

Yo creo que sería mejor
mover este material para
ponerlo después de los
resultados empíricos

Capítulo 4

Metodología teórica

En este capítulo se determinaron parámetros físicos que gobiernan la naturaleza y estructura de los choques de proa, a partir de las suposiciones; de que los arcos hiperbólicos y los choques de proa de los proplyds son estacionarios, como una posible consecuencia del equilibrio de presiones; que la cáscara chocada está **dañada** por la presión térmica y que el flujo de partículas interno y externo que interaccionan para formar los arcos, están dominados por las presiones hidrodinámicas.

En la cáscara chocada se usó la ecuación de estado de los gases ideales para estimar la presión en esta región, como esta relación está en función de la densidad numérica de partículas, entonces **construimos** una ecuación para esta densidad en función de los parámetros observacionales ya conocidos, esto es en términos del brillo superficial de $H\alpha$ ($S_{H\alpha}$), el radio de curvatura (R_c) y el espesor (h) de la cáscara chocada. En las regiones externas e internas al choque se usó la presión ram y la ecuación general de la tasa de pérdida de masa para escribir las presiones de los vientos internos y externos al choque en términos de la tasa de pérdida de masa (\dot{M}), la velocidad del viento v y las distancias característica (D y R_0), permitiendonos al mismo tiempo usando el equilibrio de presiones escribir el producto $\dot{M}_w V_w$ del viento externo en términos de la presión térmica.

1-1

1-2



4.1 Interacción de dos vientos

La interacción de dos **flujos** da como resultado una cáscara **limitada** por dos choques, donde su geometría está modelada por las variables D , $R_0(\text{out})$ y $R_0(\text{in})$, $R_c(\text{out})$ y $R_c(\text{in})$, h_0 . Los cuales representan en el mismo orden; la distancia de la **fuentes** a θ^1 Ori C, los radios desde el choque externo e interno a la estrella central en la dirección a θ^1 Ori C, los radios de los círculos fijados en el choque externo e interno y la anchura de la cáscara chocada. Las suposiciones para este tipo de modelo son las siguientes:

1-4

1. Las cáscaras chocadas están en estado estacionario (tiempo dinámico \ll tiempo evolutivo), puesto que no se les han **detectado** movimientos propios. Esto puede ser el resultado del equilibrio de presiones en estas regiones.
2. No hay aceleración ni gravedad.
3. En las regiones externo e interno al choque dominan la presión hidrodinámica, puesto que los arcos de proa se generan por la interacción de dos flujos, mientras que en la cáscara chocada domina la presión térmica (ver figura **4.1**).

Con estas suposiciones es posible determinar las presiones en cada una de las diferentes regiones de los arcos de **proa**. En particular el brillo superficial de $H\alpha$ estimado apartir de las observaciones nos van a permitir determinar la densidad numérica de electrones,

