Informe de Trabajo

Emergencia en Níger

Grupo 8

Jose López Gea

Jorge Villarán Moradillo

Ángel Amando Gil Álamo

Jose Luis López Galindo

Índice

1. Introducción al Problema 3

a. Descripción del Problema 3

b. Modelización del Problema... 3

2. Matriz de Pagos... 5

3. Frontera de Pareto 6

4. Programación por metas... 9

1. Introducción al Problema

a. Descripción del Problema

Ante una situación de desastre en la región de Niger, donde hay una situación de crisis alimentaria aumentando el riesgo de desnutrición y la vulnerabilidad ante numerosas enfermedades contagiosas. A esto se le añade una plaga de langostas que devastó los campos y unas precipitaciones insuficientes.

Ante esta crisis, dos ONG, FARMAMUNDI y CADEV, decidieron enviar una respuesta en dos fases:

- Fase 1: Apoyo alimentario a las poblaciones afectadas.
- Fase 2: Apoyo sanitario ante el aumento de las enfermedades en dichas poblaciones.

Planteamos un modelo que permite a los camiones salir de la ciudad y volver al origen por la misma carretera.

b. Modelización del Problema

Para construir el modelo matemático asociado al problema, hemos utilizado los siguientes elementos:

- Conjuntos:
  - **Poblaciones objetivo (i):** In-Gall, Aderbissinat, Tessaoua, Dakoro, Tatokou, Bakatchiraba, Mayahi, Koundoumaoua, y Sabon Kafi.
  - **Centros logísticos (j):** Maradi, Tanout, Agadez y Zinder.
- Parámetros:
  - **$Dist_{i,j}$:** distancia (en km) de la población objetivo *i* al centro de reparto *j*
  - **Dem_i:** toneladas de ayuda demandada por cada centro afectado *i*
  - **C_j:** coste de gestión por tonelada de ayuda en cada centro de reparto *j*
- Escalares
  - **Cfix:** coste fijo de habilitar y poner en marcha un centro de reparto
  - **Ayuda:** toneladas totales de ayuda disponibles para repartir
  - **Ppto:** presupuesto disponible para llevar a cabo la operación
  - **Cemax:** número máximo de centros de reparto que se pueden establecer
  - **Dmax:** distancia máxima a la que se puede llevar ayuda
  - **Demmin**: proporción mínima satisfecha de la demanda global
- Variables
  - **$X_{i,j}$ (positiva):** toneladas de ayuda enviadas a *i* desde *j*
  - **$Construir_j$ (binaria):** vale 1 si se construye el centro *j* y 0 en caso contrario
  - **$Disy_{i,j}$ (binaria):** vale 1 si *i* dista más de 200km de *j* y 0 en caso contrario
  - **F_{Dem}, F_{Cost}, F_{Dist}, F_{Equi}:** variables objetivo para cada modelo
  - **$t_{i,i'}$:** máxima diferencia en las proporciones de demanda no satisfecha entre poblaciones (la usaremos solo en el último modelo)

Una vez determinado cada elemento, hemos realizado el siguiente modelo:

- **Modelo con el objetivo de *minimizar la demanda no satisfecha.***

$$minimizar \quad F_{dem} = \sum_i Dem_i - \sum_{i,j} x_{i,j}$$

$$sujeto\ a \quad \sum_{i,j} x_{i,j} c_j + \sum_j Cfix * Construir_j \leq Ppto$$

$$\sum_{i,j} x_{i,j} \leq Ayuda$$

$$
\begin{array}{lll}
\sum_j Construir_j & \leq Cemax & \\
x_{i,j} & \leq Construir_j * Dem_i & \forall\, i,j \\
\sum_j x_{i,j} & \leq Dem_i & \forall\, i \\
Dist_{i,j} - Dmax & \leq Dist_{i,j} * Disy_{i,j} & \forall\, i,j \\
x_{i,j} & \leq Dem_i * \left(1 - disy_{i,j}\right) & \forall\, i,j \\
\sum_i Dem_i * Demmin & \leq \sum_{i,j} x_{i,j} &
\end{array}
$$

$$x_{i,j} \geq 0; \quad Construir \in \{0,1,2,3\}; \quad Disy \in \{0,1\}$$

* En los tres modelos siguientes tomaremos todas las restricciones tomadas en el que acabamos de ver, cambiando la función objetivo y añadiendo, si procede, algunas restricciones más.

