



Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de
México



Señales y Sistemas

Semestre: 2023-1

Prof. Oscar Pilloni.

Proyecto 2

Simulación de modelos físicos

Integrantes:

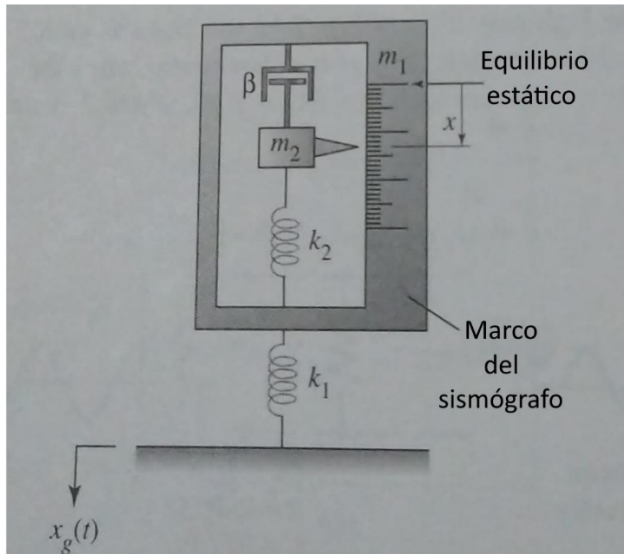
Cruz Calderón Jorge Luis

Pacheco Saavedra Angel Gael

Grupo 3.

Fecha de entrega: 13 de enero de 2023.

Investigación preliminar sobre el sistema a modelar (consideraciones, tipo de sistema, identificación de componentes básicos, etc)



Variables físicas	x y
Almacenadores de flujo	m_1 m_2 $a = \frac{1}{m} \frac{d}{dt} p$
Almacenadores de esfuerzo	k_1, k_2 $F = Kx$
Fuentes	$x_g(t)$
Disipadores	$\beta = \text{Amortiguador 1}$ $v = \frac{1}{B} F$

Los elementos dentro de la naturaleza interactúan entre sí de diferentes maneras, a esa forma de interactuar se le conoce como interconexión, dependiendo de esa interconexión el sistema tiene diferente comportamiento. Existen dos formas básicas de interconexión, y de esas interconexiones se encuentran las restricciones físicas del sistema, estas restricciones son las reglas que permiten analizar cada sistema.

Restricciones de compatibilidad: Las restricciones de compatibilidad están asociadas a una interconexión en serie y es aplicable a las variables de esfuerzo dentro del sistema

$$e = e_1 + e_2 + \cdots + e_n$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = \cdots = f_n$$

Restricciones de continuidad: Las restricciones de continuidad están relacionadas con la forma de interconectar en paralelo y es aplicable a las variables de flujo dentro del sistema las ecuaciones que caracterizan estas restricciones son

$$e = e_1 = e_2 = e_3 = \cdots = e_n$$

$$f = f_1 + f_2 + f_2 + \cdots + f_n$$

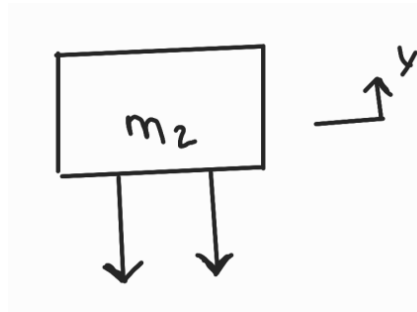
Restricciones física:

Para sistemas mecánicos la ley que representa la restricción es la segunda ley de Newton, dicha ley es la siguiente:

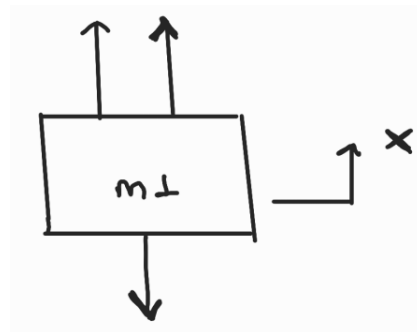
$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i = 0$$

