



20 JANVIER 2025

2ÈME ANNÉE EN SN

---

**CLEMOT Jack - LAGRANGE Angel**  
**Rapport de Projet : Graphe**

---

*Élèves :*  
Angel LAGRANGE  
Jack CLEMOT

*Enseignant*  
R. DHAOU

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Analyse des Résultats</b>	<b>2</b>
2.1	Partie 1 : Modélisation sous forme de graphe . . . . .	2
2.2	Partie 2 : Étude des graphes non valués . . . . .	3
2.2.1	Degré moyen . . . . .	3
2.2.2	Distribution du degré . . . . .	3
2.2.3	Degré de Clustering moyen . . . . .	4
2.2.4	Distribution du degré de clustering . . . . .	4
2.2.5	Nombre de Cliques . . . . .	4
2.2.6	Distribution de la taille des cliques . . . . .	5
2.2.7	Composantes connexes . . . . .	5
2.2.8	Distribution de la taille des composantes connexes . . . . .	6
2.2.9	Longueur des plus courts chemins . . . . .	6
2.2.10	Conclusion de la partie 2 . . . . .	6
2.3	Partie 3 : Graphes valués . . . . .	7
2.3.1	Coût des arêtes . . . . .	7
2.3.2	Évolution des caractéristiques . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>7</b>

## 1 Introduction

L'objectif de ce projet est d'analyser un essaim de nanosatellites en orbite autour de la Lune à travers une modélisation par graphes. Les caractéristiques de l'essaim sont étudiées pour trois densités distinctes (faible, moyenne, forte) et trois portées de communication (20 km, 40 km, 60 km). Cette analyse vise à explorer les propriétés topologiques de l'essaim, tant dans des graphes non valués que valués.

## 2 Analyse des Résultats

### 2.1 Partie 1 : Modélisation sous forme de graphe

Chaque nanosatellite est représenté par un sommet et une arête est tracée entre deux sommets si leur distance est inférieure ou égale à la portée spécifiée. Les graphes obtenus varient selon la densité et la portée.

