

## Part I

# UNIDAD # 2 "CONCEPTOS BÁSICOS DE LA LÓGICA"

Elaboró: Norma Elva Espino Rojas  
29 de Septiembre de 2020

### 0.1 Lógica y su lenguaje formal.

Sabemos que la lógica es una ciencia y su objeto de estudio la constituyen las formas, estructuras o esquemas del pensamiento.

Si por ejemplo tenemos la siguiente oración

11 es número primo y 8 es un número par

podemos ver que se refieren a cosas muy diferentes y sin embargo tienen estructuras comunes. Es decir, su estructura son números pero su característica es diferente, uno habla de números primos mientras que el otro de números compuestos.

La oración esta unida con un "*conector*" en este caso "*y*", que nos separa las "*proposiciones*".

#### 0.1.1 La lógica proposicional.

Es una parte de la lógica que estudia las formas en que se relacionan unas proposiciones con otras y, sobre todo, la relación que se da entre las proposiciones que componen sus pensamientos.

Una cosa importante que no debemos olvidar, es que el lenguaje es un medio o instrumento por el cual se transmite la información. Por ejemplo, los libros, documentos, revistas, etc., aun que cabe mencionar que no todos los lenguajes fueron inventados por el hombre, los animales, por ejemplo tienen su propio lenguaje para comunicarse.

Existen otro tipo de lenguaje como lo es el natural, lo aprendemos en forma espontánea y lo empleamos en nuestra vida cotidiana, los signos utilizados son palabras habladas o escritas las cuales tienen un determinado significado.

Cuando el lenguaje se simboliza es con el único objeto de tener sencillez, claridad y exactitud. Muchas veces resulta más sencillo, claro y exacto representar las cosas por medio de símbolos.

Entonces la lógica proposicional examina las posibles relaciones entre las proposiciones, sin atender a su contenido.

## 0.2 Proposiciones Simples y Compuestas.

Las *proposiciones* son pensamientos en los que se afirma algo y que se expresan mediante enunciados u oraciones declarativas.

Recordemos que las oraciones se dividen en declarativas, imperativas y exclamativas. Sólo las oraciones declarativas pueden transmitir una proposición, que por ser una afirmación, es verdadera o falsa. Por ejemplo

El ácido sulfúrico corroe la madera	Declarativa
¡Maldita sea mi suerte!	Exclamativa
2020 un año difícil	Declarativa
¿Cuántos planetas existen en nuestro sistema?	Exclamativa

### 0.2.1 Proposiciones Simples:

Una proposición es simple o elemental son aquellas que no están unidas por otra oración, es decir, por un conector como por ejemplo "y", "o", "entonces", pueden ser afirmaciones verdaderas o falsas.

Por ejemplo

El 7 es un número primo.  
Febrero de 1976 fue años bisiesto.  
La Lógica es divertida.  
Las aves vuelan.

### 0.2.2 Proposiciones Compuestas y sus tablas:

Son las que tienen más de un enunciado unido por conectores lógicos. También son conocidas como moleculares. Ejemplos

Gabriel García Márquez fue un gran escritor *y* bailarín.  
Los peces nadan *y* son bonitos.  
Si aumenta la temperatura de un gas, entonces aumenta su volumen.  
1976 fue año bisiesto si y sólo si febrero de 1976 tuvo 29 días.

### 0.2.3 Conectivas lógicas.

Son aquellas palabras o términos que ligan, juntan, enlazan o unen las proposiciones simples para formar proposiciones compuestas. Los operadores o

conectivos básicos son:

Conectivo	Símbolo	Nombre de la Proposición
No	$\sim$	Negación
Y	$\wedge$	Conjunción
O	$\vee$	Disyuntiva Inclusiva
O ... O	$\triangle$	Disyuntiva Exclusiva
Si ...entonces...	$\Rightarrow$	Condicional
... si y sólo si ...	$\Leftrightarrow$	Bicondicional

**Negación ( $\sim$ ):** Es un conectivo singular. Se dice que una proposición es negativa a aquella que cambia el valor de la proposición original. La negación se puede traducir como:

No es cierto que...	Nadie que sea...	Jamás ...
Es falso que...	No es el caso que...	Es inconcebible que ...
Nunca...	No es verdad que ...	Es imposible que ...
No ocurre que...	Es absurdo que ...	Es erróneo que ...
Es mentira que...	No acaece que...	De ningún modo ...
No es el caso que...	Es inadmitible que ...	Es cierto que ...
Es refutable que...	Es falaz que ...	En modo alguno ...

*Ejemplos de proposiciones negativas:*

No es el caso que el plomo sea radioactivo.

No ocurre que el plomo sea radioactivo.

El plomo no es radioactivo.

**Tabla de verdad:**

$p$	$\sim p$
V	F
F	V

**Conjunción ( $\wedge$ ):** Dadas dos proposiciones es el resultado de unir las con el conectivo lógico "y". La proposición conjuntiva es verdadera cuando las dos proposiciones son verdaderas. En nuestro lenguaje las podemos ubicar como:

Pero	Aun cuando	No obstante
Sin embargo	Al igual que	Aunque
Además	Tanto... como..	Más aún
A la vez	Simpre ambos ... con ...	también
Incluso	No sólo ... sino también...	Es compatible con
Así como	A pesar de...	Así mismo
Del mismo modo	... con ... los dos a la vez	De la misma forma que

*Ejemplos de proposiciones con conjunción:*

Sean

$p$  = Pedro habla

$q$  = Pedro tiene la razón

dos proposiciones simples al unir las con una conjunción puede quedar

$p \wedge q$  = Pedro habla de la misma forma que tiene la razón.

