UNIVERSIDAD DE GRANADA

DECSAI

Modelos de Computación

Grado en Ingeniería Informática

Tema 6 – Propiedades de los lenguajes libres del contexto

Manuel Pegalajar Cuéllar
manupc@ugr.es

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
http://decsai.ugr.es

Objetivos del tema

- Conocer el Lema de Bombeo y su aplicación a lenguajes libres del contexto.
- Conocer las operaciones básicas sobre lenguajes libres de contexto.
- Conocer algoritmos sobre lenguajes libres del contexto.
- Conocer métodos para abordar el problema de la pertenencia en lenguajes libres de contexto.

Anotación sobre estas diapositivas:

El contenido de estas diapositivas es esquemático y representa un apoyo para las clases presenciales teóricas. No se considera un sustituto para apuntes de la asignatura.

Se recomienda al alumno completar estas diapositivas con notas/apuntes propios, tomados en clase y/o desde la bibliografía principal de la asignatura.

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

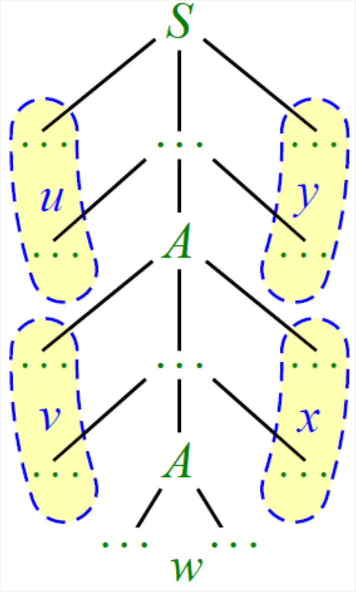
Lema de Bombeo

Sea L un lenguaje independiente del contexto. Entonces, existe una constante n, que depende solo de L, tal que si $z \in L$ y $|z| \geq n$, z se puede escribir de la forma $z = uvwxy$ verificando:

1. $|vx| \geq 1$
2. $|vwx| \leq n$
3. $\forall i \geq 0, uv^i wx^i y \in L$

Lema de Bombeo (idea de la demostración)

n es un número tal que a partir de esa longitud, necesariamente hay una variable que es descendiente de ella misma (no considerando para esta repetición el nodo raíz). Si esto no pudiese ocurrir, el número de palabras generado es finito y no hay palabras de cualquier longitud.



Un ejemplo

$L=\{a^ib^ic^i \mid i>=1\}$ no es independiente del contexto.

Sea n cualquiera. Consideremos la palabra $z= a^nb^nc^n$. Supongamos entonces que se puede descomponer como $z = uvwxy$, verificando las dos primeras condiciones del lema de bombeo: $|vx| \geq 1$ y $|vwx| \leq n$

No es posible para *vx* tener símbolos *a* y *c* al mismo tiempo y tiene alguno de los símbolos *a*,*b*,*c*. En uv^2wx^2y se añade de uno o dos de los símbolos de la palabra, pero no de los tres. Por tanto uv^2wx^2y no es del lenguaje.

Conclusión: *L* no es independiente del contexto

Contraejemplo

$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid (i = 0) \vee (j = k = l)\}$ no es independiente de contexto y verifica la condición del lema de bombeo.

Conclusión: Que verifique el lema de bombeo no significa que sea libre del contexto. Al contrario, si no verifica el lema sí podemos decir que no es libre del contexto.

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

1. Lema de Bombeo
2. Operaciones con lenguajes libres del contexto
   1. Cerradas
   2. No cerradas
3. Algoritmos para gramáticas libres del contexto
   1. Algoritmos de pertenencia
      1. Cocke-Younger-Kasami
      2. Early
4. Problemas indecidibles

Operaciones cerradas

$L1 = L(G1), L2 = L(G2)$, $G1 = (V1,T,P1,S1), G2 = (V2,T,P2,S2)$

Los lenguajes libres de contexto son cerrados para las operaciones:

- **Unión**. G para $L1 \cup L2$:
  $S \rightarrow S1$, $S \rightarrow S2$ y producciones de las dos gramáticas.

- **Concatenación**. G para $L1L2$
  $S \rightarrow S1S2$ y producciones de las dos gramáticas.

- **Clausura**. G para $L1^*$: $S \rightarrow S1S$, $S \rightarrow \varepsilon$ y producciones $G1$.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

1. Lema de Bombeo
2. Operaciones con lenguajes libres del contexto
   1. Cerradas
   2. No cerradas
3. Algoritmos para gramáticas libres del contexto
   1. Algoritmos de pertenencia
      1. Cocke-Younger-Kasami
      2. Early
4. Problemas indecidibles

DECSAI

Intersección

La clase de los lenguajes libres de contexto no es cerrada para la intersección.

- $L = \{a^i b^i c^i \mid i \geq 1\}$ no es libre de contexto.
- $L1 = \{a^i b^i c^j | i \geq 1 \text{ y } j \geq 1\}$, $L2 = \{a^i b^j c^i | i \geq 1 \text{ y } j \geq 1\}$ si lo son.

El primero de ellos es generado por la gramática:

$$S \rightarrow AB,\ A \rightarrow aAb|ab,\ B \rightarrow cB|c$$

y el segundo, por la gramática:

$$S \rightarrow CD,\ C \rightarrow aC|a,\ D \rightarrow bDc|bc$$

Tenemos que $L = L1 \cap L2$

Complementario

La clase de lenguajes independientes de contexto no es cerrada para el complementario.