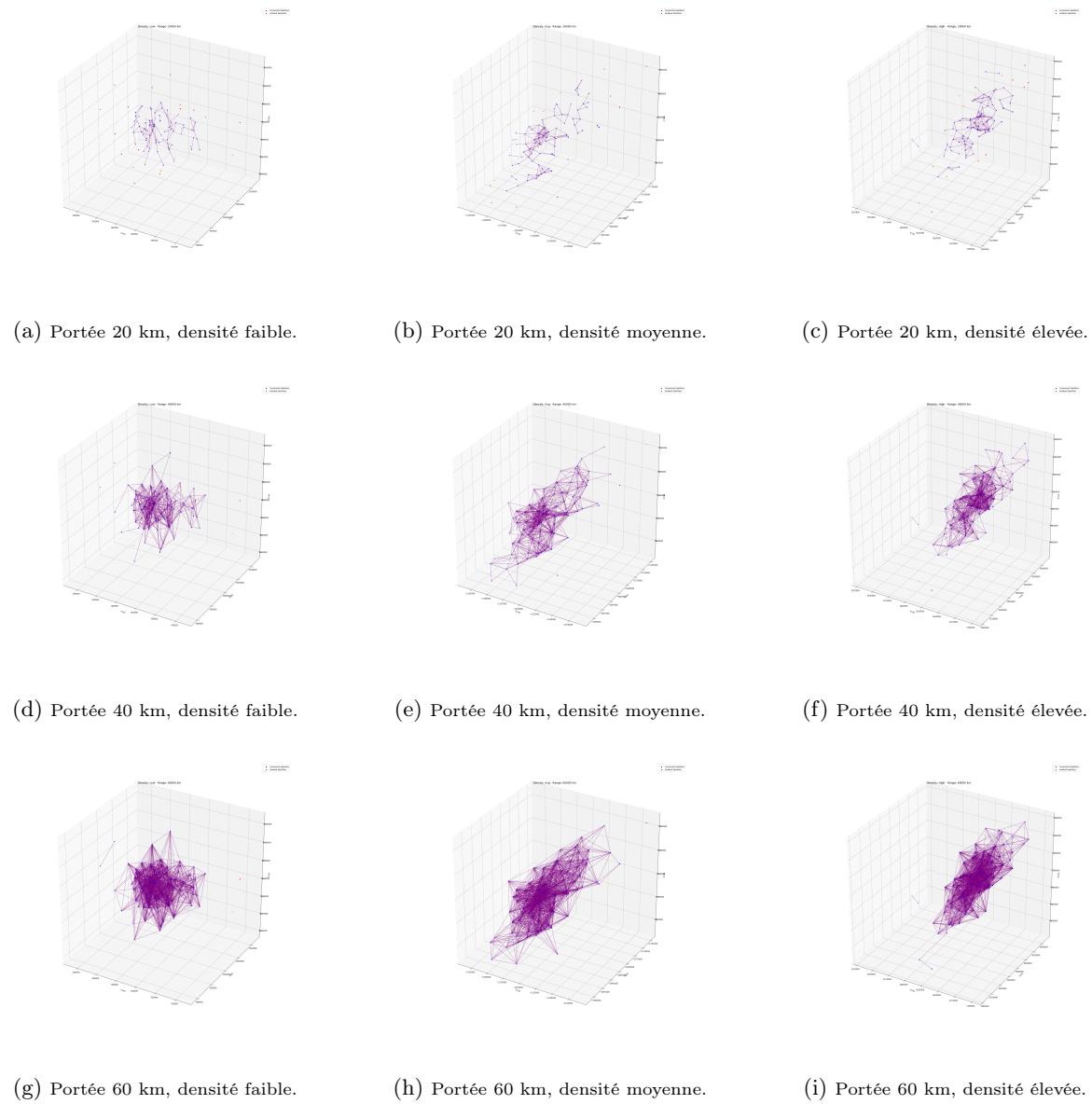


FIGURE 1 – Visualisation 3D du graphe avec des densités et des portées différentes

## 2.2 Partie 2 : Étude des graphes non valués

### 2.2.1 Degré moyen

Le degré moyen représente la connectivité moyenne des satellites au sein de l'essaim. À mesure que la densité et la portée augmentent, le degré moyen augmente également, et on a donc une meilleure interconnexion entre les satellites.

- **Densité faible** : Le réseau est initialement très fragmenté, avec un degré moyen de 1.8 à 20 km, laissant de nombreux satellites isolés. À 40 km, le degré moyen augmente à 11.42, améliorant la connectivité globale, mais des zones isolées subsistent. À 60 km, avec un degré moyen de 29.42, la connectivité devient significative, bien que la faible densité limite l'homogénéité globale.
- **Densité moyenne** : À 20 km, le degré moyen de 3.46 traduit des groupes modérément connectés avec des zones encore isolées. À 40 km, un degré moyen de 16.84 améliore nettement la connectivité et la résilience du réseau. À 60 km, avec un degré moyen de 35.64, le réseau est presque entièrement connecté, favorisant une transmission efficace des données.
- **Densité élevée** : À 20 km, un degré moyen de 3.72 assure une interconnexion déjà notable. À 40 km, avec un degré moyen de 18.68, la connectivité s'étend largement. À 60 km, le degré moyen atteint 37.4, formant un réseau quasi-saturé, garantissant une communication fluide et robuste.

### 2.2.2 Distribution du degré

La distribution du degré mesure la répartition du nombre de voisins (connectivité) pour chaque satellite. Dans les configurations de faible densité, cette distribution montre que la plupart des satellites ont un faible nombre de voisins, tandis qu'avec une densité plus élevée, la distribution devient plus uniforme, indiquant que la plupart des satellites ont une connectivité similaire.