Es decir, la suma de todas las fuerzas dentro del sistema mecánico es igual a cero

Obtención del modelo conceptual (diagrama) del sistema.



$$F_{s2} = k_2 (y - x) \quad F_d = b(\dot{y} - \dot{x})$$



$$F_{s1} = k_1 (x - u)$$

m_2

$$\begin{aligned} \sum F &= -F_{s2} - F_d = m_2 \ddot{y} \\ &= K_2(y - x) - b(\dot{y} - \dot{x}) = m_2 \ddot{y} \\ m_2 \ddot{y} + b\dot{y} + K_2 y &= b\dot{x} + K_2 x \end{aligned}$$

m1

$$\begin{aligned}\sum F &= F_{s2} + F_d - F_{s1} = m_1 \ddot{x} \\ &= K_2(y - x) + b(\dot{y} - \dot{x}) - K_1(x - u) = m_1 \ddot{x} \\ m_1 \ddot{x} + b\dot{x} + (K_1 + K_2)x &= b\dot{y} + K_2y + K_1u\end{aligned}$$

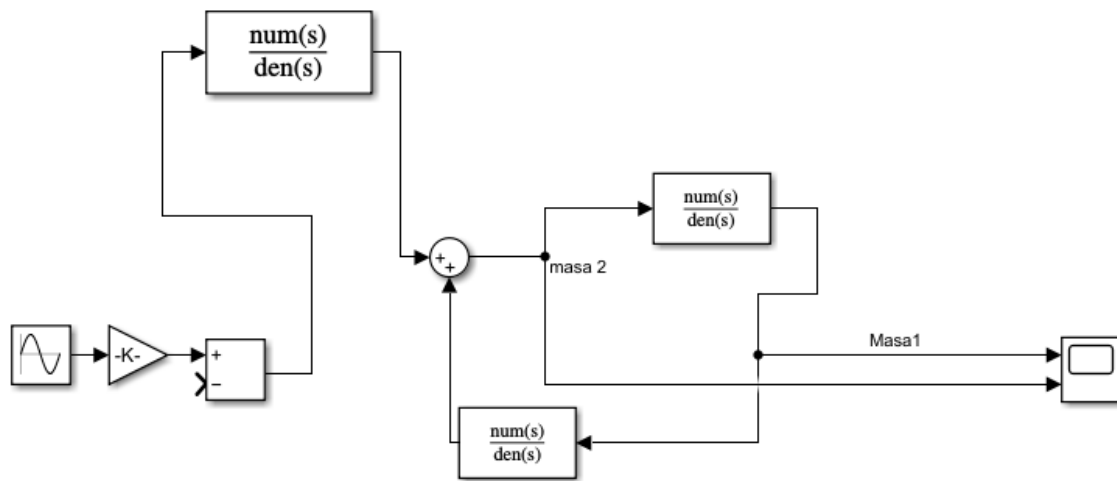
Obtención del modelo matemático explícito del sistema.