Si fuese para el complementario, como ya es cerrada para la unión sería también para la intersección.

1. Lema de Bombeo
2. Operaciones con lenguajes libres del contexto
    1. Cerradas
    2. No cerradas
3. Algoritmos para gramáticas libres del contexto
    1. Algoritmos de pertenencia
        1. Cocke-Younger-Kasami
        2. Early
4. Problemas indecidibles

Algoritmo: Lenguaje vacío

Vimos un algoritmo para determinar si el lenguaje generado por una gramática es vacío: En el algoritmo de eliminar símbolos y producciones inútiles, **si en la primera parte *S* resulta inútil entonces el lenguaje es vacío**, y es distinto del vacío en caso contrario.

Algoritmo: Lenguaje infinito

Un algoritmo para determinar si el lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es infinito se puede basar en lo siguiente:

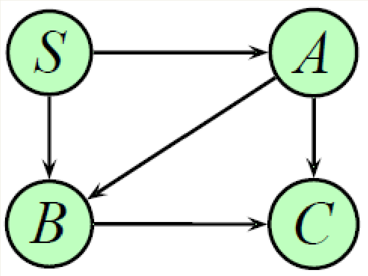
Se eliminan símbolos y producciones inútiles y producciones nulas y unitarias; entonces se construye un grafo dirigido en el que los nodos son las variables y hay un arco de A a B si y solo si tenemos una producción $A \to \alpha B \beta$. **El lenguaje es infinito si y solo si este grafo tiene ciclos.**

Un ejemplo: Lenguaje finito-infinito

Sea una gramática con las producciones:

$$S \to AB,\ A \to BC|a,\ B \to CC|b,\ C \to a$$

El grafo asociado es:



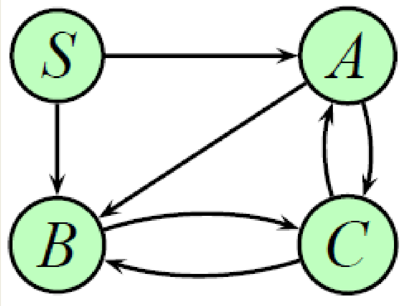
No tiene ciclos: Lenguaje finito.

Otro ejemplo: Lenguaje finito-infinito

Sea una gramática con las producciones:

$$S \rightarrow AB,\ A \rightarrow BC|a,\ B \rightarrow CC|b,\ C \rightarrow a,\ C \rightarrow AB$$

El grafo asociado es:



Tiene ciclos: Lenguaje finito.

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

1. Lema de Bombeo
2. Operaciones con lenguajes libres del contexto
   1. Cerradas
   2. No cerradas
3. Algoritmos para gramáticas libres del contexto
   1. Algoritmos de pertenencia
      1. Cocke-Younger-Kasami
      2. Early
4. Problemas indecidibles

DECSAI

Algoritmos de pertenencia

Dada una gramática de tipo 2, $G = (V,T,P,S)$ y una palabra $u \in T^*$, determinar si la palabra puede ser generada por la gramática.

Ya hemos visto algoritmos anteriormente para gramáticas sin producciones nulas ni unitarias o para gramáticas en forma normal de Greibach.

Eran algoritmos de búsqueda en el espacio de todas las posibles derivaciones.

Aquí vamos a ver algoritmos más sofisticados.

- El algoritmo de Cocke-Younger-Kasami para gramáticas en forma normal de Chomsky.
- El algoritmo de Early para gramáticas cualesquiera

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

1. Lema de Bombeo
2. Operaciones con lenguajes libres del contexto
    1. Cerradas
    2. No cerradas
3. Algoritmos para gramáticas libres del contexto
    1. Algoritmos de pertenencia
        1. Cocke-Younger-Kasami
        2. Early
4. Problemas indecidibles

DECSAI

Idea del algoritmo

Complejidad $O(n^3)$, donde n es la longitud de la palabra u.

Para gramáticas en forma normal de Chomsky.

$u_{i,j}$ subcadena de u que comienza en la posición i y tiene longitud j $(j = 1, \ldots, n,\ i = 1, \ldots, n-j+1)$.

Se trata de calcular $V_{i,j}$: variables que generan $u_{i,j}$.

- **Condición básica:** Si el i-ésimo símbolo de u es a y tenemos la producción $A \rightarrow a$, entonces $A \in V_{i,1}$.
- **Condición recursiva** $(j > 1)$: Si $A \rightarrow BC$ es una producción y $B \in V_{i,k}$, $C \in V_{i+k,\, j-k}$, entonces $A \in V_{i,j}$

$$A \Rightarrow BC \Rightarrow u_{i,k} u_{i+k,\, j-k} = u_{i,j}$$

Algoritmo

1. Para $i = 1$ hasta n
    2. Calcular $V_{i,1} = \{A \mid A \rightarrow a$ es una producción y el símbolo i-ésimo de u es $a\}$
3. Para $j = 2$ hasta n
    4. Para $i = 1$ hasta $n - j + 1$
        5. $V_{i,\mathrm{j}} = \emptyset$
        6. Para $k = 1$ hasta $j - 1$
            $V_{i,\mathrm{j}} = V_{i,\mathrm{j}} \cup \{A \mid A \rightarrow BC$ es una producción, $B \in V_{i,\mathrm{k}}$ y $C \in V_{i+k,\mathrm{j-k}}\}$

Se calcula para todo i, j ($j \in \{1, \ldots, n\}$, $i \leq n - j + 1$), *el conjunto de variables* $V_{i,j}$ *que generan* $u_{i,j}$.