- **Modelo con el objetivo de *minimizar el coste total de la operación.***

$$minimizar \quad F_{Cost} = \sum_{i,j} x_{i,j} * c_j + \sum_j construir_j * cfix$$

- **Modelo con el objetivo de *minimizar la distancia cubierta por la carga.***

$$minimizar \quad F_{Dist} = \sum_{i,j} dist_{i,j} * x_{i,j}$$

- **Modelo con el objetivo de *realizar reparto equitativo entre poblaciones.***

$$minimizar \quad F_{Equi} = t_{i,i'}$$

$$sujeto\ a \qquad \frac{dem_i - \sum_j x_{i,j}}{dem_i} - \frac{dem_{i'} - \sum_j x_{i',j}}{dem_{i'}} \leq t_{i,i'} \qquad \forall\, i,i'$$

$$t_{i,i'} \geq 0 \ \text{ (realmente así definida } t_{i,i'} \in [0,1]\text{)}$$

La estrategia que hemos decidido emplear en el último modelo es la de minimizar la máxima diferencia en las proporciones de demanda no satisfecha entre poblaciones.

El conjunto *i'* es idéntico a *i*. Cambiamos el subíndice para poder diferenciar un mismo conjunto entre coordenadas (lo que en GAMS vendría a ser un 'alias').

Podemos obviar las restricciones donde i=i', ya que la diferencia en ese caso será 0.

Por último, no podemos obviar aquellas donde i > i' (sí podríamos si estuviéramos trabajando con valores absolutos) ya que, aunque estemos calculando la diferencia 'dos veces' en el sentido de que $t_{i,i'} = -t_{i',i}$, no podemos diferenciar a priori cuáles serán las positivas (que son las que nos interesan para minimizar el máximo).

2. Matriz de Pagos

Para la creación de la matriz de pagos, generamos 4 parámetros cuyo valor es lo que vale cada función objetivo cuando se priorizan una de ellas. Para esto vemos que la matriz es:

	Valor de función objetivo 1	Valor de función objetivo 2	Valor de función objetivo 3	Valor de función objetivo 4
Minimizar Demanda no satisfecha	119	38880	115218.333	0.427
Minimizar Coste total de la operación	387.6	20690	80577.6	1
Minimizar Distancia recorrida por la carga	387.6	40000	57313.033	1
Realizar un reparto equitativo	199.457	30954	69504.633	0

Al ser este un problema de logística humanitaria nos interesaría satisfacer la mayor cantidad de demanda posible y que fuera de la manera más equitativa posible. Por tanto, los objetivos que más no interesan son la minimización de la demanda no satisfecha y un reparto proporcional.

En este caso particular lo más interesante seria la minimización de la demanda no satisfecha debido a que no sacrificamos demasiada equitatividad para obtener el valor óptimo de dicha demanda. En esta tabla, los valores de equitatividad iguales a 1 quiere decir que hay algún pueblo que no recibe ayuda, los valores entre 0-1 quieren decir que todos reciben ayuda en mayor o menor porcentaje y 0 que todos reciben exactamente la misma ayuda proporcional.

