Nombre ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO	Fecha 30 / 08 / 2021
Actividad 3	Operaciones con matrices y vectores

Instrucciones: completa lo que se te pide con el uso de la bibliografía propuesta, además recuerda anotar el procedimiento limpio y claro el cual puede ser en hojas blancas (adjunta la imagen debajo de cada pregunta) de lo contrario realizarlo en Word con el editor de ecuaciones.

Recuerda que la entrega de tu actividad debe estar con toda la información solicitada de lo contrario no contará como válida. Además deberás entregar tu trabajo en formato PDF.

Parte I. Tipos de matrices

1. Investigue y escriba los siguientes conceptos:

a) Matriz cuadrada
Si A es una matriz m x n con m = n, entonces A se llama matriz cuadrada.

b) Matriz diagonal
Una matriz cuadrada A = (a_{ij}) se llama diagonal si todos sus elementos fuera de la diagonal principal son cero.

c) Matriz triangular superior
Una matriz cuadrada se llama triangular superior si todos sus elementos abajo de la diagonal principal son cero.

d) Matriz triangular inferior
Una matriz cuadrada se llama triangular inferior si todos sus elementos arriba de la diagonal principal son cero.

e) Matriz identidad
La matriz identidad n x n, I_n, es la matriz de n x n con unos en la diagonal principal y ceros en otra parte. I_n se denota generalmente por I.

f) Matriz nula
La matriz nula (o matriz cero) es una matriz la cual todos sus elementos son igual a cero (0).

Con base en la investigación realizada, anote el orden de cada matriz y clasifique cada una de las siguientes matrices (Nota: una matriz puede pertenecer a más de una clasificación o a ninguna de las mencionadas:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Cuadrada
Identidad
Diagonal
Triangular Inf.
Triangular Sup.

b) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
Cuadrada
Diagonal
Triangular Inf.
Triangular Sup.

c) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$
Triangular Sup.

d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 5 & -4 & 10 \end{pmatrix}$
Triangular Inf.

e) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Cuadrada
Diagonal
Triangular Inf.
Triangular Sup.

f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$
Ninguna

g) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
Triangular Inf.

h) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
Triangular Inf.

i) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
Cuadrada
Triangular Sup.

j) $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$
Cuadrada
Triangular Inf.

k) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 & 8 \\ -1 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
Ninguna

l) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Nula

Parte II. Suma y resta de matrices

2. Describa las condiciones para efectuar la suma y resta de matrices, **muestre un ejemplo** de suma/resta de **matrices cuadradas**, uno de suma/resta con matrices **no cuadradas** y un ejemplo en la cual la suma/resta **no esté definida**.

Sean A = (a_{ij}) y B = (b_{ij}) dos matrices m x n. Entonces la suma de A y B es la matriz m x n, A + B dada por:

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) = \begin{pmatrix} a11 + b11 & a12 + b12 & \dots & a1n + b1n \\ a21 + b21 & a22 + b22 & \dots & a2n + b2n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ am1 + bm1 & am2 + bm2 & \dots & amn + bmn \end{pmatrix}$$

Es decir, A + B es la matriz m x n que se obtiene al sumar las componentes correspondientes de A y B.

EJEMPLOS:

Cuadradas:

$\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 14 & 8 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

No Cuadradas:

$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 7 & 7 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 7 \\ 16 & 13 & 12 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

No Definidas:

$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 1 & 8 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ = NO DEFINIDA $\qquad$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ = NO DEFINIDA

3. Realice las siguientes operaciones. Si la operación no está definida, argumenta tu respuesta.

a) $\begin{pmatrix} 3/4 & -2 & 3 \\ 5 & -2/5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/2 & 3 & -3 \\ -4 & 2 & 1/3 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{4} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{8}{5} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

b) $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 1/3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$

NO SE PUEDE REALIZAR
Las matrices no son de mismo tamaño.

c) $\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5/3 & 8 \\ 5 & 1/3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1/3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} \frac{13}{6} & \frac{37}{3} \\ 4 & -\frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

d) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 3/2 \\ 1 & 4 & 1/3 & 3/4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3/2 & -5/2 & 2 \\ 1 & 4 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} -5 & -\frac{3}{2} & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Parte III. Multiplicación de una matriz por un escalar

4. Describa las condiciones para efectuar la multiplicación de una matriz por un escalar y muestre un ejemplo con una matriz cuadrada y uno con una matriz no cuadrada.

Si A = (a_{ij}) es una matriz de m x n y si a es un escalar, entonces la matriz m x n, aA, está dada por

aA = (aA_{ij}) = $\begin{pmatrix} aa11 & aa12 & \dots & aa1n \\ aa21 & aa22 & \dots & aa2n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ aam1 & aam2 & \dots & aamn \end{pmatrix}$

Esto es aA = (aa_{ij}) es la matriz obtenida al multiplicar cada componente de A por a. Si aA = B = (b_{ij}), entonces b_{ij} = aa_{ij} para i = 1, 2, . . . , m y j = 1, 2, . . . , n.

