Tarea 3.1 Media De Una Variable Aleatoria

EJERCICIOS

4.1 En el ejercicio 3.13 de la página 92 se presenta la siguiente distribución de probabilidad de X, el número de imperfecciones que hay en cada 10 metros de una tela sintética, en rollos continuos de ancho uniforme

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

Calcule el número promedio de imperfecciones que hay en cada 10 metros de esta tela.

$$E(x) = 0(0.41) + 1(0.37) + 2(0.16) + 3(0.05) + 4(0.01) = \mathbf{0.88}$$

4.5 En un juego de azar a una mujer se le pagan \$3 si saca una jota o una reina, y \$5 si saca un rey o un as de una baraja ordinaria de 52 cartas. Si saca cualquier otra carta, pierde. ¿Cuánto debería pagar si el juego es justo?

$$E(x) = 3\left(\frac{2}{13}\right) + 5\left(\frac{2}{13}\right) = \mathbf{\frac{16}{13}}$$

4.11 La función de densidad de las mediciones codificadas del diámetro de paso de los hilos de un encaje es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule el valor esperado de X.

$$E(x) = \frac{4}{\pi}\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = \frac{4}{\pi}(\arctan(x))\Big|_0^1 = \frac{4}{\pi} * \frac{\pi}{4} - \left(\frac{4}{\pi} * 0\right) = \mathbf{1}$$
$$E(x) = \frac{4}{\pi}\int_0^1 \frac{x}{1+x^2}dx = \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{2}\ln|1+x^2|\right)\Big|_0^1 = \frac{\ln 4}{\pi}$$

4.13 La función de densidad de la variable aleatoria continua X, el número total de horas que una familia utiliza una aspiradora durante un año, en unidades de 100 horas, se da en el ejercicio 3.7 de la página 92 como

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1, \\ 2 - x, & 1 \le x < 2, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule el número promedio de horas por año que las familias utilizan sus aspiradoras.

$$E(x) = \int_0^1 x\,dx + \int_1^2 2 - x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1 + 2x - \left.\frac{x^2}{2}\right|_1^2 =$$

$$\left(\frac{1}{2} - 0\right) + \left(2 - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \mathbf{1}$$

4.23 Suponga que X y Y tienen la siguiente función de probabilidad conjunta:

$f(x, y)$		$x = 2$	$x = 4$
y	1	0.10	0.15
	3	0.20	0.30
	5	0.10	0.15

a) Calcule el valor esperado de g(X, Y) = XY^2.

$$\mu_{x,y} = \sum_x \sum_y XY^2 f(X,Y) = (2)(1^2)0.10 + (2)(3^2)0.20 + (2)(5^2)0.10 +$$

$$(4)(1^2)0.15 + (4)(3^2)0.30 + (4)(5^2)0.15 = \mathbf{35.2}$$

b) Calcule μX y μY.

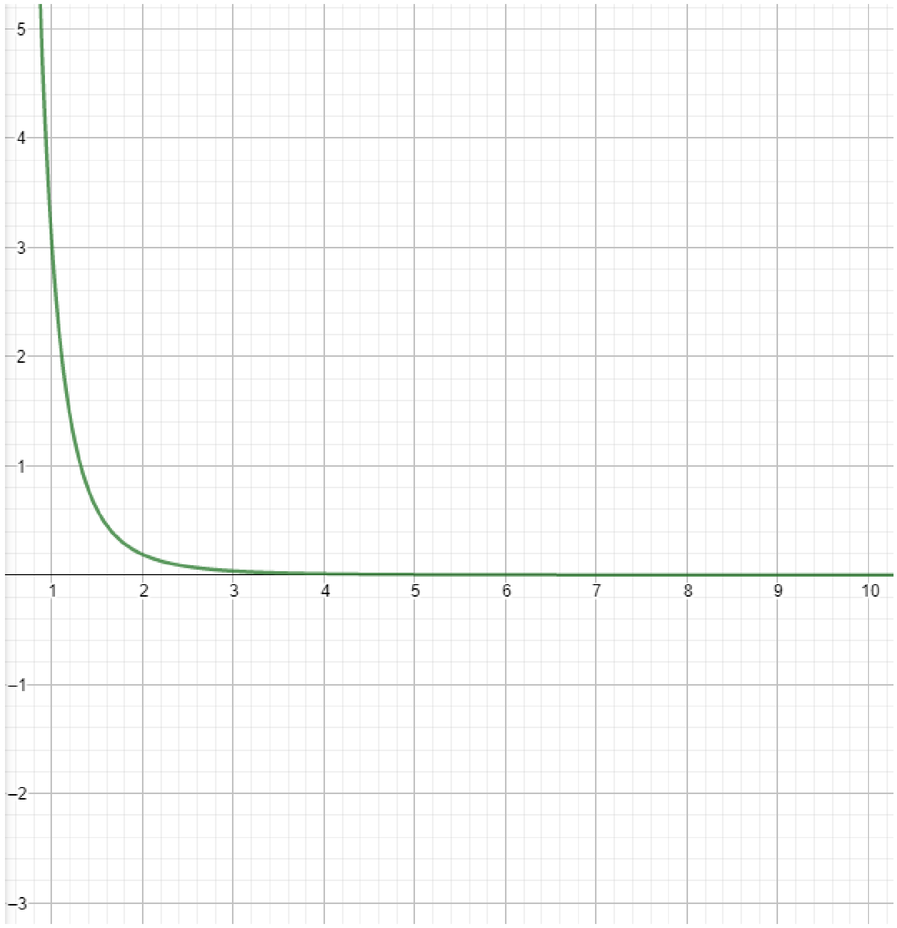
$$E(x) = 2(0.40) + 4(0.60) = \mathbf{32}$$

$$E(y) = 1(0.25) + 3(0.50) + 5(0.25) = \mathbf{3}$$

4.29 El ejercicio 3.29 de la página 93 se refiere a una importante distribución del tamaño de las partículas caracterizada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^{-4}, & x > 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) Grafique la función de densidad.



b) Determine el tamaño medio de la partícula.

$$E(x) = 3\int_{1}^{\infty} x^{-4}dx = -\frac{1}{x^3}\bigg|_{1}^{\infty} = 0 - (-1) = \mathbf{1}$$