Tarea 4.3

1) INVESTIGACIÓN

1.1) Proceso de Poisson y sus características

Los experimentos que producen valores numéricos de una variable aleatoria X, el número de resultados que ocurren durante un intervalo de tiempo determinado o en una región específica, se denominan experimentos de Poisson. El intervalo de tiempo puede ser de cualquier duración, como un minuto, un día, una semana, un mes o incluso un año.

1.2) La función de probabilidad de una variable aleatoria Poisson

Distribución de Poisson

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria de Poisson X, la cual representa el número de resultados que ocurren en un intervalo de tiempo dado o región específicos y se denota con t, es

$$p(x;\lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots,$$

donde λ es el número promedio de resultados por unidad de tiempo, distancia, área o volumen y $e = 2.71828\ldots$

La tabla A.2 contiene las sumatorias de la probabilidad de Poisson

$$P(r;\lambda t) = \sum_{x=0}^{r} p(x;\lambda t),$$

1.3) Su parámetro, la media y la varianza.

1. El número de resultados que ocurren en un intervalo o región específi ca es independiente del número que ocurre en cualquier otro intervalo de tiempo o región del espacio disjunto. De esta forma vemos que el proceso de Poisson no tiene memoria.

2. La probabilidad de que ocurra un solo resultado durante un intervalo de tiempo muy corto o en una región pequeña es proporcional a la longitud del intervalo o al tamaño de la región, y no depende del número de resultados que ocurren fuera de este intervalo de tiempo o región.

3. La probabilidad de que ocurra más de un resultado en tal intervalo de tiempo corto o que caiga en tal región pequeña es insignificante.

La media como la varianza de la distribución de Poisson p(x; λt) son λt.

2) EJERCICIOS

5.57 Un escritor de libros comete, en promedio, dos errores de procesamiento de texto por página en el primer borrador de su libro. ¿Cuál es la probabilidad de que en la siguiente página cometa

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 02/05/2022
TAREA 4.3

X = 2 errores/pagina

a) 4 o más errores?

$$P(X \geq 4) = 1 - p(X < 3; 2) = 1 - 0.8571 = 0.1429$$

b) ningún error?

$$P(X = 0) = p(0; 2) = 0.1353$$

5. 59 Suponga que la probabilidad de que una determinada persona crea un rumor acerca de las transgresiones de cierta actriz famosa es de 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que

a) la sexta persona que escuche este rumor sea la cuarta en creerlo?

$$BN(4; 0.8) = 0.1638$$

b) la tercera persona que escuche este rumor sea la primera en creerlo?

$$BN(1; 0.8) = 0.032$$

5.65 Un fabricante de automóviles se preocupa por una falla en el mecanismo de freno de un modelo específico. En raras ocasiones la falla puede causar una catástrofe al manejarlo a alta velocidad. La distribución del número de automóviles por año que experimentará la catástrofe es una variable aleatoria de Poisson con

λ = 5.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, a lo sumo, 3 automóviles por año de ese modelo específico sufran una catástrofe?

$$P(X < 3 | \lambda t = 5) = p(3; 5) = 0.2650$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de un automóvil por año experimente una catástrofe?

$$P(X > 1 | \lambda t = 5) = 1 - p(1; 5) = 1 - 0.0404 = 0.9596$$

5.67 Se supone que el número de clientes que llegan por hora a ciertas instalaciones de servicio automotriz sigue una distribución de Poisson con media λ = 7.

a) Calcule la probabilidad de que lleguen más de 10 clientes en un periodo de dos horas.

$$P(X > 10 | \lambda t = 14) = 1 - p(10; 14) = 1 - 0.1757 = 0.8243$$

b) ¿Cuál es el número medio de llegadas durante un periodo de 2 horas?

$$\lambda t = 7 * 2 = 14$$

ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 02/05/2022
TAREA 4.3

5.69 La probabilidad de que una persona muera al contraer una infección viral es de 0.001. De los siguientes 4000 infectados con el virus, ¿cuál es el número promedio que morirá?

$$\mu = (4000) * (0.001) = 4$$