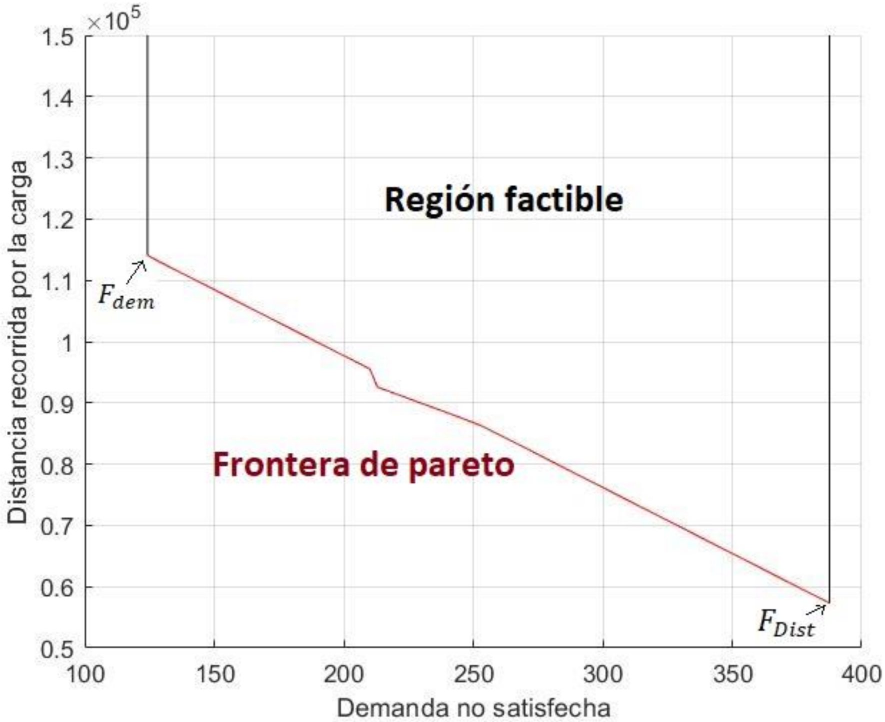
3. Frontera de Pareto

Jose Luis López Galindo

Ángel Amando Gil Álamo

Usando el método de las Ɛ-restricciones se obtienen las siguientes graficas cuando se comparan los valores eficientes de cada una de las funciones objetivo.

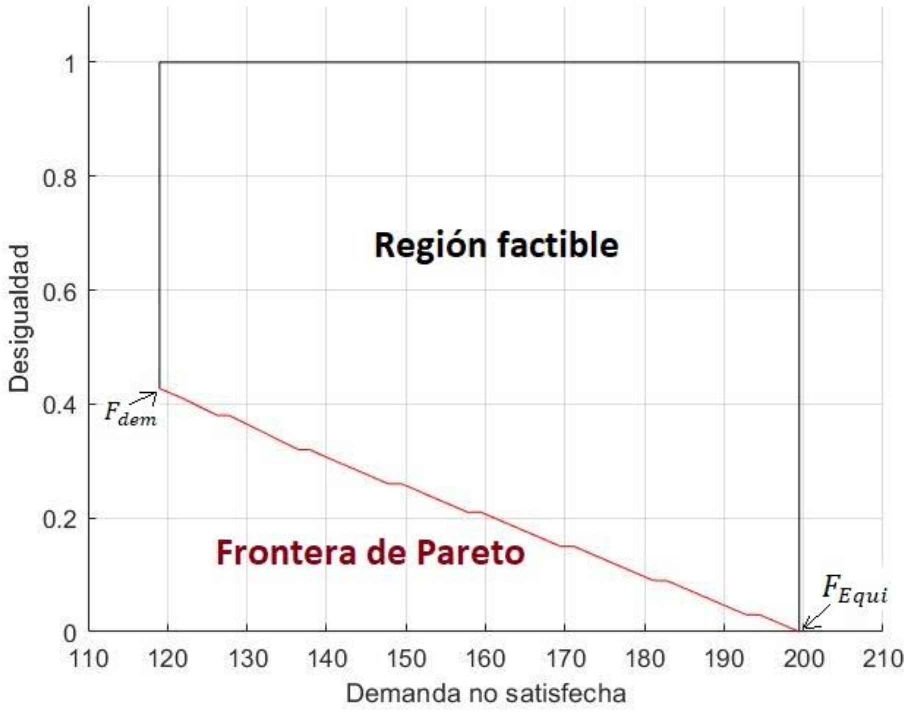
- Demanda-Distancia



Estas representaciones pueden llevar a confusión, ya que, en lugar de mejorar la solución al avanzar en sentido positivo de cada eje, en este caso lo que queremos es justo lo contrario: **cuanto menor sea el valor para cada eje, mejor solución tendremos**, siendo no eficientes todas las soluciones por encima de la frontera de Pareto.

En este caso, la región factible de alguna manera estaría "no acotada" para la distancia cubierta por la carga, aunque en la práctica esto claramente no es cierto.