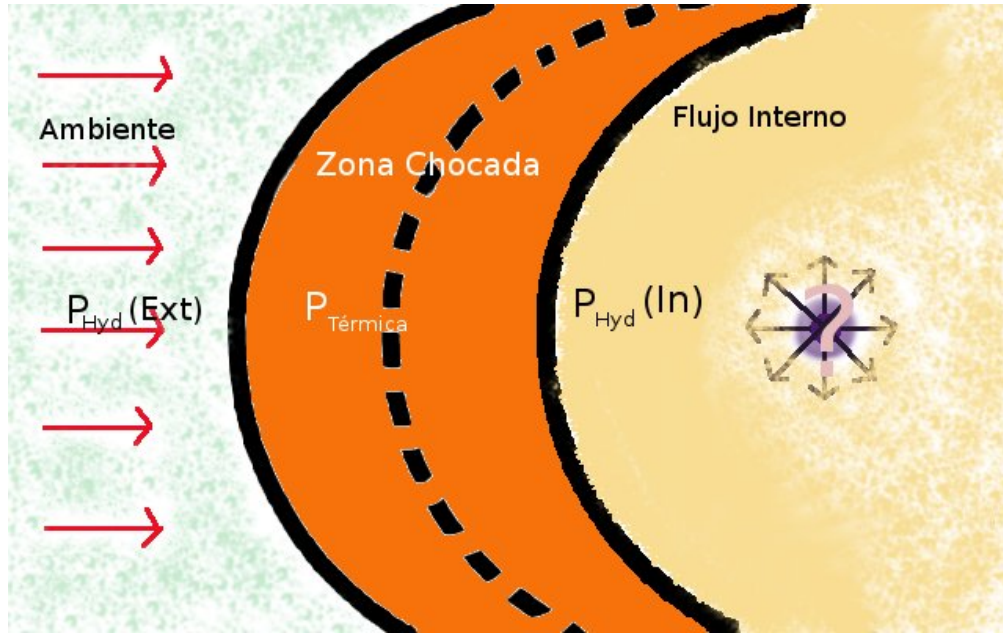


Figura 4.1: Choque formado por la interacción de dos flujos. El viento en el ambiente está dominado por la presión hidrodinámica ($P_{Hyd(out)}$), al igual que en la parte interna al choque ($P_{Hyd(in)}$). Por otro lado la cáscara chocada está dominada por la presión térmica ($P_{Térmica}$).

nesesaria para determinar las presiones térmicas en la cáscara chocada de cada objeto, que posteriormente utilizaremos usando el equilibrio de presiones para calcular el flujo de momento.

4.1.1 Densidad

De acuerdo a lo planteado arriba un primer paso para esbozar los parámetros astrofísicos de los choques de proa, consiste en primera instancia en determinar la densidad numérica de electrones (n), a partir de los parámetros observacionales $S_{H\alpha}$ y ζ . No obstante como se ha dicho en el capítulo 1 en la cáscara chocada domina la emisión por las líneas de recombinación tales como $H\alpha$, por ello hemos de utilizar el brillo superficial de $H\alpha$ para este fin. Por tanto en este punto es pertinente antes de continuar con nuestro análisis abrir un pequeño paréntesis, para hablar un poco de la naturaleza de la línea de recombinación; Balmer- $H\alpha$.

Líneas de recombinación de $H\alpha$

La serie de Balmer es un conjunto de líneas espectrales del átomo de hidrógeno que a diferencia de otras líneas de emisión del mismo, las transiciones ocurren desde los niveles de energía $n = 3, 4, 5, \dots$ al nivel $n = 2$ con n el número cuántico principal, así cada una de estas transiciones corresponde a una longitud de onda particular ($\lambda_{32} = 6563 \text{ \AA}$ ($H\alpha$; rojo), $\lambda_{42} = 4862 \text{ \AA}$ ($H\beta$; turquesa), $\lambda_{52} = 4340 \text{ \AA}$ ($H\gamma$; azul) y $\lambda_{62} = 4101.75 \text{ \AA}$ ($H\delta$; violeta)) estas longitudes de onda se han determinado a partir de datos experimentales, además estas longitudes de onda λ caen dentro de la región visible del espectro electromagnético (Carroll & Ostlie, 1996) (ver figura). Por otro lado, para las líneas de recombinación del átomo de hidrógeno tenemos que la energía de los fotones que se emiten durante las transiciones está dada por,

$$E = \frac{hc}{\lambda}. \quad (4.1)$$

Según el tratado de Bohr la energía en un estado cuántico es

$$E_n = -13.6 \text{ eV} \frac{1}{n^2}, \quad (4.2)$$

esta última expresión también nos proporciona la energía del fotón emitido, es decir

$$E = 13.6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n_{\text{Inf}}^2} - \frac{1}{n_{\text{Sup}}^2} \right). \quad (4.3)$$

Donde el electrón decae de un nivel de energía, n_{Sup} , a un nivel de menor energía, n_{Inf} . Usando las ecuaciones 4.1 y 4.3 para el caso particular de las líneas de recombinación de $H\alpha$ (donde la transición ocurre del nivel superior de energía $n = 3$ al nivel inferior de $n = 2$) tendremos que:

$$E_{32} = 1.889 \text{ eV} \quad \text{y} \quad \lambda_{32} = 6563 \text{ \AA}. \quad (4.4)$$