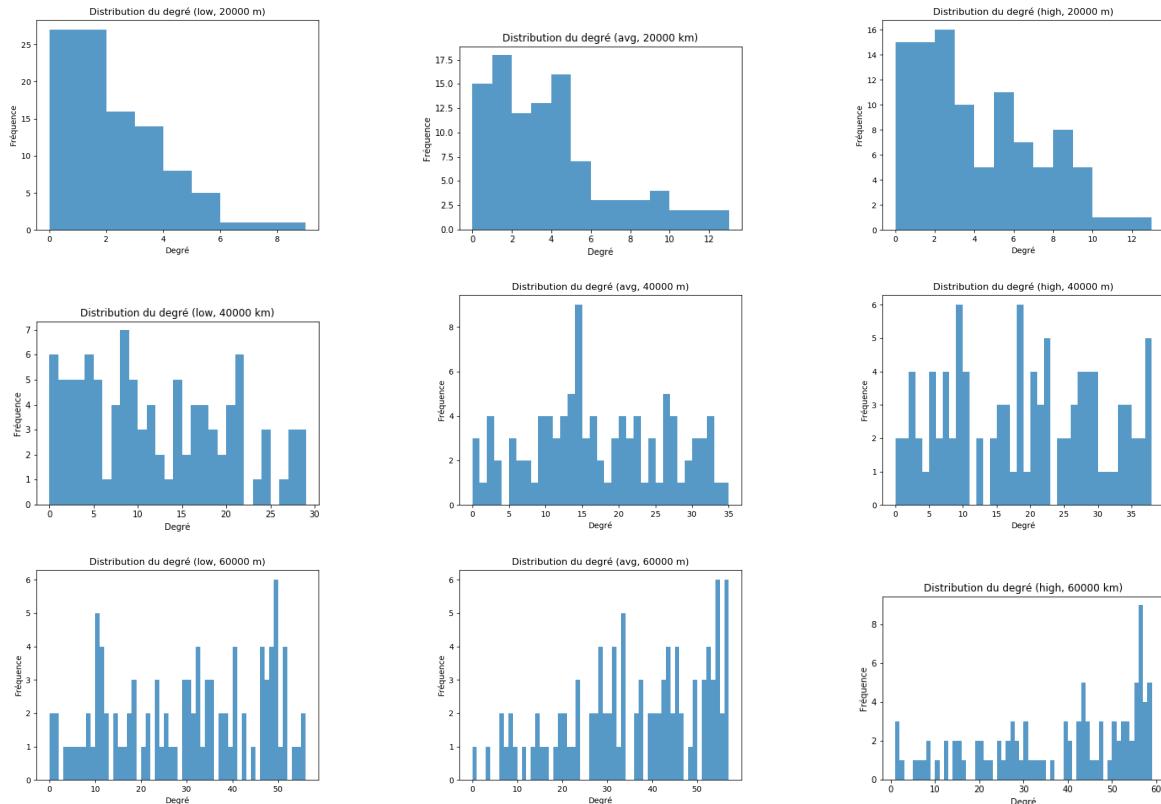


FIGURE 2 – Histogrammes des degrés des sommets dans les graphes

### 2.2.3 Degré de Clustering moyen

Le degré de clustering indique la tendance des satellites à former des groupes ou des communautés. Il mesure la proportion de paires de voisins de ce noeud qui sont connectées par une arête dans le graphe :

- Si le degré de clustering est égal à 1, cela signifie que tous les voisins du noeud sont directement connectés entre eux (ils forment un clique complet).
- Si le degré de clustering est égal à 0, cela signifie qu'aucun des voisins du noeud n'est connecté entre eux, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de triangle.
- Si le degré de clustering faible (proche de 0), cela signifie que les noeuds voisins sont peu connectés, tandis qu'un coefficient élevé suggère une forte cohésion locale dans le réseau.

Dans notre cas :

- **Densité faible** : le clustering est relativement bas, indiquant que les satellites sont dispersés et ne forment pas de groupes fortement connectés.
- **Densité élevée** : le clustering est plus élevé, ce qui suggère que les satellites ont tendance à se regrouper en clusters fortement connectés, améliorant ainsi les chances de transmission d'informations entre voisins.