$$Y(s) = \frac{bs + K_2}{m_2s^2 + bs + K_2} X(s)$$

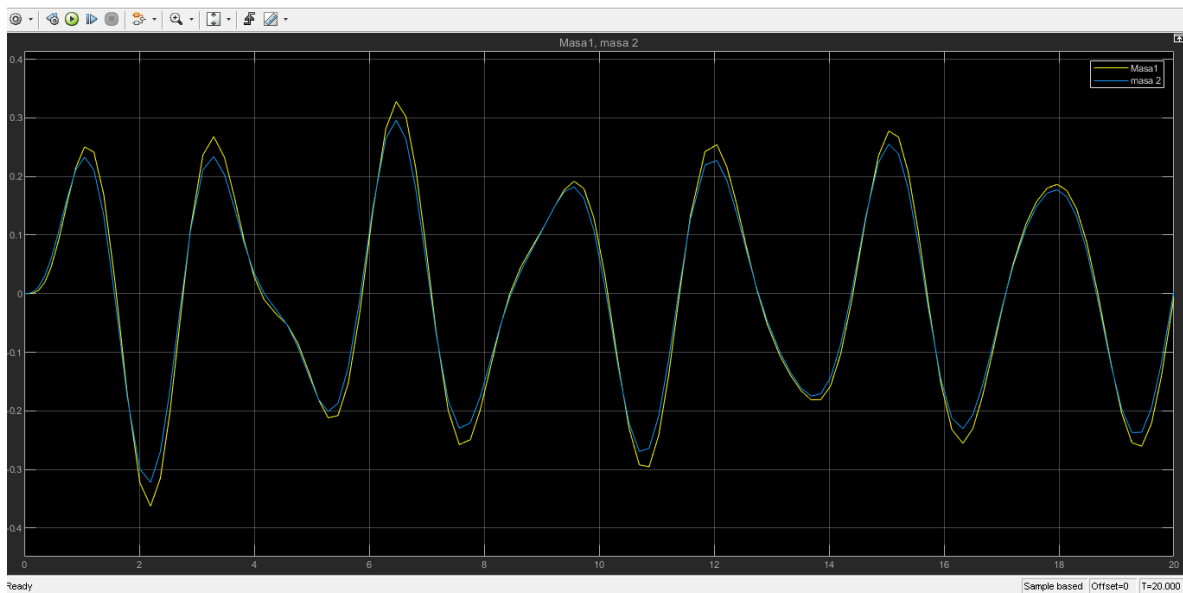
$$X(s) = Y(s) \left[\frac{bs + K_2}{m_1s^2 + bs + (K_1 + K_2)} \right] + u \left[\frac{K_1}{m_1s^2 + bs + (K_1 + K_2)} \right]$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{m_1} [-b(\dot{x} - \dot{y}) - K_2(x - y) + K_1(u - x)]$$

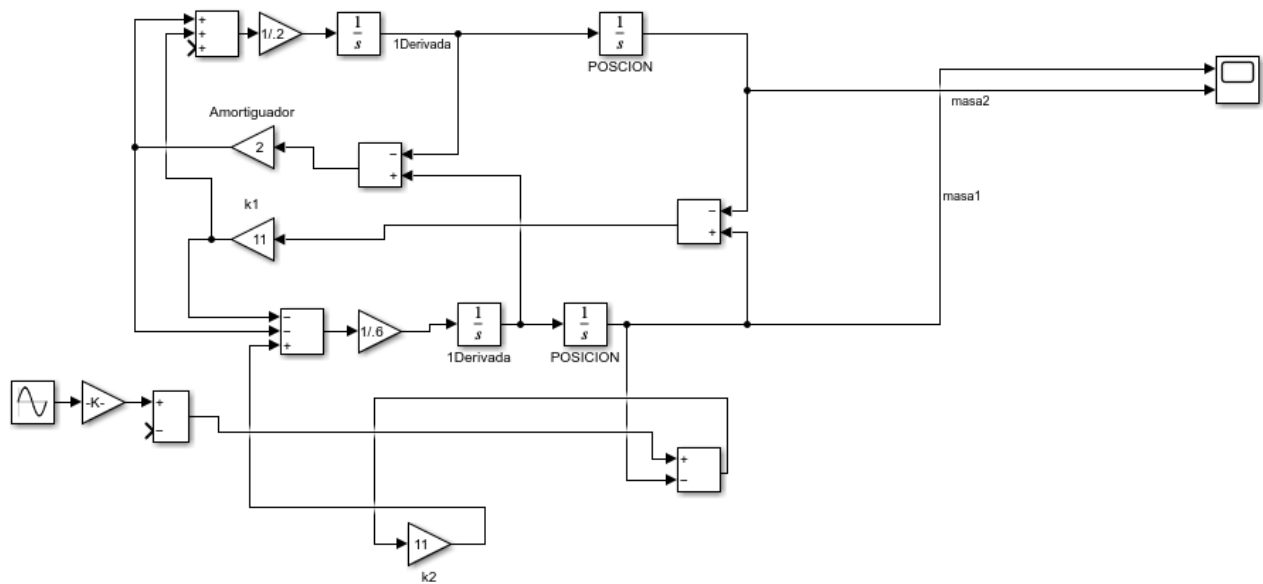
$$\ddot{y} = \frac{1}{m_2} [b(\dot{x} - \dot{y}) - K_2(x - y)]$$



