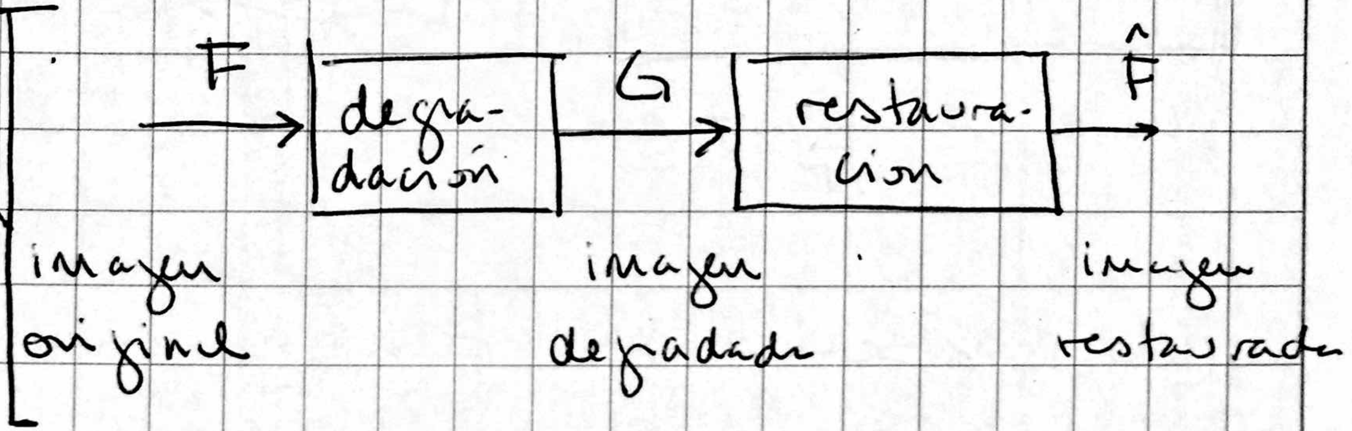
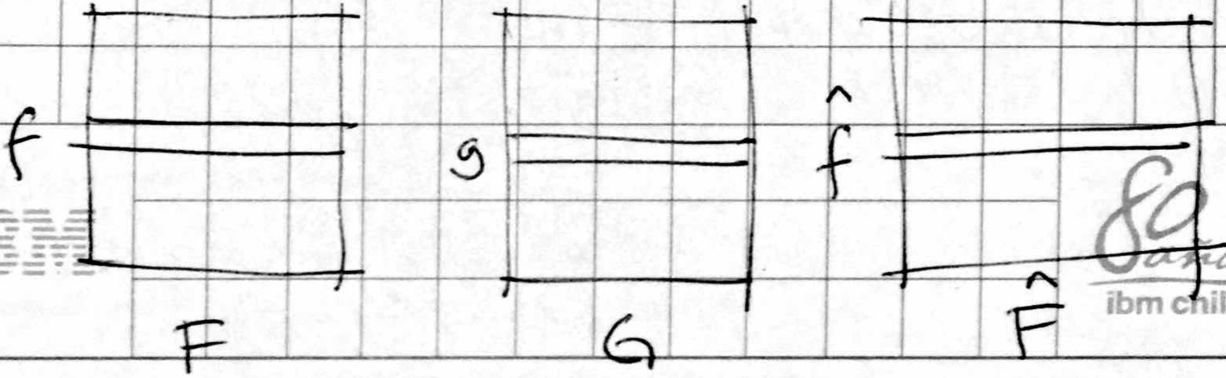
Restauración de Imágenes. I

- Recuperar una imagen original a partir de su imagen degradada y del conocimiento a priori del proceso de degradación.