Estimación de la densidad en función de $S_{H\alpha}$ y ζ

Empezemos por escribir la relación de brillo superficial, suponiendo que no hay absorción y que además está corregida por la absorción del polvo;

$$S_{H\alpha} = \int \eta_{H\alpha} d\zeta \simeq \eta_{H\alpha} \Delta\zeta \quad (4.5)$$

en la que $\eta_{H\alpha}$ es la emisividad, cuyas unidades son $[\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ sr}^{-1}]$ y $\Delta\zeta$ es el camino de la línea de visión. El primero de estos parámetros está dado por,

$$\eta_{H\alpha} = \frac{n(H_{n=3}^0) A_{32}}{4\pi} \left(\frac{hc}{\lambda_{32}} \right) \quad (4.6)$$

Si la tasa de recombinaciones por volumen que producen $H\alpha$ es

$$\alpha_{H\alpha} n_e n_{H^+} = n(H_{n=3}^0) A_{32} \quad (4.7)$$

donde $\alpha_{H\alpha} = 1.27 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ es el coeficiente recombinación efectiva. Al sustituir la Ec. 4.7 en la Ec. 4.6 y teniendo en cuenta que $n_e \simeq n_H \simeq n$ obtenemos que

$$\eta_{H\alpha} = \frac{\alpha_{H\alpha} n^2}{4\pi} \left(\frac{hc}{\lambda_{32}} \right)$$

usando la ec. (4.5) se concluye que,

$$n^2 = \frac{4\pi S_{H\alpha}}{\alpha_{H\alpha} E_{32} \Delta\zeta} \quad (4.8)$$

donde $E_{32} = hc/\lambda_{32}$ es la energía de los fotones en la emisión de $H\alpha$ y cuyo valor es perceptible en la expresión 4.4

Estimación de $\Delta\zeta$

A partir del radio de curvatura R_c y del ancho de la zona chocada h podemos determinar $\Delta\zeta$ (ver figura 4.2), suponiendo simetría cilíndrica y el eje de simetría en el plano del cielo (xy).

Entonces como la geometría de la cáscara en xz (ver figura 4.3) es igual en xy. Así que para $h \gg R_c$ tendremos que,

$$\Delta\zeta = 2(R_c h)^{1/2} \quad (4.9)$$

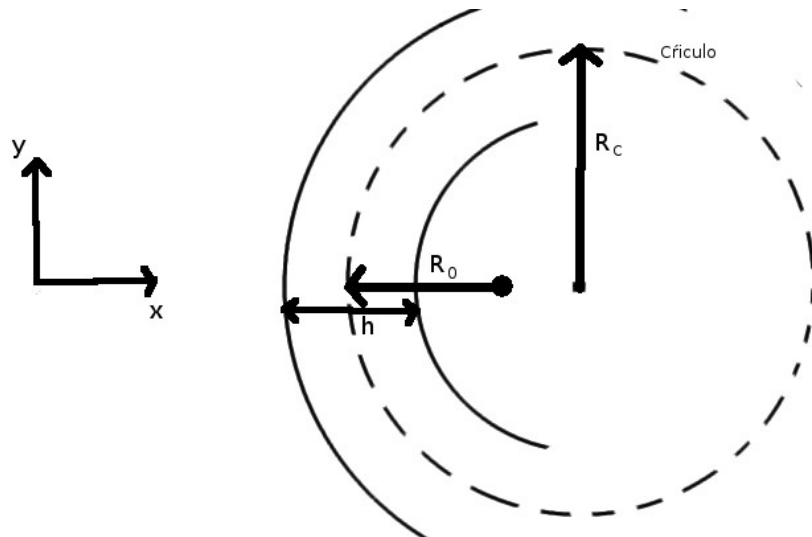


Figura 4.2: Geometría de la cáscara chocada. En el que se supone simetría cilíndrica, en el plano del cielo (xy) la línea de visión va en dirección al eje de las z .

