ARELLANO GRANADOS ANGEL MARIANO 01/05/2022
TAREA 4.5

Tarea 4.5

EJERCICIOS

6.9 Dada la variable X normalmente distribuida con una media de 18 y una desviación estándar de 2.5, calcule

$X \sim N(x; \mu\sigma) \quad \mu = 18 \quad \sigma = 2.5$

a) P(X < 15);

$N(15; 18{,}2.5) = 0.1151$

b) el valor de k tal que P(X < k) = 0.2236;

$N^{-1}(0.2236; 18{,}2.5) = 16.1$

c) el valor de k tal que P(X > k) = 0.1814;

$= 1 - P(X \leq k) = 0.1814 \rightarrow \quad P(X \leq k) = 0.8186$
$N^{-1}(0.8186; 18{,}2.5) = 20.275$

d) P(17 < X < 21).

$N(21; 18{,}2.5) - N(17; 18{,}2.5) = 0.5403$

6.10 De acuerdo con el teorema de Chebyshev, la probabilidad de que cualquier variable aleatoria tome un valor dentro de 3 desviaciones estándar de la media es de al menos 8/9. Si se sabe que la distribución de probabilidad de una variable aleatoria X es normal con media μ y varianza σ^2, ¿cuál es el valor exacto de

P(μ – 3σ < X < μ + 3σ)?

$k = 3 \qquad \mu = \mu \qquad \sigma = \sigma$
$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \geq 89 = P(-3 < x < 3) = 0.9987 - 0.0013 = 0.9974$

6.11 Una máquina expendedora de bebidas gaseosas se regula para que sirva un promedio de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar igual a 15 mililitros,

a) ¿qué fracción de los vasos contendrá más de 224 mililitros?

$P(X > 224) =$
$$Z = \frac{224 - 200}{15} = 1.6 = 0.9452 \quad \rightarrow \quad 0.9452 - 1 = 0.0548$$

b) ¿cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?

$$Z1 = \frac{191 - 200}{15} = -0.6 \quad Z2 = \frac{209 - 200}{15} = 0.6$$
$P(191 < X < 209) = P(-0.6 < Z < 0.6) = 0.7257 - 0.2743 = 0.4514$

c) ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?

$$Z = \frac{230 - 200}{15} = 2.0; \;\; P(X > 230) = P(Z > 2) = 0.0228;$$
$$1000 * 0.0228 = 22.8 \;\; \approx \;\; 23\, tazas$$

d) ¿por debajo de qué valor obtendremos el 25% más bajo en el llenado de las bebidas?

$$Z = -0.67; x = 15 * -0.67 + 200 = 189.95\, mililitros$$

6.13 Un investigador informa que unos ratones a los que primero se les restringen drásticamente sus dietas y después se les enriquecen con vitaminas y proteínas vivirán un promedio de 40 meses. Si suponemos que la vida de tales ratones se distribuye normalmente, con una desviación estándar de 6.3 meses, calcule la probabilidad de que un ratón determinado viva

a) más de 32 meses;

$$Z = \frac{32 - 40}{6.3} = -1.2698; \; P(X > 32) = P(Z > -1.2698) = 1 - 0.1020$$
$$= 0.8980$$

b) menos de 28 meses;

$$Z = \frac{28 - 40}{6.3} = -1.90; P(X < 28) = P(Z < -1.90) = 0.0287$$

c) entre 37 y 49 meses.

$$Z1 = \frac{49 - 40}{6.3}; \;\; Z2 = \frac{37 - 40}{6.3};$$
$$P(49 \; < \; X \; < \; 37) = \; P(Z < \; 1.4285) - \; P(Z < \; -0.4761)$$
$$= \; 0.9234 \; - \; 0.3170 = \; 0.6064$$

6.15 Un abogado viaja todos los días de su casa en los suburbios a su ofi cina en el centro de la ciudad. El tiempo promedio para un viaje sólo de ida es de 24 minutos, con una desviación estándar de 3.8 minutos. Si se supone que la distribución de los tiempos de viaje está distribuida normalmente.

$$X \sim N(x; \mu\sigma) \;\; \mu = 24 \;\;\; \sigma = 3.8$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un viaje tome al menos 1/2 hora?

$$Z = \frac{30 - 24}{3.8} = 1.5789; P(X > 30) = P(Z > 1.5789) =$$
$$1 - 0.9428 = 0.0572$$

b) Si la oficina abre a las 9:00 a.m. y él sale diario de su casa a las 8:45 a.m., ¿qué porcentaje de las veces llegará tarde al trabajo?

$Z = \frac{15-24}{3.8} - 2.3684; P(X \leq 15) = P(Z \leq -2.3684) = 0.0089;$
$1 - 0.0089 = 0.9911 = 99.11\%$

c) Si sale de su casa a las 8:35 a.m. y el café se sirve en la oficina de 8:50 a.m. a 9:00 a.m., ¿cuál es la probabilidad de que se pierda el café?

$Z = \frac{25-24}{3.8} = 0.2631; P(X \geq 25) = P(Z \geq 0.2631) = 1 - 0.6037 = 0.3962$

d) Calcule la duración mayor en la que se encuentra el 15% de los viajes más lentos.

$Z = 1.04; x = 3.8 * 1.04 + 24 = 27.952\ minutos$

e) Calcule la probabilidad de que 2 de los siguientes 3 viajes tomen al menos 1/2 hora.

$P(X > 30) = 0.0572; P(V = 2) = \binom{3}{2} 0.0572^2 * (1 - 0.0572) = 0.0092$

6.17 La vida promedio de cierto tipo de motor pequeño es de 10 años, con una desviación estándar de 2 años. El fabricante reemplaza gratis todos los motores que fallen dentro del periodo de garantía. Si estuviera dispuesto a reemplazar sólo 3% de los motores que fallan, ¿cuánto tiempo de garantía debería ofrecer? Suponga que la duración de un motor sigue una distribución normal.

$X \sim N(x; \mu\sigma) \quad \mu = 10 \quad \sigma = 2$
$Z = -1.88; x = 2 * -1.88 + 10 = 6.24\ años$