

Componente 3: 0.90; Componente 4: 0.97.

¿Cuál es la probabilidad de que no falle el sistema?

$$P(C1 \cap C2 \cap C3 \cap C4) = 0.95 * 0.94 * 0.90 * 0.97 = \mathbf{0.7795}$$