

MODELOS DE COMPUTACIÓN

Relación de problemas IV

1. Determinar si la siguiente gramática es ambigua y si el lenguaje generado es inherentemente ambiguo:

$$S \rightarrow A_1, A_2$$

$$A_1 \rightarrow aA_1b, aA_1, \epsilon$$

$$A_2 \rightarrow aA_2b, A_2b, \epsilon$$

2. Sea la gramática:

$$S \rightarrow aSA, \quad S \rightarrow \epsilon, \quad A \rightarrow bA, \quad z \quad A \rightarrow \epsilon$$

- a. Demostrar que es ambigua
- b. Dar una expresión regular para el lenguaje generado.
- c. Construir una gramática no ambigua que genere el mismo lenguaje

3. Describe el lenguaje generado por la siguiente gramática $G = (\{S; A\}; \{a; b\}; P; S)$, con

$$P = \{S \rightarrow aAa, S \rightarrow bAa, A \rightarrow aAa, A \rightarrow bAa, A \rightarrow \epsilon\}$$

- Demuestra que el lenguaje generado por la gramática no es regular, pero si independiente del contexto,
- Normaliza la gramática G en la Forma Normal de Greibach, y determina todas la derivaciones más a la izquierda para la cadena $ab2as$.

4. Obtener la forma normal de Greibach para la siguiente gramática:

$$\langle \{S_1; S_2; S_3\}; \{a; b; c; d; e\}; S_1; P \rangle$$

Donde

$$P = \{S_1 \rightarrow S_1S_2c, S_3, S_3bS_3; S_2 \rightarrow S_1S_1, d; S_3 \rightarrow S_2e\}$$

5. Considera la gramática $G = (V; T; S; P)$ donde $V = \{< \text{expresion} >; < \text{identificador} >\}$; $T = \{a; b; c; d; -\}$; $S = < \text{expresion} >$; y P contiene las siguientes producciones:

$$\begin{aligned} &< \text{expresion} > \rightarrow < \text{identificador} > \\ &< \text{expresion} > \rightarrow < \text{identificador} > - < \text{expresion} > \\ &< \text{expresion} > \rightarrow < \text{expresion} > - < \text{identificador} > \\ &< \text{identificador} > \rightarrow a; b; c; d \end{aligned}$$

- demuestra que esta gramática no puede ser empleada para describir un posible lenguaje de programación, teniendo en cuenta que que la sustracción no es una operación conmutativa, y que $(a - b) - d \neq a - (b - d)$,
- ¿es ambigua la gramática G ?

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

- ¿es la ambigüedad inherente al lenguaje generado por G ? Justifica adecuadamente la respuesta.
- ¿es posible modificar G de manera que la nueva gramática pueda ser usada para generar el lenguaje de las expresiones aritméticas correctas con el operador de resta?

6. Dada la gramática

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A; S \rightarrow B; A \rightarrow aaA; A \rightarrow \epsilon \\ B &\rightarrow aaaB; B \rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

- Demostrar que es ambigua
 - Construir un autómata finito determinístico que acepte el mismo lenguaje
 - Construir una gramática lineal por la derecha, a partir del autómata determinístico, que genere el mismo lenguaje,
 - Demostrar que la gramática resultante no es ambigua
7. Dar una gramática libre de contexto no ambigua que genere el lenguaje $L = \{a^i b^j a^k b^l : (i = j) \text{ ó } (k = l)\}$
8. Determinar cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas y, en su caso, comprobar si los lenguajes generados son inherentemente ambiguos:

a) $S \rightarrow aSb | Sb | aS | a$

b) $S \rightarrow aaS | aaaS | a$

c) $S \rightarrow aS | aSb | X$

$X \rightarrow Xa | a$

9. Dar gramáticas libres de contexto o regulares (cuando sea posible) para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a; b; c\}$:
- $L_1 = \{a^i b^j c^k : i < j \text{ ó } j < k\}$
 - $L_2 = \{ (ab)^j (bc)^j : j \geq 0 \}$
 - $L_3 = \{ a^i b^{i+j} c^j : i, j \geq 0 \}$
 - L_4 definido como el conjunto de palabras que comienzan por aab y terminan por bbc y tales que estas dos subcadenas no aparecen nunca en el interior de la palabra (sólo están al principio y al final).
10. Pasar a forma normal de Greibach la gramática

$$S \rightarrow AAA, \quad S \rightarrow B$$

$$A \rightarrow aA, \quad A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow \epsilon$$