### 2.2.4 Distribution du degré de clustering

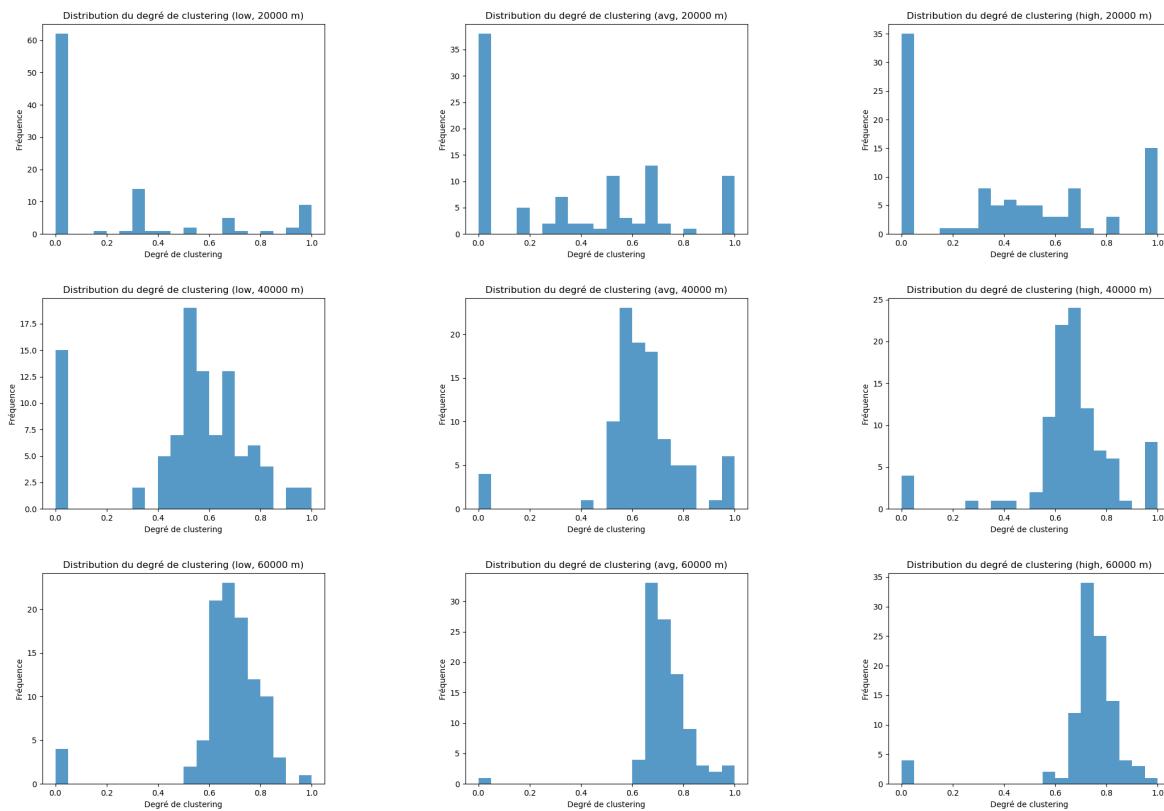


FIGURE 3 – Histogrammes des degrés du clustering dans les graphes

### 2.2.5 Nombre de Cliques

Le nombre de cliques mesure la fréquence à laquelle un groupe de satellites forme un ensemble entièrement connecté. Cela permet d'évaluer la structure du réseau en termes de cohésion locale. Un clique est un sous-ensemble de satellites où chaque satellite est directement connecté à tous les autres. Voici les éléments clés relatifs à notre étude :

- **Densité faible** : Le nombre de cliques est relativement faible, ce qui est cohérent avec un degré de clustering bas. Les satellites restent largement dispersés, et seuls quelques groupes très restreints peuvent former des cliques. Cela reflète une faible cohésion locale et peu d'interactions entre voisins.

- **Densité élevée :** Le nombre de cliques atteint son maximum, avec de nombreux sous-ensembles de satellites formant des cliques bien définies. Le degré de clustering élevé indique une forte cohésion locale, où les satellites sont fortement interconnectés, ce qui favorise une circulation fluide de l'information à l'échelle du réseau.

La distribution des cliques montre également une tendance à augmenter avec la densité du réseau. À faible densité, la taille des cliques est petite, tandis qu'à densité élevée, les cliques tendent à être plus grandes et mieux réparties, ce qui est un reflet direct de l'augmentation du degré de clustering.