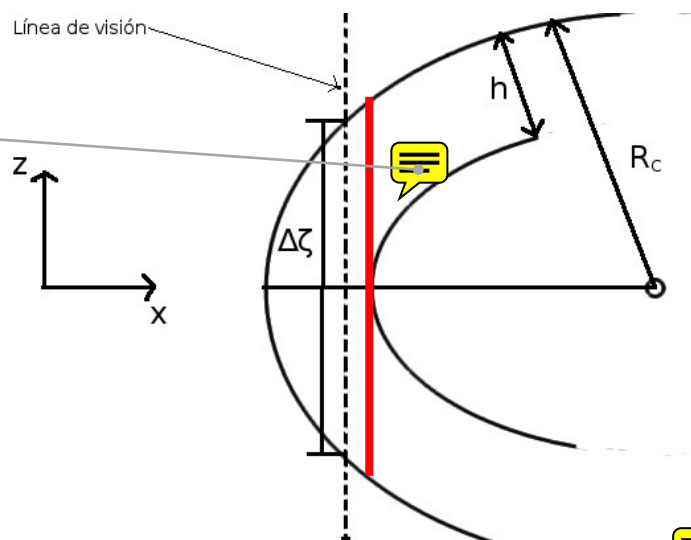


Figura 4.3: Geometría de la cáscara en el plano xz , que es igual al plano xy .

4.1.2 Presión Térmica

Como se dijo arriba, en la cáscara chocada la presión dominante es la presión térmica, debido a que esta zona está constituida por gas ionizado, entonces en este sentido tendremos que,

$$P_{\text{Térmica}} = 2nkT \quad (4.10)$$

Donde n dada por la Ec. 4.8 es la densidad total de núcleos de hidrógeno¹ k la constante de Boltzmann y T la temperatura en la cáscara chocada, para la cuál se considera un valor para la temperatura de $T \simeq 10^4$ K. Si se incluye la contribución de helio entonces la densidad total de partículas es,

$$p = n + n_e + n_{\text{He}} + n_z$$

donde n_e es la densidad numérica de electrones, n_{He} es la densidad numérica de átomos de helio y n_z es la densidad de los elementos más pesados, esta última se puede despreciar debido a que su abundancia es pequeña. Es de notar que la abundancia por número de helio es y_{He} de tal manera que, $n_{\text{He}} = y_{\text{He}}n$ con $y_{\text{He}} \simeq 0.08$. Ahora podemos escribir la densidad electrónica como;

$$n_e = nx_{\text{H}^+} + y_{\text{He}}nx_{\text{He}^+} + 2y_{\text{He}}nx_{\text{He}^{++}} + \sum_k \sum_j n_j y_j x_{jk}$$

Aquí x_{H^+} y x_{He^+} representan el grado de ionización del hidrógeno y el helio respectivamente, donde $x_{\text{H}^+} = 1$ y $x_{\text{He}^{++}} \simeq 0$ para Orión, el último término de la expresión anterior es despreciable debido a que corresponde a los metales, de este modo nos queda

$$n_e \simeq n(1 + y_{\text{He}}x_{\text{He}^+})$$

Los choques LL se encuentran lejos del Trapecio donde $x_{\text{He}^+} \simeq 0$ entonces,

$$P = \begin{cases} 2.08nkT & \text{si } x_{\text{He}^+} \simeq 0 \\ 2.16nkT & \text{si } x_{\text{He}^+} \simeq 1 \end{cases} \quad (4.11)$$

4.1.3 Presión hidrodinámica

En términos generales la tasa de pérdida de masa está dada por

$$\dot{M} = 4\pi\rho v R^2 \quad (4.12)$$

Donde ρ , v y R son la densidad del flujo, la velocidad del flujo y la distancia a la fuente en el mismo orden. Por otro lado la presión del viento estelar es,

$$P = \rho v^2 \quad (4.13)$$

si combinamos las ecuaciones 4.12 y 4.13 obtenemos,

$$P = \frac{\dot{M}v}{4\pi R^2}. \quad (4.14)$$

En general esta (Eq. 4.14) es la presión ram ejercidas por un flujo de partículas en términos de \dot{M} y v . Particularmente para nuestro modelo tendremos dos tipos de presiones hidrodinámicas; una que corresponde a la región externa al choque dada por

$$P_{\text{Hid}}(\text{out}) = \frac{\dot{M}v}{4\pi D^2} \quad (4.15)$$

¹Más adelante veremos como obtener n a partir de $S_{\text{H}\alpha}$.