Un ejemplo

$$S \to AB|BC,\ A \to BA|a,\ B \to CC|b,\ C \to AB|a$$

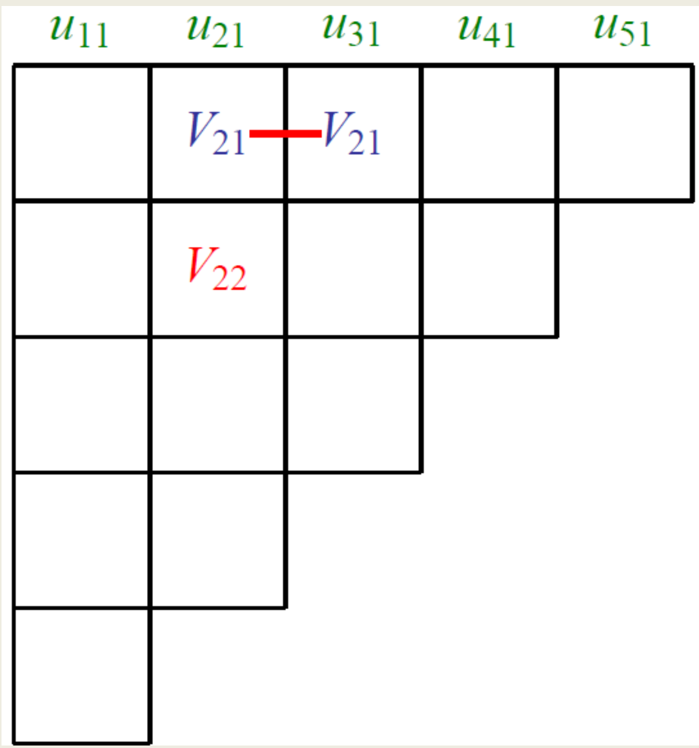
Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

u_{11}	u_{21}	u_{31}	u_{41}	u_{51}
V_{11}	V_{21}	V_{31}	V_{41}	V_{51}
V_{12}	V_{22}	V_{32}	V_{42}	
V_{13}	V_{23}	V_{33}		
V_{14}	V_{24}			
V_{15}				

Un ejemplo

$S \rightarrow AB|BC,\ A \rightarrow BA|a,\ B \rightarrow CC|b,\ C \rightarrow AB|a$

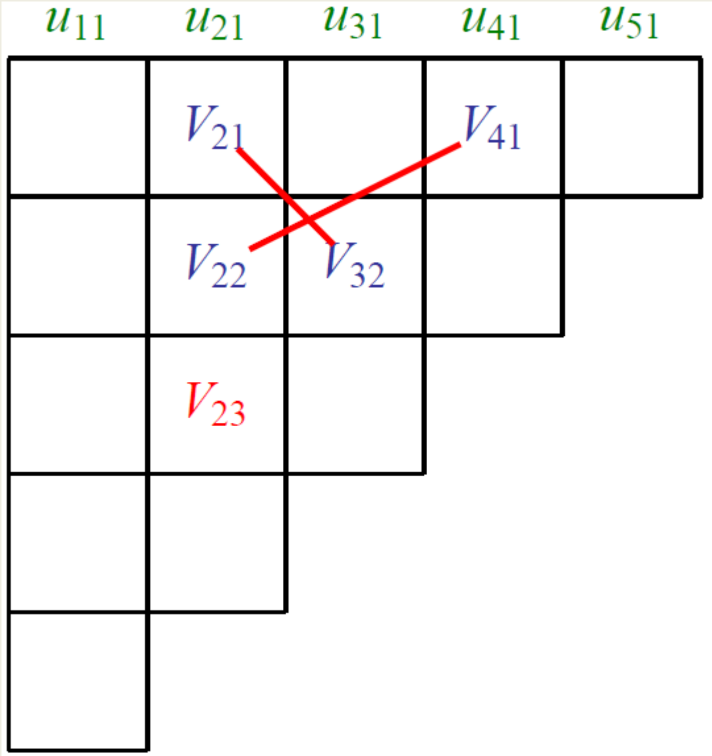
Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***. *Cálculo 2ª fila*