11. Dada la gramática: $S \rightarrow 01S; S \rightarrow 010S; S \rightarrow 101S; S \rightarrow \epsilon$; determinar si es ambigua. Construir un autómata finito determinista asociado y calcular la gramática lineal por la derecha que se obtiene a partir del autómata. ¿Es ambigua la gramática resultante?
12. Demostrar que la gramática: $S \rightarrow A1B; A \rightarrow 0A | \epsilon; B \rightarrow 0B | 1B | \epsilon$ no es ambigua. Encontrar una gramática para el mismo lenguaje que sea ambigua y demostrar su ambigüedad.
13. Determina si los siguientes lenguajes son regulares o independientes del contexto. Encuentra una gramática que los genere.
- $L_1 = \{ a^i b^j c^k : i, j \geq 0; k < i + j \}$.
 - $L_2 = \{ (ab)^i c^j d : j = i - 1; i \geq 1 \}$.



c. $L_3 = \{ab^i cd^j \mid j = 2 * i; 1 \leq i \leq 10\}$.

Elige una de ellas que sea independiente del contexto y pásala a forma normal de Chomsky.

14. Dar gramáticas independientes del contexto que generen los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{0; 1\}$:
- L_1 : conjunto de palabras tal que si la palabra empieza por 0, entonces tiene el mismo número de 0s que de 1s.
 - L_2 : conjunto de palabras tal que si la palabra termina por 1, entonces tiene un número de 1s mayor o igual que el número de 0s.
 - La intersección de L_1 y L_2 .
15. Dadas las siguientes gramáticas determinar si son ambiguas y, en caso de que lo sean, determinar una gramática no ambigua que genere el mismo lenguaje:
- $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid x \mid y$ (alfabeto de símbolos terminales $\{x; y; +; *; (;)\}$ y símbolo inicial E).
 - $S \rightarrow SS + \mid SS * \mid x \mid y$ (alfabeto de símbolos terminales $\{x; y; +; *; (;)\}$ y símbolo inicial S).
16. Supongamos el conjunto de símbolos terminales $T = \{\text{if}; \text{condicion}; \text{then}; \text{else}; a := 1\}$, el alfabeto de variables $V = \{\langle \text{SENT} \rangle; \langle \text{IF - THEN} \rangle; \langle \text{IF - THEN - ELSE} \rangle; \langle \text{ASIG} \rangle\}$, y las producciones:

$\langle \text{SENT} \rangle \rightarrow \langle \text{ASIG} \rangle \mid \langle \text{IF - THEN} \rangle \mid \langle \text{IF - THEN - ELSE} \rangle$
 $\langle \text{IF - THEN} \rangle \rightarrow \text{if condition then } \langle \text{SENT} \rangle$
 $\langle \text{IF - THEN - ELSE} \rangle \rightarrow \text{if condition then } \langle \text{SENT} \rangle \text{ else } \langle \text{SENT} \rangle$
 $\langle \text{ASIG} \rangle \rightarrow a := 1$

Suponiendo que el símbolo inicial es $\langle \text{SENT} \rangle$, demostrar que la gramática es ambigua. Dar una gramática no ambigua que genere el mismo lenguaje.

17. Sea $L = \{0^i 1^j \mid i < j; 2i < j\}$. Demostrar que L es independiente del contexto.
18. Sobre el alfabeto $\{0; 1\}$ dar una gramática que genere todas las palabras en las que el número de 0s es el doble que el de 1s.