- Demanda-Equidad

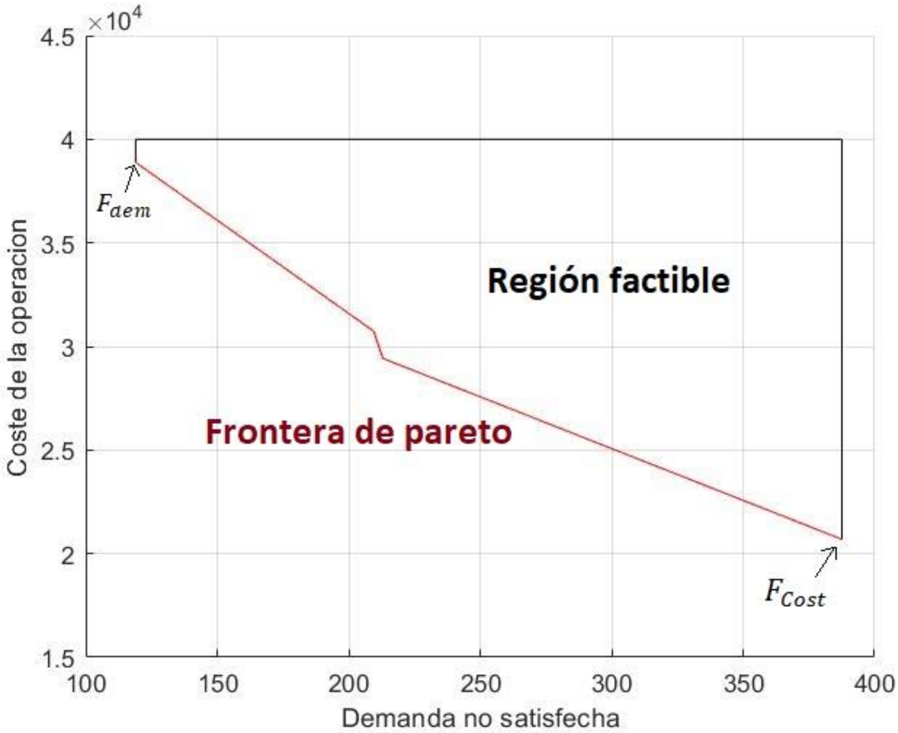


En este caso, cuanto más alto sea el valor del eje x peor solución tendremos, correspondiendo el 0 a una igualdad total en la proporción de ayuda que llega a cada población y el 1 a que en al menos una población suplimos la demanda mientras que a al menos otra no llega ayuda.

El hecho de que sea 'al menos una' puede ser contraproducente, ya que nos podría salir un 1 siendo tan solo una población a la que no llega ayuda y cubriendo todas las demás completamente (lo que no es posible en este caso) o, por otro lado, llegando ayuda solo a una población (supliendo la demanda de esa población) y dejando a las demás desabastecidas.

Se mantiene el orden inverso para la demanda, un valor menor en el eje y sería una mejor solución.

- Demanda-Coste



En este caso, de nuevo buscamos minimizar el valor para ambas coordenadas.

4. Programación por metas

Jose López Gea

Jorge Villarán Moradillo

Para cada objetivo se fijan unos niveles de aspiración que se desean alcanzar fm_w.

Parámetros:

- Metas para la función a optimizar, denotada por fm_w

Variables:

- N_w: Defecto de solución obtenida respecto a la solución deseada
- P_w: Exceso de solución obtenida respecto a solución deseada

En esta tabla pondremos tres casos que representan los niveles de aspiración:

	Demanda no satisfecha	Coste	Distancia cubierta por la carga	Equitatividad
Caso 1	119	40000	115218.333	0.1
Caso 2	119	40000	115218.333	0.25
Caso 3	119	40000	115218.333	0.4

Como se puede apreciar, no hemos variado ni el coste ni la distancia cubierta, poniéndolos en el máximo valor eficiente posible, la razón de esto es que, al ser logística humanitaria, hemos llegado a la conclusión de que lo mas importante es optimizar en la medida de lo posible la demanda no satisfecha y la equitatividad, para llevar la maxima cantidad de recursos a las personas.

La siguiente tabla representa los valores obtenidos por optimización por metas:

	Demanda no satisfecha	Coste	Distancia cubierta por la carga	Equitatividad
Caso 1	179.940	40000	107101.052	0.1
Caso 2	150.665	40000	111498.510	0.25
Caso 3	123.640	40000	115218.333	0.4

Como se puede observar, el caso 3 es el mejor distribuido puesto que solo tenemos un exceso de demanda no satisfecha de 4.640 pero alcanzamos una equitatividad de 0.4 a costa de, como usamos de supuesto, usar todo el presupuesto y una alta distancia cubierta por la carga.