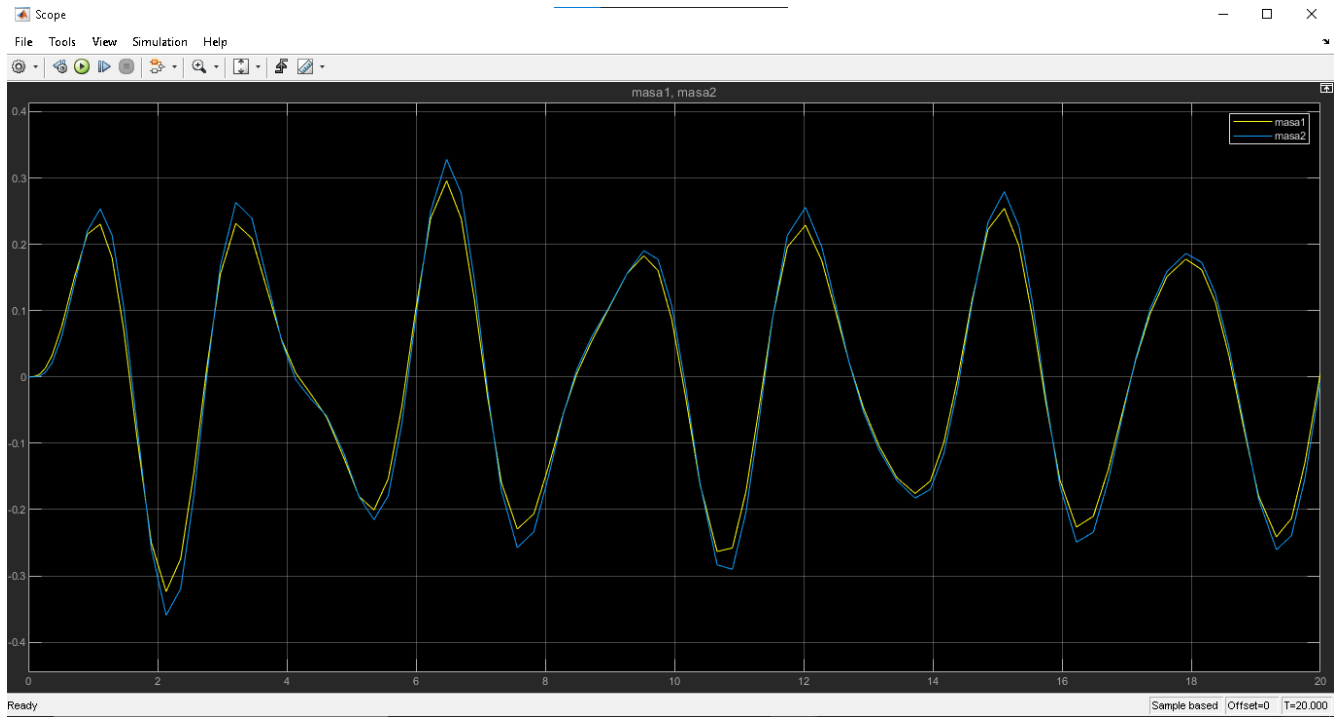
Tenemos la programación en bloques para obtener la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia usando la transformada de Laplace. Debido a que la respuesta será la entrada de otra función de transferencia es un sistema de lazo cerrado.



