

## Tarea 1.2 Espacio muestral y eventos

### PARTICIÓN DEL ESPACIO MUESTRAL

Al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento estadístico se le llama espacio muestral y se representa con el símbolo  $S$ .

A cada resultado en un espacio muestral se le llama elemento o miembro del espacio muestral, o simplemente punto muestral. Si el espacio muestral tiene un número finito de elementos, podemos listar los miembros separados por comas y encerrarlos entre llaves. Por consiguiente, el espacio muestral  $S$ , de los resultados posibles cuando se lanza una moneda al aire, se puede escribir como

$$S = \{H, T\},$$

en donde  $H$  y  $T$  corresponden a “caras” y “cruces”, respectivamente

Considere el experimento de lanzar un dado. Si nos interesara el número que aparece en la cara superior, el espacio muestral sería

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Si sólo estuviéramos interesados en si el número es par o impar, el espacio muestral sería simplemente

$$S_2 = \{\text{par}, \text{impar}\}$$

### PERMUTACIÓN

Una permutación es un arreglo de todo o parte de un conjunto de objetos.

El número de permutaciones de  $n$  objetos es  $n!$

El número de permutaciones de las cuatro letras  $a, b, c$  y  $d$  será  $4! = 24$ .

El número de permutaciones de  $n$  objetos distintos tomados de  $r$  a la vez es

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

En un año se otorgará uno de tres a algunos de los estudiantes, de un grupo de 25, de posgrado del departamento de estadística. Si cada estudiante puede recibir un premio como máximo, ¿cuántas selecciones posibles habría?

Solución: Como los premios son distinguibles, se trata de un problema de permutación. El número total de puntos muestrales es

$${}_{25}P_3 = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = (25)(24)(23) = 13,800$$

El número de permutaciones de  $n$  objetos ordenados en un círculo es  $(n-1)!$

Con 4 letras diferentes a, b, c y d tenemos 24 permutaciones distintas. Si permitimos que  $a = b = x$  y  $c = d = y$ , podemos listar sólo las siguientes permutaciones distintas:  $xxyy$ ,  $xyxy$ ,  $yxyx$ ,  $yyxx$ ,  $xyyx$  y  $yxyx$ . De esta forma tenemos  $4!/(2!2!) = 6$  permutaciones distintas.

El número de permutaciones distintas de  $n$  objetos, en el que  $n_1$  son de una clase,  $n_2$  de una segunda clase,  $\dots$ ,  $n_k$  de una  $k$ -ésima clase es

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Durante un entrenamiento de fútbol americano colegial, el coordinador defensivo necesita tener a 10 jugadores parados en una fila. Entre estos 10 jugadores hay 1 de primer año, 2 de segundo año, 4 de tercer año y 3 de cuarto año, respectivamente. ¿De cuántas formas diferentes se pueden arreglar en una fila si lo único que los distingue es el grado en el cual están?

$$\frac{10!}{1! 2! 4! 3!} = 12,600$$

El número de formas de partir un conjunto de  $n$  objetos en  $r$  celdas con  $n_1$  elementos en la primera celda,  $n_2$  elementos en la segunda, y así sucesivamente, es

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

Donde  $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$

Un hotel va a hospedar a siete estudiantes de posgrado que asisten a una conferencia, ¿en cuántas formas los puede asignar a una habitación triple y a dos dobles?

Solución: El número total de particiones posibles sería

$$\binom{7}{3,2,2} = \frac{7!}{3! 2! 2!} = 210$$

## COMBINACIÓN

El número de combinaciones de  $n$  objetos distintos tomados de  $r$  a la vez es

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

Un niño le pide a su madre que le lleve cinco cartuchos de Game-Boy TM de su colección de 10 juegos recreativos y 5 de deportes. ¿De cuántas maneras podría su madre llevarle 3 juegos recreativos y 2 de deportes?