### 2.2.6 Distribution de la taille des cliques

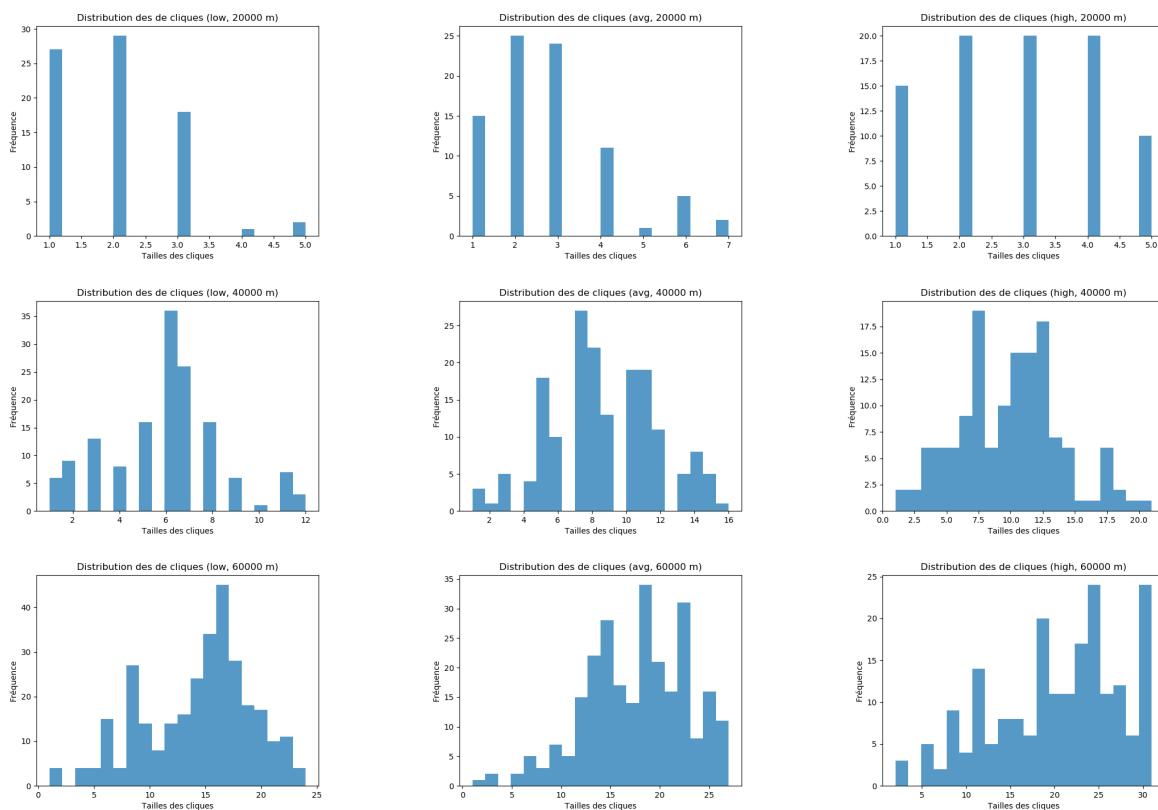


FIGURE 4 – Histogrammes des degrés du clustering dans les graphes

### 2.2.7 Composantes connexes

Les composantes connexes représentent les sous-ensembles de satellites qui sont tous connectés entre eux, mais isolés des autres satellites. Le nombre de composantes connexes est plus élevé dans les configurations à faible densité, ce qui reflète une plus grande fragmentation de l'essaim. En revanche, une densité plus élevée réduit ce nombre, favorisant une communication plus fluide à travers l'ensemble de l'essaim.

- **Densité faible :** On remarque une fragmentation importante du graphe avec de très nombreuses composantes connexes différentes de petites tailles.
- **Densité élevée :** On remarque une réduction drastique du nombre de composantes, avec seulement 2 composantes connexes dans les deux meilleurs cas. Ce qui indique donc une meilleure connectivité dans l'essaim.