Un ejemplo

S→AB|BC, A→BA|a, B→CC|b, C→AB|a

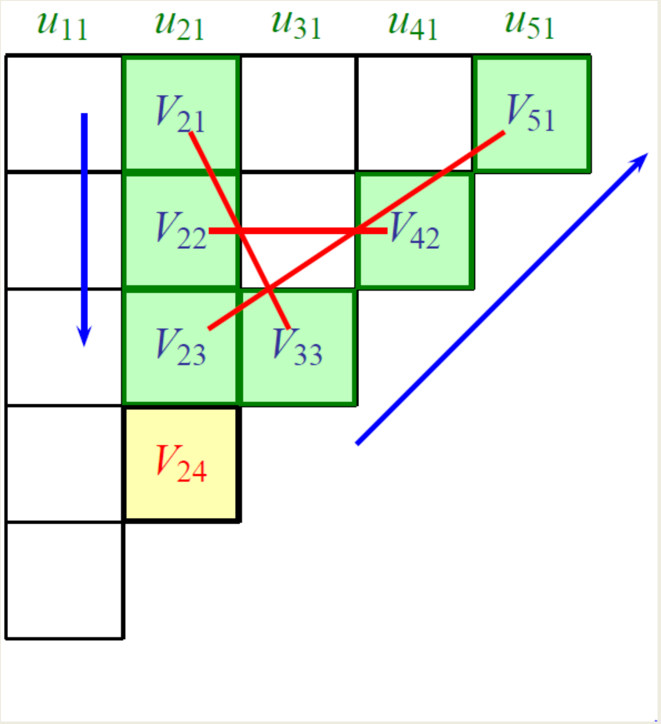
Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***. *Cálculo 3ª fila*



Un ejemplo

$S \rightarrow AB|BC,\ A \rightarrow BA|a,\ B \rightarrow CC|b,\ C \rightarrow AB|a$

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***. *Cálculo 4ª fila*.



Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

Un ejemplo

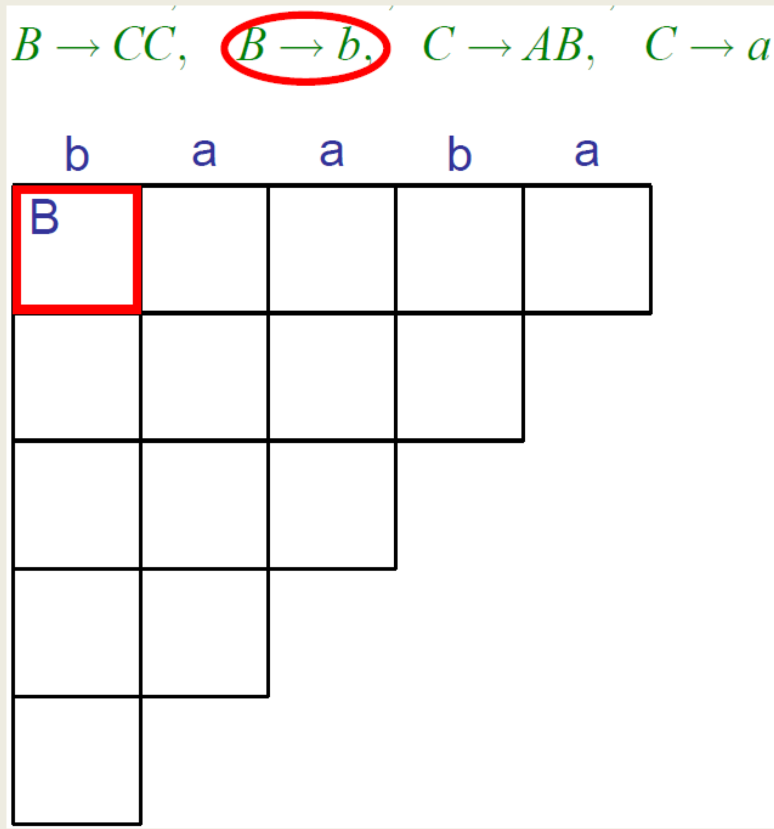
Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***



Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \longrightarrow AB, \quad S \longrightarrow BC, \quad A \longrightarrow BA, \quad A \longrightarrow a,$$
$$B \longrightarrow CC, \quad B \longrightarrow b, \quad C \longrightarrow AB, \quad C \longrightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \longrightarrow AB, \quad S \longrightarrow BC, \quad A \longrightarrow BA, \quad A \longrightarrow a,$$
$$B \longrightarrow CC, \quad B \longrightarrow b, \quad C \longrightarrow AB, \quad C \longrightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB,\quad S \to BC,\quad A \to BA,\quad A \to a,$$
$$B \to CC,\quad B \to b,\quad C \to AB,\quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
∅	B	B		
∅	S C			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \longrightarrow AB, \quad S \longrightarrow BC, \quad A \longrightarrow BA, \quad A \longrightarrow a,$$
$$B \longrightarrow CC, \quad B \longrightarrow b, \quad C \longrightarrow AB, \quad C \longrightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
∅	B	B		
∅	S C A			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		
$\emptyset$	S C A			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
∅	B	B		
∅	S C A			
S A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$S \rightarrow AB,\quad S \rightarrow BC,\quad A \rightarrow BA,\quad A \rightarrow a,$
$B \rightarrow CC,\quad B \rightarrow b,\quad C \rightarrow AB,\quad C \rightarrow a$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		
$\emptyset$	S C A			
S A C				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
$\emptyset$	B	B		
$\emptyset$	S C A			
S A C				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
∅	B	B		
∅	S C A			
S A C				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB,\quad S \to BC,\quad A \to BA,\quad A \to a,$$
$$B \to CC,\quad B \to b,\quad C \to AB,\quad C \to a$$