Solución: El número de formas de seleccionar 3 cartuchos de 10 es

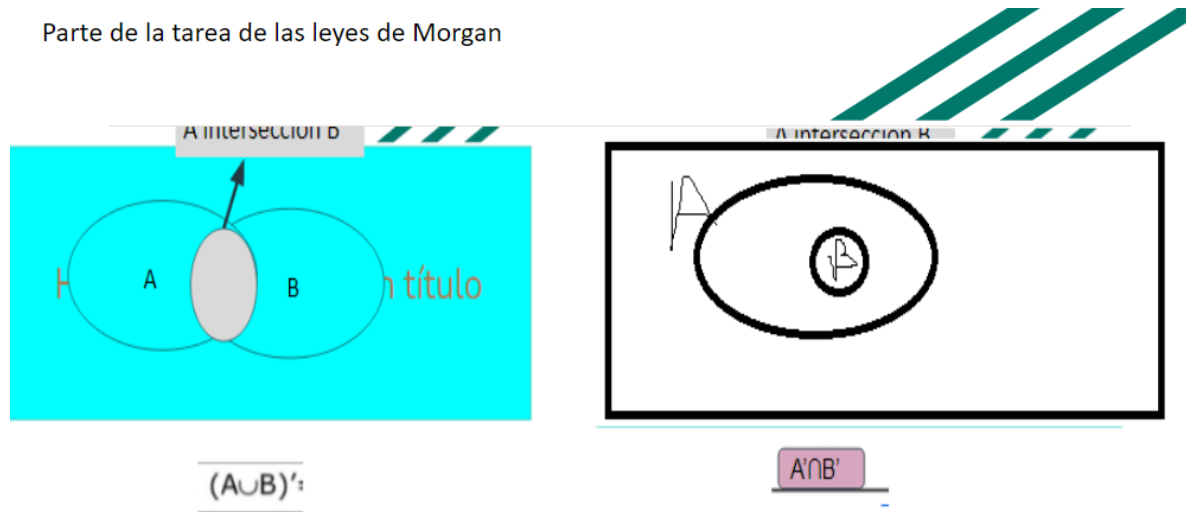
$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! (10-3)!} = 120$$

El número de formas de seleccionar 2 cartuchos de 5 es

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

Si utilizamos la regla de la multiplicación (regla 2.1) con  $n_1 = 120$  y  $n_2 = 10$ , tenemos que hay  $(120)(10) = 1200$  formas.

Parte de la tarea de las leyes de Morgan



## EJERCICIOS

2.1 Liste los elementos de cada uno de los siguientes espacios muestrales:

a) el conjunto de números enteros entre 1 y 50 que son divisibles entre 8;

$$S = \{ 8, 16, 24, 32, 40, 48 \}$$

b) el conjunto  $S = \{x \mid x^2 + 4x - 5 = 0\}$ ;

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = -5 \quad x_2 = 1$$

$$S = \{ -5, 1 \}$$

c) el conjunto de resultados cuando se lanza una moneda al aire hasta que aparecen una cruz o tres caras;

$$S = \{ \text{cruz, cara-cruz, cara-cara-cruz, cara-cara-cara} \}$$

d) el conjunto  $S = \{x \mid x \text{ es un continente}\}$ ;

$$S = \{ \text{América, África, Asia, Europa, Oceanía, Antártida} \}$$

e) el conjunto  $S = \{x \mid 2x - 4 \geq 0 \text{ y } x < 1\}$ .

$$S = \{ \emptyset \}$$

2.7 De un grupo de estudiantes de química se seleccionan cuatro al azar y se clasifican como hombre o mujer. Liste los elementos del espacio muestral  $S_1$  usando la letra H para hombre y M para mujer. Defina un segundo espacio muestral  $S_2$  donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.

$$S_1 = \{ MMMM, MMMH, MMHH, MHHH, HHHH \}$$

$$S_2 = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$$

2.15 Considere el espacio muestral  $S = \{\text{cobre, sodio, nitrógeno, potasio, uranio, oxígeno, cinc}\}$  y los eventos

$$A = \{\text{cobre, sodio, cinc}\},$$

$$B = \{\text{sodio, nitrógeno, potasio}\}$$

$$C = \{\text{oxígeno}\}.$$

Liste los elementos de los conjuntos que corresponden a los siguientes eventos:

a)  $A'$ ;

$$A' = \{\text{nitrógeno, potasio, uranio, oxígeno}\}$$

b)  $A \cup C$ ;

$$A \cup C = \{\text{cobre, sodio, cinc, oxígeno}\}$$

c)  $(A \cap B') \cup C'$ ;

$$B' = \{\text{cobre, uranio, oxígeno, cinc}\}$$

$$(A \cap B') = \{\text{cobre, cinc}\}$$

$$C' = \{\text{cobre, sodio, nitrógeno, potasio, uranio, cinc}\}$$

$$(A \cap B') \cup C' = \{\text{cobre, sodio, nitrógeno, potasio, uranio, cinc}\}$$

d)  $B' \cap C'$

$$B' \cap C' = \{\text{cobre, uranio, cinc}\}$$

e)  $A \cap B \cap C$ ;

$$A \cap B = \{\text{sodio}\}$$

$$A \cap B \cap C = \{\emptyset\}$$

f)  $(A' \cup B') \cap (A' \cap C)$ .

