UNIVERSIDAD DE GRANADA

/ UGR / decsai

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

MODELOS DE COMPUTACIÓN

Relación de problemas V

1. Determinar una gramática que acepte el lenguaje N(M) donde,

$$M = \{\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset\}$$

$$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}$$
$$\delta(q_0, a, X) = \{(q_0, XX), (q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}$$
$$\delta(q_0, b, X) = \{(q_0, XX)\}$$
$$\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

2. Construir un autómata con pila que acepte el lenguaje

$$\{a^i b^i \mid i \geq 0\} \cup \{a^i \mid i \geq 0\} \cup \{b^i \mid i \geq 0\}$$

a) Por el criterio de estados finales.
b) Por el criterio de pila vacía
Indicar si el autómata es determinístico.

3. Obtener a partir de la gramática G = ({S;T};{a;b;c;d};P;S), con

$$P = \{S \to abS, S \to cdT, T \to bT, T \to b\}$$

un autómata con pila que acepta por el criterio de estados finales el lenguaje generado por esa gramática.

4. Demostrar que los siguientes lenguajes son Libres del Contexto y obtener para cada uno de ellos un APND que pueda ser usado como reconocedor:

$$L_1 = \{a^p b^q \mid p, q \geq 1; p > q\},$$
$$L_2 = \{a^p b^q \mid p, q \geq 1; p < q\},$$
$$L_3 = \{a^p b^q a^r \mid p + q \geq r \geq 1\}$$

5. Dado el lenguaje

$$L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}\}$$

- haciendo uso de resultados matemáticos concretos, identifica a que tipos de lenguajes NO pertenece L,
- además encuentra, si es posible, un reconocedor para las cadenas de ese lenguaje.

6. Construir un autómata con pila que por el criterio de estados finales acepte el lenguaje de las palabras sobre el alfabeto {0;1} en las que el numero de 0 es el doble que el número de 1. Construir a partir del autómata una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el mismo lenguaje.

7. Construir un autómata con pila que acepte el lenguaje sobre el alfabeto $A=\{a;b\}$ de todas aquella palabras en las que el número de símbolos a es distinto del número de símbolos b. Construir una gramática en forma normal de Chomsky a partir de dicho autómata.

8. Dado $L = \{a^i b^j c^k a^i$ j $i >= 1; j >= k >= 1\}$ construir un autómata con pila que acepte dicho lenguaje por el criterio de pila vacía. Transformar dicho autómata en uno que lo acepte por el criterio de estados finales.

9. Construir un autómata con pila que acepte el lenguaje:

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i + l = j + k\}$$

10. Sea el alfabeto $A = \{0;1\}$ y para u en $\{0;1\}^*$, sea $\cancel{u}$ la palabra obtenida a partir de u cambiando los 0 por 1 y los 1 por 0. Considerar el lenguaje $L = \{u$ en $\{0;1\}^* \mid u^{-1} = \cancel{u}\}$. Dar una gramática en forma normal de Chomsky que acepte L Dar un autómata con pila que acepte L por el criterio de estados finales.

11. Construir un Autómata con Pila que acepte el siguiente lenguaje:

$$L = \{0^r 1^s : r \leq s \leq 2r\}$$

- Construir, a partir de dicho autómata, una gramática libre de contexto que acepte el mismo lenguaje.
- Eliminar símbolos y producciones inútiles de la gramática.

12. Construir autómatas con pila que acepten los siguientes lenguajes:
    a. El conjunto de todas las palabras u con el mismo número de símbolos a y b, y tal que en todo prefijo el número de símbolos a es menor o igual que el número de símbolos b.
    b. $L = \{a^i b^j c^k : (i = j)$ o $(j = k)\}$.

    Los autómatas deberán ser determinísticos en caso de ser posible.

13. Dado el autómata con pila

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z_0, A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$$

$$\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, AAZ_0)\}, \quad \delta(q_0, 0, A) = \{(q_0, AAA)\}$$

$$\delta(q_0, 0, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}, \quad \delta(q_1, \varepsilon, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, A)\}, \quad \delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, BZ_0)\}$$

$$\delta(q_0, 1, A) = \{(q_0, \varepsilon)\}, \quad \delta(q_0, 1, B) = \{(q_0, BB)\}$$

Encontrar una gramática libre de contexto que genere el mismo lenguaje que este autómata acepta por el criterio de pila vacía. Se valorará que se haga por el procedimiento explicado en clase.