**Tabla de verdad:**

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

**Disyunción inclusiva o débil ( $\vee$ ):**

Es una proposición compuesta relacionadas con el conectivo lógico "o".

Formas de conexión que nos indican la disyunción inclusiva:

A menos que	O en todo caso
Excepto que	O también
Salvo que	O incluso
A no ser que	O bien
Y bien o también	Al menos uno de los dos ... o ...
O sino	Alternativamente

*Ejemplos de proposiciones con disyunción débil:*

Sean

$p$  = Mañana estudiaremos Lógica

$q$  = Mañana estudiaremos Matemáticas Discretas

dos proposiciones simples al unir las con una disyunción puede quedar

$p \vee q$  = Mañana estudiaremos Lógica o sino estudiaremos Matemáticas Discretas

**Tabla de verdad:**

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

**Condicional ( $\Rightarrow$ ):** Proposición compuesta que resulta de combinar dos proposiciones simples, a través de los conectivos " Si ... entonces ...". A la primera proposición se le llama antecedente o hipótesis y a la segunda se le llama consecuente o conclusión. La manera de expresar la condicional en el orden *antecedente-consecuente* es:

Si p, entonces q	p por tanto q
Siempre que p entonces q	p por consiguiente q
p es suficiente para q	p por ende q
p implica q	p por conclusión q
Ya que p bien se ve que q	Dado que p por eso q
En cuanto p por lo tanto q	Porque p por eso q

También se puede expresar en el orden *consecuente-antecedente* implicación inversa.

q si p	q es implicada para p	q de modo que p
q siempre que q	q cada vez que q	q puesto que q
q es necesario para p	q en vista que p	q porque p
Sólo si p, q	Sólo cuando p, q	Solamente porque p,q
q dado que p	q ya que p	q cada vez que p
q a condición de que p	q dado que p	q se concluye de p
q supone que p	q sigue de p	únicamente si p, q

**Ejemplos de proposiciones implicación:**

Sean

$p$  = Las ventas son buenas

$q$  = Abra mayor estabilidad económica

dos proposiciones simples al unir las con una implicación puede quedar

$p \Rightarrow q$  = Siempre que las ventas sean buenas entonces abra mayor estabilidad económica.

**Tabla de verdad:**

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

**Bicondicional ( $\Leftrightarrow$ ):** Dos proposiciones lógicas unidas por el conectivo "... si y sólo si..." La proposición bicondicional solamente son verdaderas si tanto p como q son verdaderas o bien ambas falsas. También suelen emplearse expresiones como:

... siempre y cuando ...	Es suficiente para que suficiente sea
... es equivalente a ...	Es condición necesaria y suficiente para
... es lo mismo que ...	... por lo cual y según lo cual ...
... cuando y sólo cuando...	... cada vez que y sólo si ...
Si y sólo si p, q	... si de la forma ...
... siempre que y sólo cuando...	... implica y está implicado por ...
... es idéntico a ...	Siempre que ... y siempre que ...

*Ejemplos de proposiciones Bicondicionales:*

Sean

$p$  = El que yo te explique

$q$  = Yo te dejo un vídeo

dos proposiciones simples al unir las con una bicondicional puede quedar

$p \Leftrightarrow q$  = El que yo te explique es lo mismo que te deje un video.

**Tabla de verdad:**

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

### 0.3 Notación Proposicional.

En la lógica nos interesa saber cómo están combinadas las proposiciones y no tanto su significado. Es por ello que requerimos unos símbolos que prescindiendo del significado de las proposiciones nos indique la forma en que se combinan. Estos símbolos representan un lenguaje formal.

*Ejemplos:*

1. Él pregunta por su pipa y pregunta por su escudilla.

$p$  =pregunta por su pipa

$q$  =pregunta por su escudilla

$p \wedge q$

2. Si Luis se queda entonces María se va.

$p$  =Luis se queda

$q$  =María se va

$p \Rightarrow q$

3. Si hay fallas en las grandes masas rocosas, entonces es posible que ocurran terremotos.

$$\begin{aligned} p &= \text{Hay fallas en las grandes masas rocosas} \\ q &= \text{es posible que ocurran terremotos} \\ p &\Rightarrow q \end{aligned}$$

4. Democracia significa un modo de vida en el que la libertad y la justicia están presentes.

$$\begin{aligned} p &= \text{Democracia significa un modo de vida en el que la libertad} \\ q &= \text{Democracia significa un modo de vida en el que la justicia está presente} \\ p &\wedge q \end{aligned}$$

5. Decir que la suma de sucesiones positivas es una sucesión positiva y el producto de sucesiones positivas es una sucesión positiva equivale a decir que la suma y el producto de dos números reales positivos es un número real positivo.

$$\begin{aligned} p &= \text{La suma de sucesiones positivas es una sucesión positiva.} \\ q &= \text{El producto de sucesiones positivas es una sucesión positiva.} \\ r &= \text{La suma de dos números reales positivos es un número real positivo.} \\ s &= \text{El producto de dos números reales positivos es un número real positivo.} \end{aligned}$$

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (r \wedge s)$$