$$(A' \cup B') = \{\text{cobre, nitrógeno, potasio, uranio, oxígeno, cinc}\}$$

$$(A' \cap C) = \{\text{oxígeno}\}$$

$$(A' \cup B') \cap (A' \cap C) = \{ \text{oxígeno} \}$$

2.19 Suponga que una familia sale de vacaciones de verano en su casa rodante y que M es el evento de que sufrirán fallas mecánicas, T es el evento de que recibirán una infracción por cometer una falta de tránsito y V es el evento de que llegarán a un lugar para acampar que esté lleno. Remítase al diagrama de Venn de la figura 2.5 y exprese con palabras los eventos representados por las siguientes regiones:

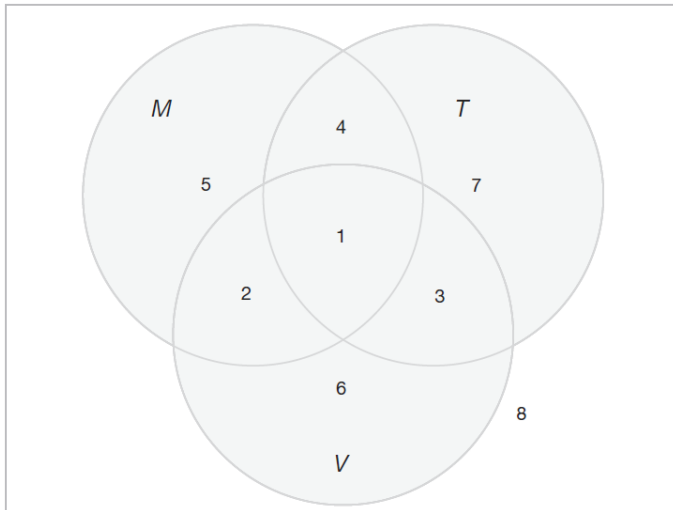


Figura 2.5

a) región 5;

El evento fue fallas mecánicas.

b) región 3;

Los eventos fueron infracción y lugar de acampar lleno por igual.

c) regiones 1 y 2 juntas;

Los eventos fueron principalmente fallas mecánicas y lugares de acampar llenos y infracciones en menor medida.

d ) regiones 4 y 7 juntas;

Los eventos fueron principalmente infracciones y fallas mecánicas en menor medida.

e) regiones 3, 6, 7 y 8 juntas.

Los eventos fueron infracciones y lugares de acampar llenos, así como otros eventos aleatorios.

2.20 Remítase al ejercicio 2.19 y al diagrama de Venn de la figura 2.5, liste los números de las regiones que representan los siguientes eventos:

a) La familia no experimentará fallas mecánicas y no será multada por cometer una infracción de tránsito, pero llegará a un lugar para acampar que está lleno.

### Región 6.

b) La familia experimentará tanto fallas mecánicas como problemas para localizar un lugar disponible para acampar, pero no será multada por cometer una infracción de tránsito.

### Región 2.

c) La familia experimentará fallas mecánicas o encontrará un lugar para acampar lleno, pero no será multada por cometer una infracción de tránsito.

### Región 5 y 6.

d) La familia no llegará a un lugar para acampar lleno.

### Región 4.

### ¿Tuviste alguna dificultad?

En lo personal ninguna pues todos estos temas ya los había visto en matemáticas discretas de mi primer semestre en el CUCEI, los cuales me gustan mucho y considero que se me dan bien.

### ¿Cómo lo resolviste?

Si me hizo falta regresar a ver un poco de mis viejas notas y archivos que tenía de primer semestre así como el libro de Walpole, pero en general recordaba todo con bastante claridad.

### BIBLIOGRAFÍA

Walpole, . (2012). *Probabilidad Y Estadística para ingeniería y ciencias*. México: Pearson