b	a	a	b	a
B	A C	A C	B	A C
A S	B	S C	A S	
∅	B	B		
∅	S C A			
S A C				

La palabra *baaba* es aceptada

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

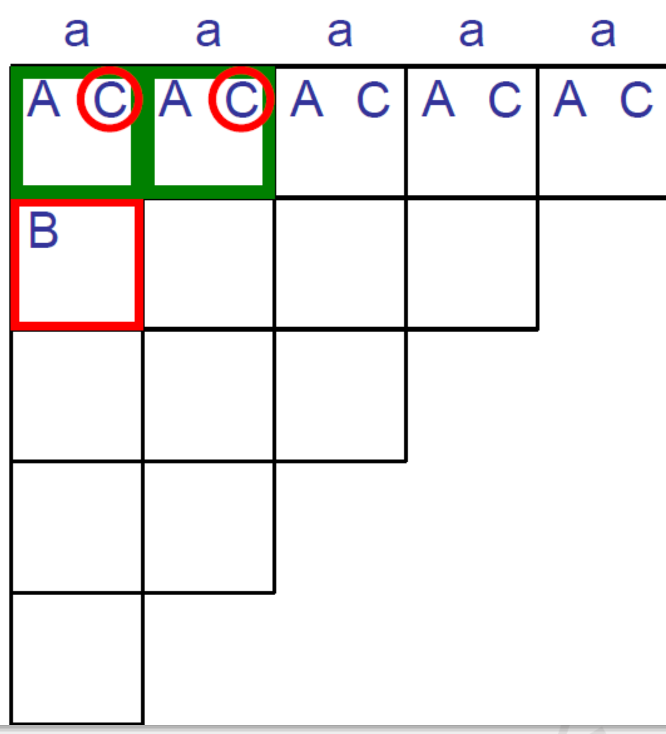
$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$



Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB,\quad S \rightarrow BC,\quad A \rightarrow BA,\quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC,\quad B \rightarrow b,\quad C \rightarrow AB,\quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			
S C				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			
S C A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a,$$
$$B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			
S C A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba*,*aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			
S C A				

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baaba,aaaaa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a,$$
$$B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

a	a	a	a	a
A C	A C	A C	A C	A C
B	B	B	B	
S C A	S C A	S C A		
B	B			
S C A				

La palabra *aaaaa* es aceptada

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

Idea del algoritmo

Supondremos que $u[i..\ j]$ es la subcadena de u que va de la posición i a la posición j.
El algoritmo producirá registros de la forma $(i,\ j, A, \alpha, \beta)$, donde i y j son enteros y $A \rightarrow \alpha\beta$ es una producción de la gramática.
Un registro indicará un hecho y un objetivo:

- El **hecho** es que $u[i+1..\ j]$ es derivable a partir de α .
- El **objetivo** es encontrar todos los k tales que β deriva a $u[\ j+1..k]$. Si encontramos uno de estos k sabemos que A deriva $u[i+1..k]$.

Para cada j, $REGISTROS[\ j]$ contendrá todos los registros existentes de la forma $(i,\ j, A, \alpha, \beta)$.

Registros

- Si (i, j, A, α, β) es un registro, a β le llamamos la **cadena objetivo generadora**.
- A los registros en los que $\alpha = \varepsilon$, $(j, j, A, \varepsilon, \beta)$, se les llama **registros objetivo**.
- A los registros en los que $\beta = \varepsilon$, $(i, j, A, \alpha, \varepsilon)$, se les llama **registros completos**. Indican que $A \Rightarrow \alpha \Rightarrow u[i+1.. j]$.
- Si $(i, j, A, \alpha, \varepsilon)$ es un objetivo completo y $(h, \mathbf{i}, B, \gamma, \boldsymbol{A}\delta)$ es un registro, podemos construir $(h, \mathbf{j}, B, \gamma\mathbf{A}, \delta)$

Algoritmo

1. *Inicialización.-*

- $REGISTROS[0] = \{(0,0,S, \varepsilon, \beta) : S \rightarrow \beta$ es una producción$\}$
- $REGISTROS[j] = \emptyset$ para $j = 1, \ldots, n$.
- $j = 0$

2. *Clausura.-* Para cada registro $(i, j, A, \alpha, B\gamma)$ en $REGISTROS[j]$ y cada producción $B \rightarrow \delta$, crear el registro $(j, j, B, \varepsilon, \delta)$ e insertarlo en $REGISTROS[j]$. Repetir la operación recursivamente para las variables de los nuevos registros insertados.

3. *Avance.-* Para cada registro $(i, j, A, \alpha, c\gamma)$ en $REGISTROS[j]$, donde c es un símbolo terminal que aparece en la posición j+1 de u, crear $(i, j+1, A, \alpha c, \gamma)$ e insertarlo en $REGISTROS[j+1]$.

Hacer $j = j+1$.

4. *Terminación.-* Para cada par de registros de la forma $(h, i, B, \gamma, A\delta)$ en $REGISTROS[i]$ y $(i, j, A, \alpha, \varepsilon)$ en $REGISTROS[j]$, crear el nuevo registro $(h, j, B, \gamma A, \delta)$ e insertarlo en $REGISTROS[j]$.

5. Si $j < n$ ir a P2.

6. Si en $REGISTROS[n]$ hay un registro de la forma $(0, n, S, \alpha, \varepsilon)$, entonces u es generada. En caso contrario no es generada.