UNIVERSIDAD
DE GRANADA

/ UGR / decsai

Departamento de Ciencias de la
Computación e Inteligencia Artificial

14. Encontrar autómatas con pila que acepten los siguientes lenguajes:

$$L_1 = \{uvv^{-1}u^{-1} : u,v \in \{0,1\}^*\}$$

$$L_2 = \{uvu^{-1}v^{-1} : u,v \in \{0,1\}^*\}$$

15. Construir un autómata con pila determinístico que reconozca el lenguaje L = la intersección de los lenguajes L_1 y L_2 , sobre el alfabeto A = {0;1;2}, donde

- L_1 es el conjunto de todas las palabras u en A^* tales que en todo prefijo u' de u, la cantidad de símbolos 0 es mayor que la cantidad de 1
- L_2 es el lenguaje de todas las palabras sobre A que contienen la subcadena 0102

16. Encontrar gramáticas libres de contexto y autómatas con pila para los siguientes lenguajes:

$$L = \{0^m 1^n : n,m \geq 0, m \leq n \leq 2m\}$$

$$L = \{0^n 1^m 2^p 0^q 1^n : q = p+m, m \geq 1, p \geq 0\}$$

17. Realizar un autómata con pila que acepte los siguientes lenguajes sobre el alfabeto A = {a;b;c}

$$L_1 = \{a^i b^j c^k : i+k = j, i,j,k \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k : i \leq j \leq k\}$$

18. Dado el alfabeto A = {0;1},
    a. Construir un autómata con pila que acepte por el criterio de estados finales el conjunto de palabras con el triple de ceros que de unos
    b. Construir una gramática independiente del contexto asociada al autómata

19. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de pila vacía los siguientes lenguajes sobre el alfabeto {0;1}:

$$L = \{0^n 1^n : n \geq 1\} \cup \{0^n 1^{2n} : n \geq 1\}$$

$$L = \{0^n 1^m 0^m 1^n : n,m \geq 1\}$$

20. Dado el autómata con pila dado por las transiciones (R es el símbolo inicial):

$\delta(q_1,0,R) = \{(q_1,BR)\}$	$\delta(q_1,1,R) = \{(q_1,GR)\}$	$\delta(q_1,0,B) = \{(q_1,BB)\}$
$\delta(q_1,1,B) = \{(q_1,GB)\}$	$\delta(q_1,0,G) = \{(q_1,BG)\}$	$\delta(q_1,1,G) = \{(q_1,GG)\}$
$\delta(q_1,1,G) = \{(q_2,G)\}$	$\delta(q_2,0,B) = \{(q_2,\varepsilon)\}$	$\delta(q_2,1,G) = \{(q_2,\varepsilon)\}$
$\delta(q_2,\varepsilon,R) = \{(q_2,\varepsilon)\}$	$\delta(q_1,\varepsilon,R) = \{(q_2,R)\}$	$\delta(q_1,\varepsilon,B) = \{(q_2,B)\}$
$\delta(q_1,\varepsilon,G) = \{(q_2,G)\}$	$\delta(q_1,0,R) = \{(q_2,R)\}$	$\delta(q_1,0,B) = \{(q_2,B)\}$
$\delta(q_1,0,G) = \{(q_2,G)\}$	$\delta(q_1,1,R) = \{(q_2,R)\}$	$\delta(q_1,1,B) = \{(q_2,B)\}$

Construir una gramática independiente del contexto que acepte el mismo lenguaje. Eliminar símbolos y producciones inútiles.

21. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de estados finales los siguientes lenguajes:

$$\{0^i 1^j : j \geq i \geq 1\}$$

$$\{0^i 1^j 0^i : i, j \geq 1\} \cup \{1^i 0^j 1^i : i, j \geq 1\}$$

22. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de pila vacía y, si no es posible, por el criterio de estados finales, los siguientes lenguajes:

$$L = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0,\ i \neq j\}$$

$$L = \{a^i b^j c : i, j \geq 0,\ i \leq 2j\}$$

23. Construye un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía que reconozca el lenguaje:

$$L = \{ucv \mid u, v \in \{a,b\}^+ \text{ y n}^{\text{o}} \text{ de subcadenas } 'ab' \text{ en } u \text{ es igual al n}^{\text{o}} \text{ subcadenas } 'ba' \text{ en } v\}$$

24. Sea el lenguaje sobre el alfabeto $A = \{a;b;c;d\}$, dado por las siguientes reglas:
    a. *a* y *b* son palabras del lenguaje.
    b. Cualquier sucesión no vacía de palabras del lenguaje es una palabra del lenguaje.
    c. Si *u* es una palabra del lenguaje, entonces *cudd* es una palabra del lenguaje

    Decir de qué tipo es el lenguaje generado. Según sea el tipo del lenguaje, crear un autómata finito minimal o un autómata con pila que lo acepten.

25. Construye un autómata con pila determinista que reconozca por el criterio de pila vacía el lenguaje

$$L = \{a^m b^n c^m : n \leq m\}$$