Restauración Movimiento Uniforme:

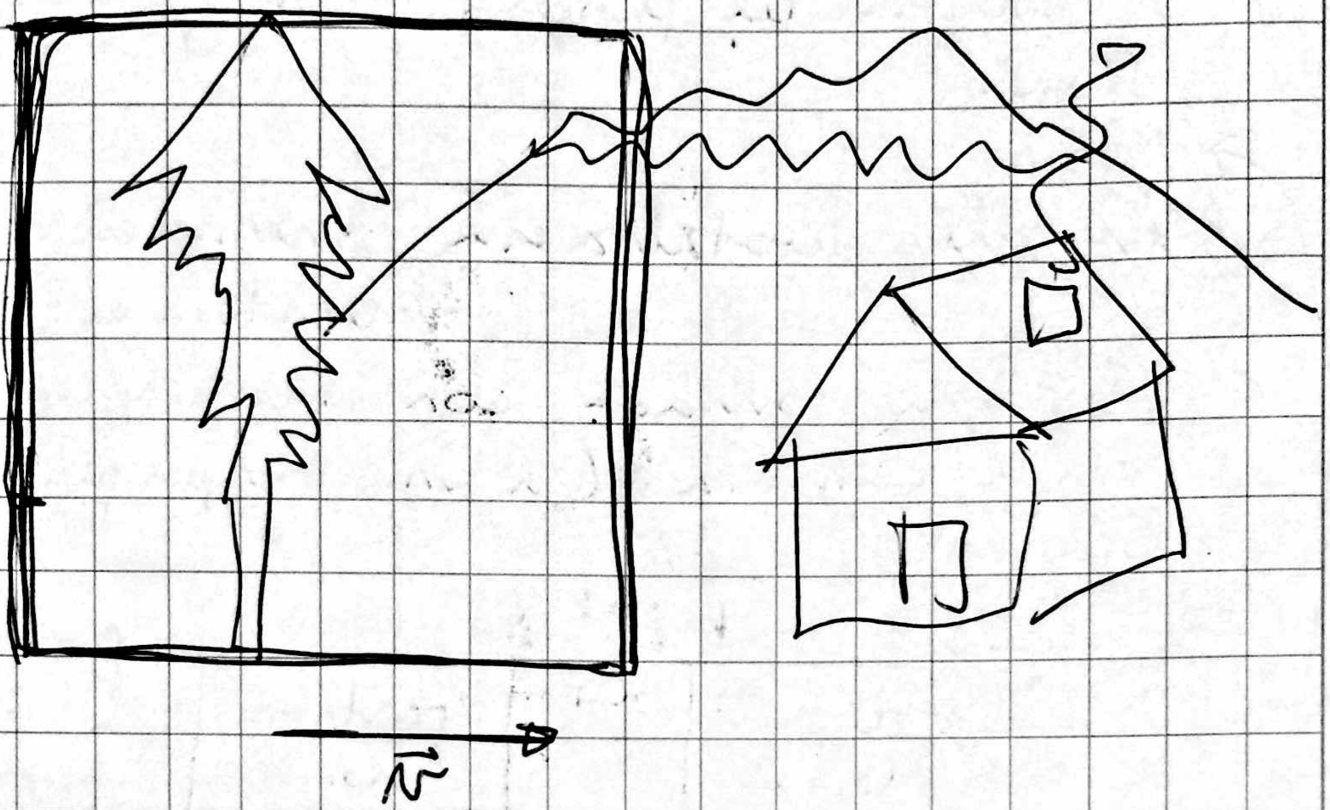
Imagen tomada con movimiento de la cámara (a una superficie plana).





Se supone un movimiento horizontal de r pixeles.

→ Simplificación: Restauración fila x fila.



¿Cómo sería la fila g correspondiente a la fila f?

Modelacion

$$h = \frac{1}{n}\Big[\underbrace{1 \quad 1 \ \dots \ 1}_{n \text{ pixeles}}\Big]$$

Elemento i de g:

$$g_i = h_1 f_i + h_2 f_{i+1} + \dots \; h_n f_{i+n-1}$$

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ \\ g_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \cdots h_n & & & \\ & h_1 \cdots h_n & & \\ & & \ddots & \\ & & & h_1 \cdots h_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ \\ f_M \end{bmatrix} \qquad (1)$$

fila imagen degradada

$$\underline{g} = \underline{H}\,\underline{f}$$

fila imagen original

$$\underline{M = N + n - 1}$$

¿Por qué?