EJEMPLOS:

Cuadradas:

2 x $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 8 & -14 \end{pmatrix}$

No Cuadradas:

-3 x $\begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 1 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 12 & -24 \\ -3 & 0 \\ -18 & 6 \end{pmatrix}$

5. Suponga que $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 3/2 \\ 1 & 4 & 1/2 & 3/4 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \alpha = 2, \beta = -3/4,$ y realice las operaciones indicadas:

a) $\alpha B =$

2 x $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 3/2 \\ 1 & 4 & 1/2 & 3/4 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

b) $\beta A =$

-3/4 x = $\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -\frac{3}{8} & -3 \\ \frac{9}{4} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$

c) $\alpha\beta C =$

2 x -3/4 x $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

d) $-3C =$

-3 x $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} -12 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Parte IV. Multiplicación de matrices

6. Describa las condiciones para efectuar la multiplicación de matrices. Muestre un ejemplo con **matriz de orden 2**, un ejemplo con matriz de **orden 3**, un ejemplo de matrices **no cuadradas**, un ejemplo con una **matriz cuadrada y una no cuadrada** y un ejemplo en la que la operación **no esté definida**.

Sea A = (a_{ij}) una matriz m x n, y sea B = (bij) una matriz n x p. Entonces el producto de A y B es una matriz m x p, C = (c_{ij}), en donde

c_{ij} = (renglón i de A) x (columna j de B)

Es decir, el elemento ij de AB es el producto punto del renglón i de A y la columna j de B. Si esto se extiende, se obtiene

$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$

Si el número de columnas de A es igual al número de renglones de B, entonces se dice que A y B son compatibles bajo la multiplicación.

EJEMPLOS:

Matriz De Orden 2:

$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & 12 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$

Matrix De Orden 3:

$\begin{pmatrix} -1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \\ -5 & 10 & 4 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 11 & -2 & 4 \\ -1 & 8 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 & 1 & 28 \\ 3 & -24 & 0 \\ 81 & 7 & 40 \end{pmatrix}$

No Cuadradas:

$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 25 & -14 \end{pmatrix}$

Cuadrada Y No Cuadradas:

$\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 18 & 30 \\ 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

No Definida:

$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ x $(1 \quad 6)$ = NO DEFINIDA

7. Suponga que $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

$E = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, realice las operaciones indicadas. Si la operación no está definida, escríbalo.

a) $AB =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{2}+4 & 0+16 & \frac{5}{4}+\frac{2}{3} \\ 9+1 & 0+4 & -\frac{15}{2}+\frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 16 & \frac{23}{12} \\ 10 & 4 & -\frac{22}{3} \end{pmatrix}$$

b) $AB - 3B =$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 16 & \frac{23}{12} \\ 10 & 4 & -\frac{22}{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 0 & \frac{15}{2} \\ 3 & 12 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{23}{2} & 16 & 4 \\ 7 & -8 & -\frac{37}{6} \end{pmatrix}$$

c) $\frac{(C)(-2D)}{3}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -6 & -8 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} /3 =$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -72 & -96 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} /3 = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & 0 \\ -24 & -32 \\ -\frac{2}{3} & 2 \end{pmatrix}$$

d) $-2BD + EA - E =$

$$-2\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -15 \\ -\frac{65}{3} & -33 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 12 \\ -\frac{33}{2} & -7 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -3 \\ -\frac{209}{6} & -45 \end{pmatrix}$$

e) $\frac{C-2D}{3}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 8 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} / 3 =$$

NO SE PUEDE REALIZAR

Las matrices no son de mismo tamaño.

f) $BD - 4A$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{15}{2} \\ \frac{65}{6} & \frac{33}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 16 \\ -12 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{17}{2} \\ \frac{137}{6} & \frac{25}{2} \end{pmatrix}$$

g) $AA - E$

$$\begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{47}{4} & 6 \\ -\frac{9}{2} & -11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{59}{4} & 0 \\ -\frac{3}{2} & -16 \end{pmatrix}$$

h) $BB - D$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

NO SE PUEDE REALIZAR

Las matrices son de 2x3 y 2x3

i) ¿Cuál es el orden de la matriz resultante al realizar la operación: $2A - AE + BD$

$$2\begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 12 \\ -\frac{33}{2} & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{15}{2} \\ \frac{65}{6} & \frac{33}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} \\ \frac{64}{3} & \frac{21}{2} \end{pmatrix}$$ ORDEN 2

j) $ABC - 4B =$

$$\begin{pmatrix} {}^{1}/_{2} & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} -3 & 0 & {}^{5}/_{2} \\ 1 & 4 & {}^{1}/_{6} \end{pmatrix} =$$

NO SE PUEDE REALIZAR

Las matrices son de 2x2 y 2x3 y 2x3

Parte V. Matriz a la n-ésima potencia

8. Describa las condiciones para efectuar la potencia de una matriz. Muestre un ejemplo **de orden 2**, un ejemplo de **orden 3** y un ejemplo en el que la operación **no esté definida**.