Un ejemplo

Comprobar la pertenencia de: ***baa***

$$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0] : (0,0,S,\varepsilon,AB), (0,0,S,\varepsilon,BC),$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB)$, $(0,0,S,\varepsilon,BC)$, $(0,0,A,\varepsilon,BA)$, $(0,0,A,\varepsilon,a)$,

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),\ (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),\ (0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB), (0,0,S,\varepsilon,BC), (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a), (0,0,B,\varepsilon,CC), (0,0,B,\varepsilon,b), (0,0,C,\varepsilon,AB), (0,0,C,\varepsilon,a),$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0] : (0,0,S,\varepsilon,AB), (0,0,S,\varepsilon,BC), (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a), (0,0,B,\varepsilon,CC), (0,0,B,\varepsilon,b), (0,0,C,\varepsilon,AB), (0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1] : (0,1,B,b,\varepsilon),$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),(0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),(0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),(0,0,C,\varepsilon,AB),(0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]:(0,1,B,b,\varepsilon),(0,1,S,B,C)$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0] : (0,0,S,\varepsilon,AB), (0,0,S,\varepsilon,BC), (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a), (0,0,B,\varepsilon,CC), (0,0,B,\varepsilon,b), (0,0,C,\varepsilon,AB), (0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1] : (0,1,B,b,\varepsilon), (0,1,S,B,C), (0,1,A,B,A),$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),\ (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),\ (0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),\ (0,0,C,\varepsilon,AB),(0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]:(0,1,B,b,\varepsilon),\ (0,1,S,B,C)\ ,(0,1,A,B,A),\ (1,1,C,\varepsilon,AB),$
$(1,1,C,\varepsilon,a),\ (1,1,A,\varepsilon,BA),(1,1,A,\varepsilon,a),\ (1,1,B,\varepsilon,CC),(1,1,B,\varepsilon,b)$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),\ (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),\ (0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),\ (0,0,C,\varepsilon,AB),(0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,B,b,\varepsilon),\ (0,1,S,B,C)\ ,(0,1,A,B,A),\ (1,1,C,\varepsilon,AB),$
$(1,1,C,\varepsilon,a),\ (1,1,A,\varepsilon,BA),(1,1,A,\varepsilon,a),\ (1,1,B,\varepsilon,CC),(1,1,B,\varepsilon,b)$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,C,a,\varepsilon),(1,2,A,a,\varepsilon),$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),\ (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),\ (0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),\ (0,0,C,\varepsilon,AB),(0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]:(0,1,B,b,\varepsilon),\ (0,1,S,B,C)\ ,(0,1,A,B,A),\ (1,1,C,\varepsilon,AB),$
$(1,1,C,\varepsilon,a),\ (1,1,A,\varepsilon,BA),(1,1,A,\varepsilon,a),\ (1,1,B,\varepsilon,CC),(1,1,B,\varepsilon,b)$
$REGISTROS[2]:(1,2,C,a,\varepsilon),(1,2,A,a,\varepsilon),\ (0,2,S,BC,\varepsilon),(0,2,A,BA,\varepsilon),$
$(1,2,C,A,B),(1,2,B,C,C),(0,2,S,A,B),(0,2,C,A,B),$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB)$, $(0,0,S,\varepsilon,BC)$, $(0,0,A,\varepsilon,BA)$, $(0,0,A,\varepsilon,a)$, $(0,0,B,\varepsilon,CC)$, $(0,0,B,\varepsilon,b)$, $(0,0,C,\varepsilon,AB)$, $(0,0,C,\varepsilon,a)$,

$REGISTROS[1]$:$(0,1,B,b,\varepsilon)$, $(0,1,S,B,C)$, $(0,1,A,B,A)$, $(1,1,C,\varepsilon,AB)$, $(1,1,C,\varepsilon,a)$, $(1,1,A,\varepsilon,BA)$, $(1,1,A,\varepsilon,a)$, $(1,1,B,\varepsilon,CC)$, $(1,1,B,\varepsilon,b)$

$REGISTROS[2]$:$(1,2,C,a,\varepsilon)$, $(1,2,A,a,\varepsilon)$, $(0,2,S,BC,\varepsilon)$, $(0,2,A,BA,\varepsilon)$, $(1,2,C,A,B)$, $(1,2,B,C,C)$, $(0,2,S,A,B)$, $(0,2,C,A,B)$, $(2,2,B,\varepsilon,CC)$, $(2,2,B,\varepsilon,b)$, $(2,2,C,\varepsilon,AB)$, $(2,2,C,\varepsilon,a)$, $(2,2,A,\varepsilon,BA)$, $(2,2,A,\varepsilon,a)$

Un ejemplo

$S \to AB, \quad S \to BC, \quad A \to BA, \quad A \to a, \quad B \to CC, \quad B \to b, \quad C \to AB, \quad C \to a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB),(0,0,S,\varepsilon,BC),(0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a),(0,0,B,\varepsilon,CC),(0,0,B,\varepsilon,b),(0,0,C,\varepsilon,AB),(0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,B,b,\varepsilon),(0,1,S,B,C),(0,1,A,B,A),(1,1,C,\varepsilon,AB),$
$(1,1,C,\varepsilon,a),(1,1,A,\varepsilon,BA),(1,1,A,\varepsilon,a),(1,1,B,\varepsilon,CC),(1,1,B,\varepsilon,b)$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,C,a,\varepsilon),(1,2,A,a,\varepsilon),(0,2,S,BC,\varepsilon),(0,2,A,BA,\varepsilon),$
$(1,2,C,A,B),(1,2,B,C,C),(0,2,S,A,B),(0,2,C,A,B),(2,2,B,\varepsilon,CC),$
$(2,2,B,\varepsilon,b),(2,2,C,\varepsilon,AB),(2,2,C,\varepsilon,a),(2,2,A,\varepsilon,BA),(2,2,A,\varepsilon,a)$
$REGISTROS[3]$:$(2,3,C,a,\varepsilon),(2,3,A,a,\varepsilon),$

Un ejemplo

$S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow BC, \quad A \rightarrow BA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow CC, \quad B \rightarrow b, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow a$

Palabra baa.