MATLAB:

```
h = ones(1,n)/n;

F = imagen original

G = conv2(F, h, 'valid');
```

→ Probar en Matlab.

Problema de restauración:

Conociendo h y g ¿cómo obtener $\hat{f}$?

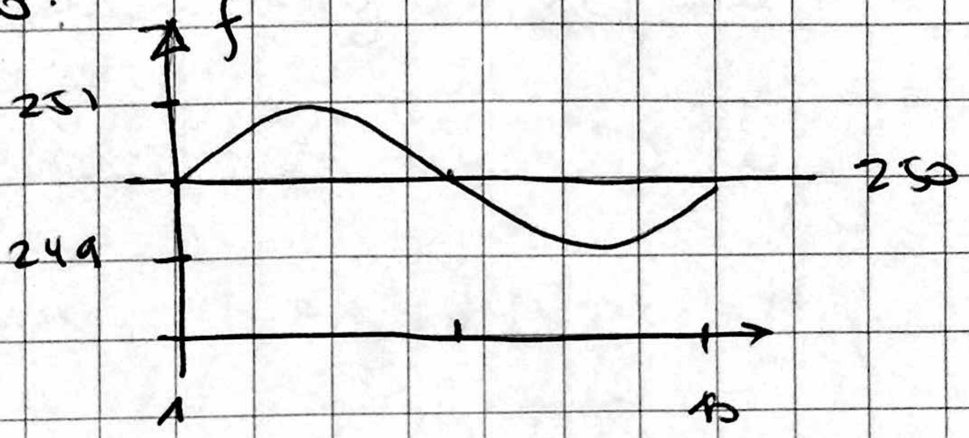
(1) tiene M incógnitas $f_1 \dots f_M$
N ecuaciones $g_1 \dots g_N$

$M > N$

$\Rightarrow$ subdeterminado
infinitas ecuaciones.

¿Cómo escoger dentro de las infinitas soluciones una solución que sea la restauración?

Ejemplo:



$N = 99$

$M = 100$

$$h = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$ Movimiento de 2 pixels

$$\underset{99 \times 100}{H} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & & & \\ & 0.5 & 0.5 & & \\ & & & & \\ & & & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

H_1

$$99\left\{\underbrace{\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0.5 & 0.5 \\ & & & & \end{bmatrix}}_{100}\right. \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_{100} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_{99} \end{bmatrix}}_{b}$$

$g_{99} - 0.5 * f_{100}$

¿qué pasa si este es conocido?

H_1 de 99×99

$$f_1 = \left[H_1\right]^{-1} \cdot b$$

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_{100} \end{bmatrix} \rightarrow \text{cumple } H\hat{f} = g$$

ver **IMG06_Degradation_2pixels.m**

Es necesario criterio adicional

eliminar el rizado de $\hat{f}$

1) $\hat{f}$ debe satisfacer $H\hat{f} = g$

2) $\hat{f}$ debe tener un rizado minimo

Un criterio (de muchos!)

los primeros N elementos de f
que sean lo más parecidos a
g.

$$\underset{N\times 1}{f_N} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & & & 0 & 0 \\ & 1 & & & 0 & 0 \\ & & 1 & & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underset{N\times M}{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_M \end{bmatrix}}_{M\times 1}$$

1) $H\hat{f} = g$

2) $\|P\hat{f} - g\| \to \min$

Matemáticamente:

$$V(\hat{f}) = \lambda \|H\hat{f} - g\|^2 + \|Pf - g\|^2 \rightarrow \text{Min}$$

λ: operador número muy grande
de Lagrange

$$\frac{\partial V}{\partial f} = 2\lambda H^T(Hf-g) + 2P^T(Pf-g) = 0$$

$$\lambda H^T H f - \lambda H^T g + P^T P f - P^T g = 0$$

$$[\lambda H^T H + P^T P] f = [\lambda H + P]^T g$$

$$\boxed{\hat{f} = [\lambda H^T H + P^T P]^{-1} [\lambda H + P]^T g}$$

En la practica, para imágenes con tonos de gris 0...255 → $\lambda = 10^6$ es una buena opción.

Ejemplos: jugar con **IMG06_EjemploMinio.m**