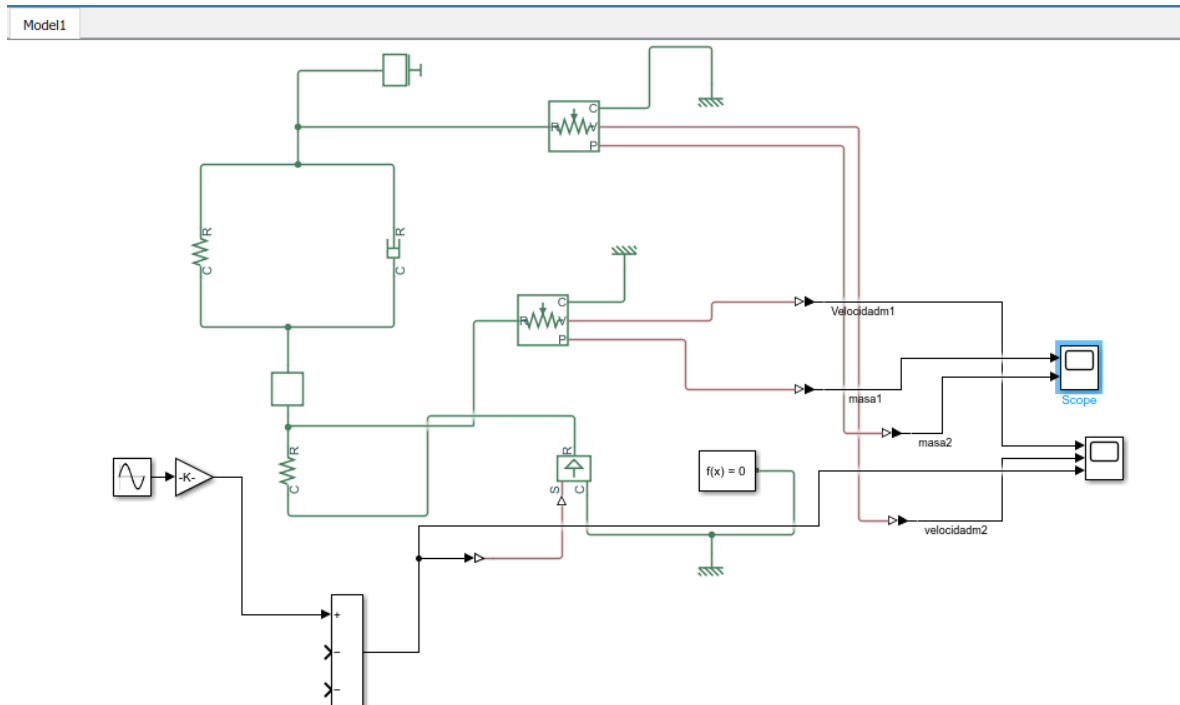
Vemos que la respuesta sigue la forma sinusoidal de la entrada. Lo que indica que el sistema es proporcional a la entrada



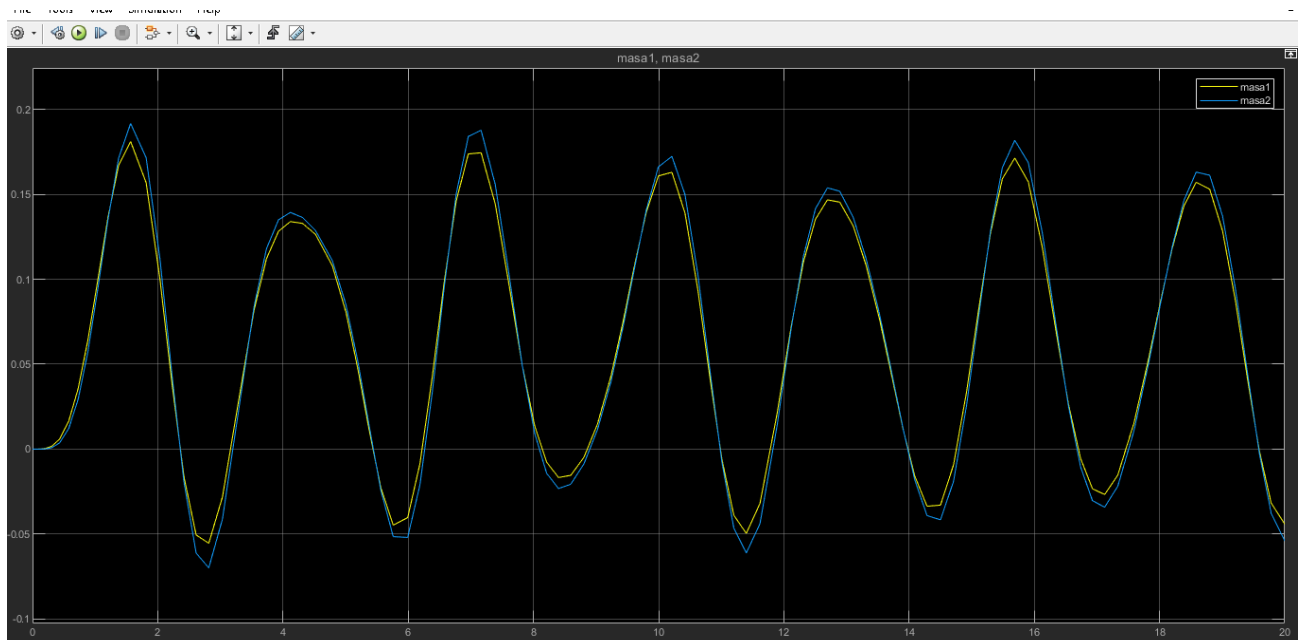
Al tener normalizadas ambas ecuaciones diferenciales que describen al sistema, integramos dos veces para obtener la primera deriva y la posición de las masas. Luego hacemos los tratamientos necesario, sumas y ganancias para construir la segunda derivada.