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,AB), (0,0,S,\varepsilon,BC), (0,0,A,\varepsilon,BA),$
$(0,0,A,\varepsilon,a), (0,0,B,\varepsilon,CC), (0,0,B,\varepsilon,b), (0,0,C,\varepsilon,AB), (0,0,C,\varepsilon,a),$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,B,b,\varepsilon), (0,1,S,B,C), (0,1,A,B,A), (1,1,C,\varepsilon,AB),$
$(1,1,C,\varepsilon,a), (1,1,A,\varepsilon,BA), (1,1,A,\varepsilon,a), (1,1,B,\varepsilon,CC), (1,1,B,\varepsilon,b)$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,C,a,\varepsilon), (1,2,A,a,\varepsilon), (0,2,S,BC,\varepsilon), (0,2,A,BA,\varepsilon),$
$(1,2,C,A,B), (1,2,B,C,C), (0,2,S,A,B), (0,2,C,A,B), (2,2,B,\varepsilon,CC),$
$(2,2,B,\varepsilon,b), (2,2,C,\varepsilon,AB), (2,2,C,\varepsilon,a), (2,2,A,\varepsilon,BA), (2,2,A,\varepsilon,a)$
$REGISTROS[3]$:$(2,3,C,a,\varepsilon), (2,3,A,a,\varepsilon), (1,3,B,CC,\varepsilon), (2,3,B,C,C)$
$(2,3,C,A,B), (1,3,A,B,A)$

Terminación. Como $(0,3,S,\alpha,\varepsilon)$ no está en *REGISTROS*[3], la palabra *baa* no es generada.

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]: (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]: (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0] : (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F), (0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0] : (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1] : (0,1,F,(,S)),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]:(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$

$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$

$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]:(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]:(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]: (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$

$REGISTROS[1]: (0,1,F,(,S)), (1,1,S,\varepsilon,T), (1,1,S,\varepsilon,S+T), (1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F), (1,1,F,\varepsilon,a), (1,1,F,\varepsilon,b), (1,1,F,\varepsilon,(S)),$

$REGISTROS[2]: (1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon), (1,2,S,T,\varepsilon), (0,2,F,(S,)), (1,2,T,T,*F), (1,2,S,S,+T)$

$REGISTROS[3]: (1,3,S,S+,T),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]: (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$

$REGISTROS[1]: (0,1,F,(,S)), (1,1,S,\varepsilon,T), (1,1,S,\varepsilon,S+T), (1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F), (1,1,F,\varepsilon,a), (1,1,F,\varepsilon,b), (1,1,F,\varepsilon,(S)),$

$REGISTROS[2]: (1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon), (1,2,S,T,\varepsilon), (0,2,F,(S,)), (1,2,T,T,*F), (1,2,S,S,+T)$

$REGISTROS[3]: (1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F), (3,3,T,\varepsilon,T*F), (3,3,F,\varepsilon,a), (3,3,F,\varepsilon,b), (3,3,F,\varepsilon,(S))$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]:(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]:(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]:(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]:(3,4,F,b,\varepsilon),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$

$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$

$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$

$REGISTROS[3]$:$(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$

$REGISTROS[4]$:$(3,4,F,b,\varepsilon),(3,4,T,F,\varepsilon),(1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F),(0,4,F,(S,)),(1,4,S,S,+T)$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]:(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),\ (0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]:(0,1,F,(,S)),\ (1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]:(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]:(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]:(3,4,F,b,\varepsilon),\ (3,4,T,F,\varepsilon),\ (1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F),(0,4,F,(S,)),(1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]:(0,5,F,(S),\varepsilon),$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]: (0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]: (0,1,F,(,S)), (1,1,S,\varepsilon,T), (1,1,S,\varepsilon,S+T), (1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F), (1,1,F,\varepsilon,a), (1,1,F,\varepsilon,b), (1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]: (1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon), (1,2,S,T,\varepsilon), (0,2,F,(S,)), (1,2,T,T,*F), (1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]: (1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F), (3,3,T,\varepsilon,T*F), (3,3,F,\varepsilon,a), (3,3,F,\varepsilon,b), (3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]: (3,4,F,b,\varepsilon), (3,4,T,F,\varepsilon), (1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F), (0,4,F,(S,)), (1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]: (0,5,F,(S),\varepsilon), (0,5,T,F,\varepsilon), (0,5,S,T,\varepsilon), (0,5,T,T,*F), (0,5,S,S,+T),$

