PRUEBA CONDICIONAL

Elaboró: Norma Elva Espino Rojas

Cuando en la conclusión de un argumento se presenta una condicionante, se puede demostrar la validez del argumento usando la prueba condicional. El procedimiento de la pueba condicional consiste en suponer al antecedente de la conclusión como una premisa más, dejar el consecuente en la conclusión y proceder hacer la demostración con el procedimiento de una prueba formal de validez.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{rl} 1) & (Z \to Z) \to (A \to A) \\ 2) & (A \to A) \to (Z \to Z) \quad / \therefore A \to A \end{array}$$

Para una demostración condicional de validez del siguiente argumento se siguen los siguientes pasos:

Paso I: Se supone el antecedente de la conclusión como una premisa y deja al consecuente en la conclusión. Esto es:

$$\begin{array}{rlll} 1) & (Z \to Z) \to (A \to A) & & \\ 2) & (A \to A) \to (Z \to Z) & & / \therefore A \to A \\ \hline 3) & A & \text{(Hipótesis)} & / \therefore A \end{array}$$

Paso II: Utilizar el procedimiento de prueba formal de validez, tomando en cuenta que en este caso la conclusión es la variable A. Esto es:

$$\begin{array}{rlll} 1) & (Z \to Z) \to (A \to A) & & \\ 2) & (A \to A) \to (Z \to Z) & & / \therefore A \to A \\ \hline 3) & A & \text{(Hipótesis)} & / \therefore A \\ 4) & A \vee \sim A & & \text{(3 Ads.)} \\ 5) & \sim A \vee A & & \text{(4 Conm.)} \\ 6) & A \to A & & \text{(5 Imp. Mat.)} \\ 7) & Z \to Z & & \text{(2,6 M. P. P.)} \\ 8) & A \to A & & \text{(1, 7 M. P. P.)} \\ 9) & \sim A \vee A & & \text{(8 Imp. Mat)} \\ 10) & A & & \text{(9, 3 S. D.)} \end{array}$$

De esta forma la demostración de la validez del argumento ha finalizado.

EJEMPLO # 2.

$$\begin{array}{rl} 1) & J \to K \\ 2) & K \to T \\ 3) & T \to X \quad / \therefore J \to X \end{array}$$

Paso I: Suponemos antecedente de la conclusión como premisa

$$\begin{array}{ll} 1) & J \to K \\ 2) & K \to T \\ 3) & T \to X \quad\quad / \therefore J \to X \\ \hline 4) & J \quad\quad\quad\quad / \therefore X \end{array}$$

Paso II: Utilizamos el procemiento de la prueba formal de validez, tomando en cuenta que en este caso la conclusión es la variable X. Esto es:

$$\begin{array}{lll} 1) & J \to K & \\ 2) & K \to T & \\ 3) & T \to X & / \therefore J \to X \\ \hline 4) & J & / \therefore X \\ 5) & K & \text{(1,4 M.P.P)} \\ 6) & T & \text{(2,5 M. P. P.)} \\ 7) & X & \text{(3, 6 M. P.P)} \end{array}$$

Lo que demuestra la validez del argumento.

EJEMPLO # 3:

$$\begin{array}{lll} 1) & (D \wedge E) \to F & \\ 2) & (D \to F) \to G & / \therefore E \to G \end{array}$$

Suponemos antecedente de la conclusión como premisa

$$\begin{array}{lll} 1) & (D \wedge E) \to F & \\ 2) & (D \to F) \to G & / \therefore E \to G \\ \hline 3) & E & / \therefore G \end{array}$$

Paso II: Utilizamos el procemiento de la prueba formal de validez, tomando en cuenta que en este caso la conclusión es la variable G. Esto es:

$$\begin{array}{lll} 1) & (D \wedge E) \to F & \\ 2) & (D \to F) \to G & / \therefore E \to G \\ 3) & E & / \therefore G \\ \hline 4) & (E \wedge D) \to F & \text{(1 Conm.)} \\ 5) & E \to (D \to F) & \text{(4 Exp.)} \\ 6) & D \to F & \text{(5, 3 M. P. P.)} \\ 7) & G & \text{(2, 6 M. P.P)} \end{array}$$

Lo que demuestra la validez del argumento.

En resumen, la justificación del proceso de la prueba condicional se debe al principio de Exportación

$$[P \to (Q \to R)] \equiv [(P \wedge Q) \to R]$$

Por ejemplo, tomemos el ejercicio # 2, si lo escribimos en forma horizontal

$$\{[(J \rightarrow K) \wedge (K \rightarrow T)] \wedge (T \rightarrow X)\} \,/ \therefore J \rightarrow X$$

Haciendo

$$\begin{aligned} P &= [(J \rightarrow K) \wedge (K \rightarrow T)] \wedge (T \rightarrow X) \\ Q &= J \\ R &= X \end{aligned}$$

La simbolización del argumento es:

$$P / \therefore Q \rightarrow R$$

que es lo mismo

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

Utilizando el principio de Exportación en el argumento anterior, se obtienen que

$$[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \equiv [(P \wedge Q) \rightarrow R]$$

sustituyendo los valores de las variables P, Q y R en la expresión $(P \wedge Q) \rightarrow R$ tenemos

$$\{[(J \rightarrow K) \wedge (K \rightarrow T)] \wedge (T \rightarrow X)\} \wedge J / \therefore X$$

ordenada en forma vertical

$$\begin{array}{rll} 1) & J \rightarrow K & \\ 2) & K \rightarrow T & \\ 3) & T \rightarrow X & \\ \hline 4) & J & / \therefore X \end{array}$$

El antecedente de la conclusión pasa a ser una premisa del argumento y el consecuente llega a ser la nueva conclusión, por lo que demostrar la validez de este argumento es equivalente a la demostración original.

EJERCICIOS PARA ESTA SECCIÓN: Para cada uno de los siguientes argumentos construya una demostración con el método de prueba condicional.

1. $$\begin{array}{rll} 1) & (M \rightarrow N) \wedge (N \rightarrow E) & \\ 2) & (F \rightarrow M) \wedge (E \rightarrow F) & / \therefore (\sim M \vee \sim E) \rightarrow (\sim M \wedge \sim E) \end{array}$$

2. $$\begin{array}{rll} 1) & (M \wedge N) \rightarrow (E \wedge F) & \\ 2) & (H \rightarrow M) \wedge (I \rightarrow A) & \\ 3) & (I \rightarrow N) \wedge (F \rightarrow A) & \\ 4) & \sim E & / \therefore H \rightarrow \sim I \end{array}$$

3.
1) $H \rightarrow P$
2) $J \rightarrow K$
3) $\sim H \rightarrow (\sim J \rightarrow D)$
4) $\sim D$ $\quad / \therefore \sim P \rightarrow K$

4.
1) $(J \rightarrow K) \rightarrow (\sim D \rightarrow C)$
2) $\sim K \rightarrow C$
3) $J \rightarrow \sim C$ $\quad / \therefore \sim D \rightarrow C$

5.
1) $Y \rightarrow W$
2) $(W \wedge V) \rightarrow T$ $\quad / \therefore V \rightarrow (Y \rightarrow T)$