ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 16/03/2022
TAREA 3.2

Tarea 3.2 Varianza de una variable aleatoria

EJERCICIOS

4.34 Sea X una variable aleatoria con la siguiente distribución de probabilidad:

x	-2	3	5
$f(x)$	0.3	0.2	0.5

Calcule la desviación estándar de X.

$$\mu = (-2)(0.3) + (3)(0.2) + (5)(0.5) = 2.5$$
$$\sigma^2 = (-2-2.5)^2(0.3) + (3-2.5)^2(0.2) + (5-2.5)^2(0.5) = 9.25$$
$$\sigma = \sqrt{9.25} = \mathbf{3.0413}$$

4.35 La variable aleatoria X, que representa el número de errores por 100 líneas de código de programación, tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	0.01	0.25	0.4	0.3	0.04

Utilice el teorema 4.2 de la página 121 para calcular la varianza de X.

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$
$$\mu = (2)(0.01) + (3)(0.25) + (4)(0.4) + (5)(0.3) + (6)(0.04) = 4.11$$
$$E(X^2) = (4)(0.01) + (9)(0.25) + (16)(0.4) + (25)(0.3) + (36)(0.04) = 17.63$$
$$\sigma^2 = 17.63 - (4.11)^2 = 0.7379$$
$$\sigma = \sqrt{0.7379} = \mathbf{0.8590}$$

4.49 Considere la situación del ejercicio 4.32 de la página 119. La distribución del número de imperfecciones por cada 10 metros de tela sintética está dada por

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

Calcule la varianza y la desviación estándar del número de imperfecciones.

$$\mu = (0)(0.41) + (1)(0.37) + (2)(0.16) + (3)(0.05) + (4)(0.01) = 0.88$$
$$\sigma^2 = (0-0.88)^2(0.41) + (1-0.88)^2(0.37) + (2-0.88)^2(0.16) + (3-0.88)^2(0.05) + (4-0.88)^2(0.01) = \mathbf{0.8456}$$
$$\sigma = \mathbf{0.9195}$$

4.50 En una tarea de laboratorio, si el equipo está funcionando, la función de densidad del resultado observado X es

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 16/03/2022
TAREA 3.2

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la varianza y la desviación estándar de X.

$$\mu = 2\int_0^1 x(x-1)dx = 2\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 = -\frac{1}{3}$$

$$E(X^2) = 2\int_0^1 x^2(x-1)dx = -\frac{1}{6}$$

$$\sigma^2 = -\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{18}}$$

$$\sigma = \mathbf{0.5270}\, \boldsymbol{i}$$

La covarianza de dos variables aleatorias X y Y, con medias μ_X y μ_Y, respectivamente, está dada por

$$\sigma_{XY} = E(XY) - \mu_X \mu_Y .$$

4.45 Calcule la covarianza de las variables aleatorias X y Y del ejercicio 3.49 de la página 106.

$f(x, y)$		x		
		1	2	3
y	1	0.05	0.05	0.10
	3	0.05	0.10	0.35
	5	0.00	0.20	0.10

$$\sigma_{XY} = E(XY) - \mu_X\mu_Y$$

$$E(XY) = (1)(1)(0.05) + (1)(2)(0.05) + (1)(3)(0.10) + (3)(1)(0.05) + (3)(2)(0.10) + (3)(3)(0.35) + (5)(2)(0.20) + (5)(3)(0.10) = 7.85$$

$$\mu_X = \sum_{x=1}^{3} xg(x) = (1)(0.10) + (2)(0.35) + (3)(0.55) = 2.45$$

$$\mu_Y = \sum_{y=1}^{5} yh(y) = (1)(0.20) + (3)(0.50) + (5)(0.30) = 3.2$$

$$\sigma_{XY} = (7.85) - (2.45)(3.2) = \mathbf{0.01}$$