Tarea 4.2

EJERCICIOS

5.31 Se selecciona al azar un comité de 3 personas a partir de 4 médicos y 2 enfermeras. Escriba una fórmula para la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el número de médicos en el comité.

Calcule P(2 ≤ X ≤ 3).

$$X = medicos \quad x = \{1,2,3\} \quad N = 6$$
$$P(2 \leq X \leq 3) = P(x = 2) + P(x = 3)$$
$$P(x = 2) = x\sim h(2; 6,3,4) = \frac{\binom{4}{2}\binom{2}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{3}{5}$$
$$P(x = 3) = x\sim h(3; 6,3,4) = \frac{\binom{4}{3}\binom{2}{0}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{5}$$
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \mathbf{\frac{4}{5}}$$

5.33 Si de una baraja ordinaria de 52 cartas, se toman 7 y se reparten, ¿cuál es la probabilidad de que

a) exactamente 2 de ellas sean cartas de figuras?

$$x\sim h(2; 52,7,12) = \frac{\binom{12}{2}\binom{40}{5}}{\binom{52}{7}} = \mathbf{0.3246}$$

b) al menos 1 de ellas sea una reina?

$$1 - x\sim h(0; 52,7,4) = \frac{\binom{4}{0}\binom{48}{7}}{\binom{52}{7}} = \mathbf{0.4496}$$

5.35 Una empresa está interesada en evaluar su procedimiento de inspección actual para embarques de 50 artículos idénticos. El procedimiento consiste en tomar una muestra de 5 artículos y aceptar el embarque si no se encuentran más de 2 defectuosos. ¿Qué proporción de embarques con 20% de artículos defectuosos se aceptará?

$$N = 50 \quad n = 5 \quad k = 50 * 0.2 = 10 \quad x = \{0,1,2\}$$
$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} x\sim h(x; 50,5,10) = \frac{\binom{10}{0}\binom{40}{5}}{\binom{50}{5}} + \frac{\binom{10}{1}\binom{40}{4}}{\binom{50}{5}} + \frac{\binom{10}{2}\binom{40}{3}}{\binom{50}{5}}$$

$$= 0.3105 + 0.4313 + 0.2098 = \mathbf{0.9517}$$

5.36 Una empresa de manufactura utiliza un esquema de aceptación para los artículos de una línea de producción antes de que se embarquen. El plan tiene dos etapas. Se preparan cajas de 25 artículos para su embarque y se prueba una muestra de 3 en busca de defectuosos. Si se encuentra alguno defectuoso, se regresa toda la caja para verificar el 100% de ellos. Si no se encuentran artículos defectuosos, la caja se embarca.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se embarque una caja que contiene 3 defectuosos?

$$X = Defectuosos \quad n = 3$$

$$P(x = 0) = x \sim h(3; 25,3,3) = \frac{\binom{3}{0}\binom{22}{3}}{\binom{25}{3}} = \mathbf{0.6695}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se regrese para su revisión una caja que contenga sólo un artículo defectuoso?

$$P(x = 1) = x \sim h(1; 25,3,3) = \frac{\binom{1}{1}\binom{24}{2}}{\binom{25}{3}} = \mathbf{0.12}$$

5.37 Suponga que la empresa fabricante del ejercicio 5.36 decide cambiar su esquema de aceptación. Con el nuevo esquema un inspector toma un artículo al azar, lo inspecciona y después lo regresa a la caja; un segundo inspector hace lo mismo. Finalmente, un tercer inspector lleva a cabo el mismo procedimiento. Si cualquiera de los tres encuentra un artículo defectuoso, la caja no se embarca. Responda los incisos del ejercicio 5.36 con este nuevo plan.

$$P(x = 0) = x \sim binomial = \binom{3}{0}\left(\frac{3}{25}\right)^0\left(\frac{22}{25}\right)^3 = \mathbf{0.6815}$$

c) más de 3 contraigan la enfermedad.

$$P(1 \leq X \leq 3) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{25}\right)^1\left(\frac{24}{25}\right)^2 + \binom{3}{2}\left(\frac{1}{25}\right)^2\left(\frac{24}{25}\right)^1 + \binom{3}{3}\left(\frac{1}{25}\right)^3\left(\frac{24}{25}\right)^0$$

$=\mathbf{0.1152}$

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA MULTIVARIADA

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 29/03/2022
TAREA 4.2

Si N artículos se pueden dividir en las k celdas $A_1, A_2,..., A_k$ con $a_1, a_2,..., a_k$ elementos, respectivamente, entonces la distribución de probabilidad de las variables aleatorias $X_1, X_2,..., X_k$, que representan el número de elementos que se seleccionan de $A_1, A_2,..., A_k$ en una muestra aleatoria de tamaño n, es

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_k; a_1, a_2, \ldots, a_k, N, n) = \frac{\binom{a_1}{x_1}\binom{a_2}{x_2}\cdots\binom{a_k}{x_k}}{\binom{N}{n}},$$

con $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$ y $\sum_{i=1}^{k} a_i = N$.

5.43 Un club de estudiantes extranjeros tiene como miembros a 2 canadienses, 3 japoneses, 5 italianos y 2 alemanes. Si se selecciona al azar un comité de 4, calcule la probabilidad de que

a) todas las nacionalidades estén representadas;

$$f(1,1,1,1; 2,3,5,2; 12,4) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{5}{1}\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}} = \mathbf{4/33}$$

b) todas las nacionalidades estén representadas, excepto la italiana.

$$f(1,1,0,2; 2,3,5,2; 12,4) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{5}{0}\binom{2}{2}}{\binom{12}{4}} = \frac{2}{165}$$

$$f(1,2,0,1; 2,3,5,2; 12,4) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{2}\binom{5}{0}\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}} = \frac{4}{165}$$

$$f(2,1,0,1; 2,3,5,2; 12,4) = \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{1}\binom{5}{0}\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}} = \frac{2}{165}$$

$$P(I = 0) = \frac{2}{165} + \frac{4}{165} + \frac{2}{165} = \mathbf{\frac{8}{165}}$$

5.44 Una urna contiene 3 bolas verdes, 2 azules y 4 rojas. Calcule la probabilidad de que, en una muestra aleatoria de 5 bolas, se seleccionen las 2 bolas azules y al menos una roja.

$$f(2,2,1; 3,2,4; 14,5) = \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{5}} = \frac{2}{21}$$

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 29/03/2022

TAREA 4.2

$$f(1,2,2;3,2,4;14,5)=\frac{\binom{3}{1}\binom{2}{2}\binom{4}{2}}{\binom{9}{5}}=\frac{1}{7}=\frac{4}{21}$$

$$f(0,2,3;3,2,4;14,5)=\frac{\binom{3}{0}\binom{2}{2}\binom{4}{3}}{\binom{9}{5}}=\frac{3}{63}$$

$$\frac{2}{21}+\frac{1}{7}+\frac{3}{63}=\mathbf{\frac{2}{7}}$$