## 2.2.8 Distribution de la taille des composantes connexes

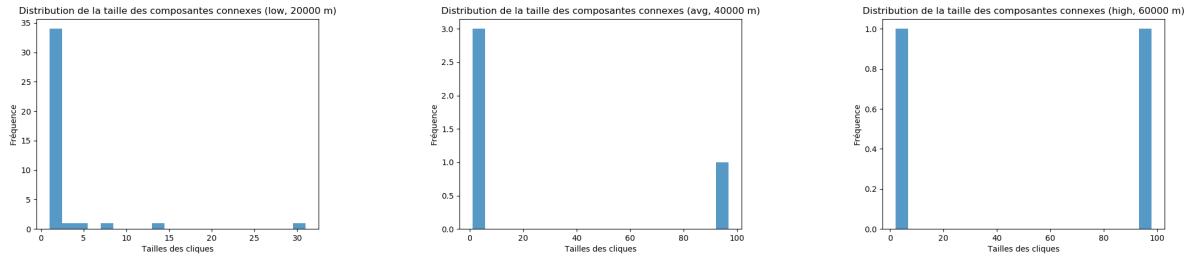


FIGURE 5 – Résumé des histogrammes des degrés du clustering dans les graphes

## 2.2.9 Longueur des plus courts chemins

La longueur des plus courts chemins est un indicateur clé de l'efficacité du routage dans le réseau. Les résultats montrent que, à faible densité, les chemins sont plus longs, ce qui augmente le temps nécessaire pour que les informations voyagent à travers l'essaim. Avec une densité plus élevée, les chemins deviennent plus courts, ce qui réduit les latences de communication.