donde D es la distancia de la fuente a θ^1 Ori C, \dot{M} es la tasa de pérdida de masa de estrella masiva del Trapecio y v es la velocidad del viento estelar externo. Y otra que corresponde a la región interna al choque esto es

$$P_{\text{Hyd}}(\text{in}) = \frac{\dot{M}_w V_w}{4\pi R_0(\text{in})^2}. \quad (4.16)$$

Las variables de ecuación anterior se refieren a la tasa de pérdida de masa y la velocidad del viento interno, además de esto $R_0(\text{in})$ representa la distancia de la estrella o proplyd al choque interno.

4.1.4 Flujo de momento $\dot{M}_w V_w$ del viento interno

Deacuerdo a la suposición 1, existe un equilibrio de presiones de tal manera que podemos establecer que;

$$P_{\text{Hyd}}(\text{out}) = P_{\text{Termica}} = P_{\text{Hyd}}(\text{in}). \quad (4.17)$$

Ahora si sustituimos la Ec. 4.14 en la anterior ecuación obtenemos que,

$$\dot{M}_w V_w = 4\pi R_0(\text{in})^2 P_{\text{Termica}}. \quad (4.18)$$

Donde P_{Termica} está dada por la ec 4.10

1-1

27/10/2014 13:33, William Henney

La progresión lógica no está claro en este capítulo.

Según yo, el orden debe ser:

1. Determinación de la densidad en la cáscara. Esta es la cantidad que más se relaciona con los parámetros observados. También valdría la pena mencionar otras técnicas para estimar la densidad y que en el caso de LL1 están en acuerdo. Además se necesita una discusión de la relación entre las distancias y los radios proyectados y reales.

2. Determinación de la presión en la cáscara. Aparte de la densidad este requiere la temperatura y también la suposición de que los campos magnéticos no sean importantes. Entonces tenemos que justificar porque la temperatura debe ser $1e4$ K, hablar de las longitudes de enfriamiento detrás de los choques.

1-2

27/10/2014 13:33, William Henney

3. Luego hablar de la interacción de dos vientos

La razón por hacerlo así es que cada paso tiene una dependencia lógica sobre los anteriores. Por ejemplo 2 depende de 1 y 3 depende de 2. Pero no al revés.

1-3

27/10/2014 13:33, William Henney

caracterizada

1-4

27/10/2014 13:33, William Henney

Aquí el R_c es el radio de curvatura de la cáscara en su eje de simetría. No es *necesariamente* igual al R_c empírico que se mide de las observaciones. Se necesita una breve discusión de la diferencia entre los dos.

2-1

27/10/2014 13:33, William Henney

Itálico

2-2

27/10/2014 13:33, William Henney

Hay que ser consistente en si la α , β , γ sean subíndice o no. En la literatura astrofísica es más común que sean.

3-1

27/10/2014 13:33, William Henney

Hay que explicar qué quiere decir el coeficiente de recombinación efectiva y, en pocas palabras, como se calcula.

3-2

27/10/2014 13:33, William Henney

Hay un pequeño problema con usar n para densidad y número cuántico. Una posibilidad sería usar N mayúsculo para la densidad.

3-3

27/10/2014 13:33, William Henney

Se puede poner la expresión exacta. Creo que la usamos

3-4

27/10/2014 13:33, William Henney

También hay que decir que es una densidad promedio en la cáscara.

- 4-1 27/10/2014 13:33, William Henney
Es el R_c que suponemos ser igual.
- 4-2 27/10/2014 13:33, William Henney
Aquí tu Delta zeta no es precisamente en la posición correcta. Es el camino más largo por la cáscara, lo cual está en el borde interior.
- 5-1 27/10/2014 13:33, William Henney
Creo que seria mejor usar subíndice H siempre para indicar que es la densidad de núcleos de hidrógeno. También en la sección anterior.
- 5-2 27/10/2014 13:33, William Henney
Mientras los arcos de los proplyds interiores tienen $x_{\text{He}^+} \sim 1$
- 5-3 27/10/2014 13:33, William Henney
No. Aquí la n es la densidad total de partículas.