La potencia de una matriz se obtiene mediante la multiplicación de la matriz por sí misma 'n' veces. La matriz debe ser cuadrada para poder elevarla a una potencia.

EJEMPLOS:

Matriz De Orden 2:

$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$^2 = $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Matrix De Orden 3:

$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -3 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$^2 = $\begin{pmatrix} -11 & 12 & 20 \\ -9 & -3 & 25 \\ -3 & 5 & 14 \end{pmatrix}$

No Definida:

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 7 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ ^3 = NO DEFINIDA

9. Suponga que $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ y realice las operaciones indicadas. Si la operación no está definida, escríbalo.

a) $(-1/2)(A^3 - D^3) =$

-1/2 x $\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^3 - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}^3 =$

-1/2 x $\begin{pmatrix} -191/8 & -41 \\ 123/4 & -29 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 27 & 0 \\ -147 & 125 \end{pmatrix}$ =

-1/2$\begin{pmatrix} -191/8 & -41 \\ 123/4 & -29 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 27 & 0 \\ -147 & 125 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} -241/16 & 41/2 \\ 1053/8 & -221/2 \end{pmatrix}$

b) $B^2 - C =$

$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}^2 - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$

No se puede elevar una matriz no cuadrada

c) $C^2 - 3C =$

$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^2 - 3\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$=

$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 144 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$=

$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 108 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

d) $B(C^2) + 2B =$

$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^2$

$+2\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$=

$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 144 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$+\begin{pmatrix} -6 & 0 & 5 \\ 2 & 8 & 1/3 \end{pmatrix}$=

$\begin{pmatrix} -48 & 0 & 5/2 \\ 16 & 576 & 1/3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 0 & 5 \\ 2 & 8 & 1/3 \end{pmatrix}$=

$\begin{pmatrix} -54 & 0 & 15/2 \\ 18 & 584 & 2/3 \end{pmatrix}$

Parte VI. Transpuesta de una matriz

10. Defina la transpuesta de una matriz. Muestre un ejemplo de la transpuesta de una matriz cuadrada y uno de una matriz no cuadrada.

Sea A = (a_{ij}) una matriz de m x n. Entonces la transpuesta de A, que se escribe A^, es la matriz de n x m que se obtiene al intercambiar los renglones por las columnas de A. De manera breve, se puede escribir A^ = (a_{ji}). En otras palabras

Si A = $\begin{pmatrix} a11 & a12 & ... & a1n \\ a21 & a22 & ... & a2n \\ : & : & : & : \\ am1 & am2 & ... & amn \end{pmatrix}$, entonces A^ = $\begin{pmatrix} aa11 & aa21 & ... & aam1 \\ aa12 & aa22 & ... & aam2 \\ : & : & : & : \\ aa1n & aa2n & ... & aanm \end{pmatrix}$

Simplemente se coloca el renglón i de A como la columna i de A^ y la columna j de A como el renglón j de A^.

EJEMPLOS:

Cuadradas:

$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

No Cuadradas:

$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 7 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

11. Suponga que $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, $E = (3 \quad 2 \quad 0)$ y realice las operaciones indicadas. Si la operación no está definida, escríbalo.

a) $A^t - 2D$

$\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t - 2\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 1/2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -6 & 10 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -11/2 & -3 \\ 10 & -9 \end{pmatrix}$

b) $(C^2)^t(2E^t) =$

$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^t x\, 2(3 \quad 2 \quad 0)^t =$

$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 144 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 96 \\ 576 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $(B^t)(D - 3A)^t =$

$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}^t x \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t$

$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 4 \\ 5/2 & 1/6 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} -3/2 & 9 \\ 12 & -3 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 4 \\ 5/2 & 1/6 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 9/2 & -9 \\ -15 & 8 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -55/2 & 35 \\ -60 & 32 \\ 45/4 & 35/4 \end{pmatrix}$

d) Determine el orden de la matriz resultante al efectuar la operación: $(AD^t)(BE^t) =$

$\begin{pmatrix} 1/2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}^t x \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} x(3 \quad 2 \quad 0)^t$

$\begin{pmatrix} 3/2 & 37/2 \\ -9 & 14 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -9 \\ 11 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 190 \\ 235 \end{pmatrix}$ ORDEN 2

e) Determine el orden de la matriz resultante al efectuar la operación: $((DB) + (B))(2C)^t =$

$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$

$+ \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$ x $2\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^t =$

$\begin{pmatrix} -9 & 0 & 15/2 \\ 14 & 20 & -20/3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix}$ x

$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -12 & 0 & 10 \\ 15 & 24 & -13/2 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -96 & 0 & -20 \\ 120 & 576 & 13 \end{pmatrix}$ ORDEN 2

f) Determine el orden de la matriz resultante al efectuar la operación: $(BE) - (4C) =$

$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5/2 \\ 1 & 4 & 1/6 \end{pmatrix} x(3 \quad 2 \quad 0)$

$-4\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$

NO SE PUEDE REALIZAR

Las matrices son de 3x3 y 1x3