Otro ejemplo

$S \rightarrow T, \quad S \rightarrow S+T, \quad T \rightarrow F, \quad T \rightarrow T*F, \quad F \rightarrow a, \quad F \rightarrow b, \quad F \rightarrow (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),\ (0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)),\ (1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]$:$(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]$:$(3,4,F,b,\varepsilon),\ (3,4,T,F,\varepsilon),\ (1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F),(0,4,F,(S,)),(1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]$:$(0,5,F,(S),\varepsilon),\ (0,5,T,F,\varepsilon),\ (0,5,S,T,\varepsilon),\ (0,5,T,T,*F),\ (0,5,S,S,+T),$
$REGISTROS[6]$:$(0,6,T,T*,F),$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),\ (0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)),\ (1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]$:$(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]$:$(3,4,F,b,\varepsilon),\ (3,4,T,F,\varepsilon),\ (1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F),(0,4,F,(S,)),(1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]$:$(0,5,F,(S),\varepsilon),\ (0,5,T,F,\varepsilon),\ (0,5,S,T,\varepsilon),\ (0,5,T,T,*F),\ (0,5,S,S,+T),$
$REGISTROS[6]$:$(0,6,T,T*,F),\ (6,6,F,\varepsilon,a),\ (6,6,F,\varepsilon,b),\ (6,6,F,\varepsilon,(S)),$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T),(0,0,S,\varepsilon,S+T),(0,0,T,\varepsilon,F),(0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a),(0,0,F,\varepsilon,b),(0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)),(1,1,S,\varepsilon,T),(1,1,S,\varepsilon,S+T),(1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F),(1,1,F,\varepsilon,a),(1,1,F,\varepsilon,b),(1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon),(1,2,S,T,\varepsilon),(0,2,F,(S,)),(1,2,T,T,*F),(1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]$:$(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F),(3,3,T,\varepsilon,T*F),(3,3,F,\varepsilon,a),(3,3,F,\varepsilon,b),(3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]$:$(3,4,F,b,\varepsilon),(3,4,T,F,\varepsilon),(1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F),(0,4,F,(S,)),(1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]$:$(0,5,F,(S),\varepsilon),(0,5,T,F,\varepsilon),(0,5,S,T,\varepsilon),(0,5,T,T,*F),(0,5,S,S,+T),$
$REGISTROS[6]$:$(0,6,T,T*,F),(6,6,F,\varepsilon,a),(6,6,F,\varepsilon,b),(6,6,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[7]$:$(6,7,F,a,\varepsilon),$

Otro ejemplo

$S \to T, \quad S \to S+T, \quad T \to F, \quad T \to T*F, \quad F \to a, \quad F \to b, \quad F \to (S)$

Palabra: $(a+b)*a$

$REGISTROS[0]$:$(0,0,S,\varepsilon,T), (0,0,S,\varepsilon,S+T), (0,0,T,\varepsilon,F), (0,0,T,\varepsilon,T*F),$
$(0,0,F,\varepsilon,a), (0,0,F,\varepsilon,b), (0,0,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[1]$:$(0,1,F,(,S)), (1,1,S,\varepsilon,T), (1,1,S,\varepsilon,S+T), (1,1,T,\varepsilon,F),$
$(1,1,T,\varepsilon,T*F), (1,1,F,\varepsilon,a), (1,1,F,\varepsilon,b), (1,1,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[2]$:$(1,2,F,a,\varepsilon),$
$(1,2,T,F,\varepsilon), (1,2,S,T,\varepsilon), (0,2,F,(S,)), (1,2,T,T,*F), (1,2,S,S,+T)$
$REGISTROS[3]$:$(1,3,S,S+,T),$
$(3,3,T,\varepsilon,F), (3,3,T,\varepsilon,T*F), (3,3,F,\varepsilon,a), (3,3,F,\varepsilon,b), (3,3,F,\varepsilon,(S))$
$REGISTROS[4]$:$(3,4,F,b,\varepsilon), (3,4,T,F,\varepsilon), (1,4,S,S+T,\varepsilon),$
$(3,4,T,T,*F), (0,4,F,(S,)), (1,4,S,S,+T)$

$REGISTROS[5]$:$(0,5,F,(S),\varepsilon), (0,5,T,F,\varepsilon), (0,5,S,T,\varepsilon), (0,5,T,T,*F), (0,5,S,S,+T),$
$REGISTROS[6]$:$(0,6,T,T*,F), (6,6,F,\varepsilon,a), (6,6,F,\varepsilon,b), (6,6,F,\varepsilon,(S)),$
$REGISTROS[7]$:$(6,7,F,a,\varepsilon), (0,7,T,T*F,\varepsilon), (0,7,S,T,\varepsilon), (0,7,T,T,*F), (0,7,S,S,+T)$

Como tenemos $(0,7,S,T,\varepsilon)$, entonces la palabra $(a+b)*c$ es generada.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Propiedades de los lenguajes libres del contexto

DECSAI

Problemas indecidibles

Suponemos que G,$G1$ y $G2$ son gramáticas independientes de contexto dadas y R es un lenguaje regular. **Son indecidibles:**

- Saber si $L(G1) \cap L(G2) = \emptyset$.
- Determinar si $L(G) = T^*$, donde T es el conjunto de símbolos terminales.
- Comprobar si $L(G1) = L(G2)$.
- Determinar si $L(G1) \subseteq L(G2)$.
- Determinar si $L(G1) = R$.
- Comprobar si $L(G)$ es regular.
- Determinar si G es ambigua.
- Conocer si $L(G)$ es inherentemente ambiguo.
- Comprobar si $L(G)$ es determinista.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

DECSAI

Modelos de Computación

Grado en Ingeniería Informática

Tema 6 – Propiedades de los lenguajes libres del contexto

Manuel Pegalajar Cuéllar
manupc@ugr.es

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
http://decsai.ugr.es