Debido a que el amortiguador está disipando en mayor medida el movimiento del marco, la masa 2 su posición es un poco a mayor a la del marco. Además recordando que la masa 2 está por encima de la masa 1 por lo tanto su posición tiene más altura.



Para comprobar nuestros datos obtenidos, en vez de aplicar la antitransformada de laplace usamos las herramientas de simscape. Con la gráfica siguiente observamos que tiene el mismo comportamiento para ambas masas. Hay pequeñas diferencias con respecto a nuestro modelo porque simscape tiene un modo distintivo de manejar los datos.



Conclusiones.

Cruz Calderón Jorge Luis:

En esta proyecto pude conocer los fundamentos del modelado físico, para poder obtener las leyes constitutivas, además entendí de mejor manera como se pueden identificar las variables físicas, los almacenadores de flujo y de esfuerzo, disipadores y fuentes de poder, en este proyecto también puede comprender la manera en la que se obtiene el modelo matemático de un sistema para poder ver su funcionamiento, se cumplieron de manera exitosa los objetivos principales de la proyecto

Pacheco Saavedra Angel Gael:

Para realizar cualquier modelado de un sistema físico mecánico el primer paso sería ver que es lo que nos interesa medir y ver qué es lo que afecta a la variable de interés. Descartar los componentes que no afecta a nuestra variables y que además al descartarlos el sistema siga funcionando.

Luego identificar los componentes del sistema, almacenadores (flujo y de esfuerzo) además de los disipadores, Luego fijar la referencia de nuestra dirección hacia donde es positivo o negativo el movimiento para un sistema mecánico. Para después relacionar las fuerzas con una restricción física.

Obtener la ecuación diferencial o las ecuaciones diferenciales que describen al sistema. Para aplicar la transformada de laplace y hace tener la función de transferencia la cual nos dirá que tipo de comportamiento podemos esperar en la respuesta en el dominio del tiempo.

Fuentes de consulta

- Oppenheim, A. V., Buck, J., Daniel, M., Willsky, A. S., Nawab, S. H., & Singer, A. (1997). *Signals & systems*. Pearson Educación.
- Guglielmino, E., Sireteanu, T., Stammers, C. W., Ghita, G., & Giuclea, M. (2008). *Semi-Active Suspension Control: Improved Vehicle Ride and Road Friendliness* (2008 ed.). Springer.
- Kuo, W. H., et al. "Semi-active control of vehicle suspension system using electrorheological dampers." *Automotive Electronics*, 2007 3rd Institution of Engineering and Technology Conference on. IET, 2007.