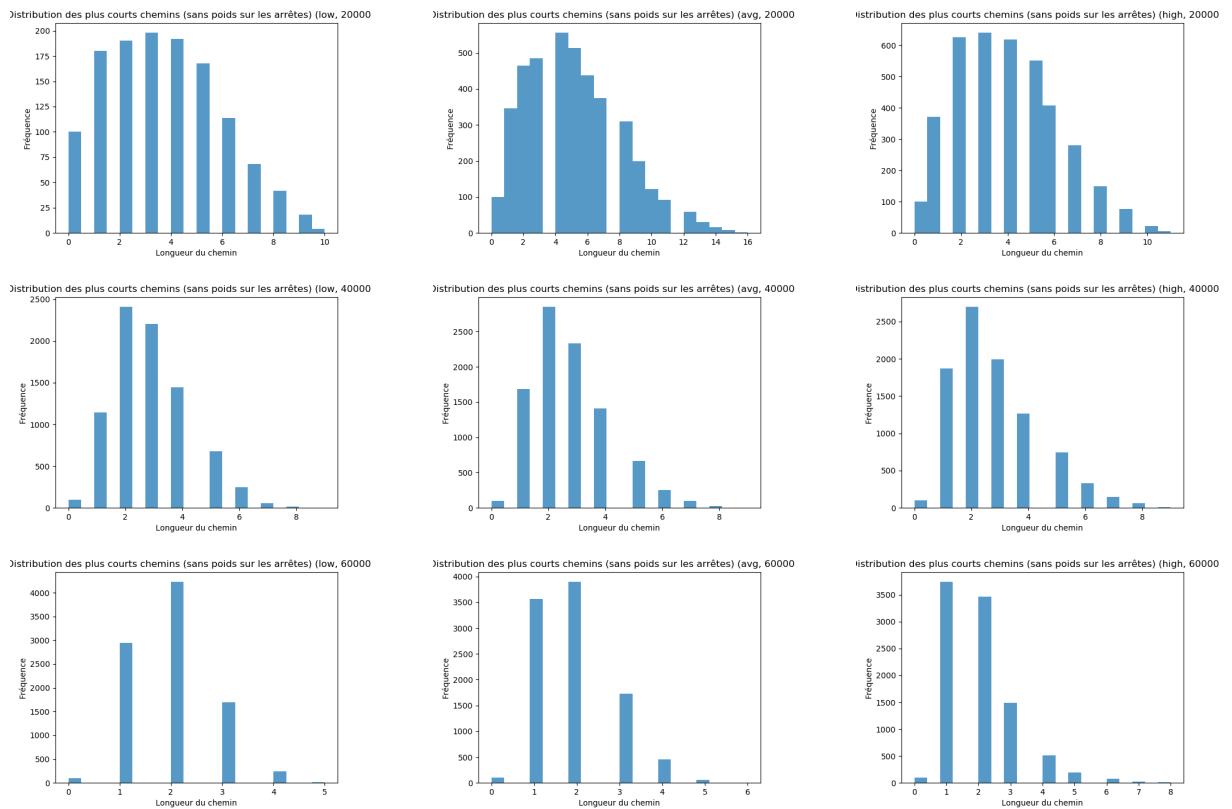


FIGURE 6 – Histogrammes des degrés du clustering dans les graphes

## 2.2.10 Conclusion de la partie 2

On observe donc que sans contraintes de distances, la meilleure disposition reste celle à haute densité avec une portée maximale. Ce qui reste cohérent étant donné que sans contraintes physiques, plus il y a de portée et de satellites plus ces derniers sont connectés entre eux et peuvent permettre une connectivité maximale.

## 2.3 Partie 3 : Graphes valués

### 2.3.1 Coût des arêtes

Le coût des arêtes est défini comme le carré de la distance entre les satellites. Cette approche permet de donner plus de poids aux distances longues, ce qui reflète mieux la réalité de l'espace, où les communications longues sont souvent plus coûteuses en énergie et en temps.

On observe que l'introduction de coûts sur les arêtes affecte considérablement les métriques du graphe, en particulier le degré moyen et la longueur des plus courts chemins. Plus le coût des arêtes est élevé, plus il devient difficile de maintenir une bonne connectivité sur de longues distances.

### 2.3.2 Évolution des caractéristiques

Lors de l'introduction des coûts sur les arêtes, on observe que **la longueur des plus courts chemins** est modifiée, car les chemins impliquant des satellites éloignés sont désormais plus coûteux, ce qui modifie la manière de trouver le chemin le plus court. On n'essaye plus de trouver un chemin avec le moins de sommet possible mais un chemin avec une distance parcourue la plus petite possible.

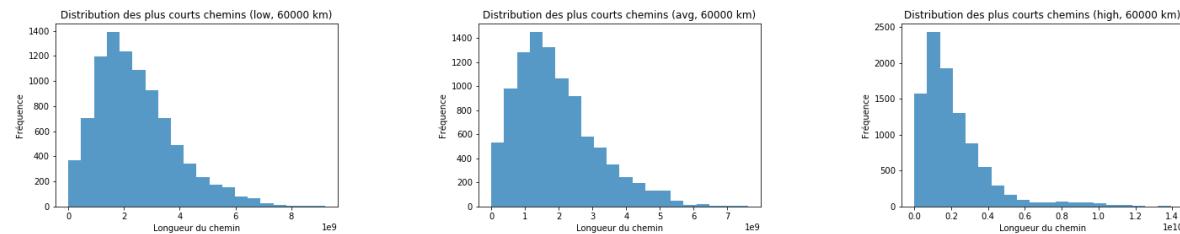


FIGURE 7 – Histogrammes de la longueur des plus courts chemins

## 3 Conclusion

L'analyse des différentes configurations de densité et de portée montre l'impact de ces paramètres sur la connectivité et l'efficacité du réseau de nanosatellites. En particulier, une densité élevée et une portée plus grande améliorent la connectivité, réduisent la longueur des chemins et augmentent le clustering.

Cependant, l'introduction des coûts sur les arêtes entraîne une réduction de la connectivité globale et une augmentation de la longueur des plus courts chemins, on remarque aussi que la longueur moyenne des plus courts chemins est plus petite avec une densité moyenne (de 2km). Ceci peut être expliqué par la disposition des sommets qui peuvent être plus ou moins stratégiques et donc rendre plusieurs chemins plus court.

Les résultats obtenus mettent en évidence l'importance des paramétrés lors de la réalisation d'un système comme celui ci. De plus il met en évidence que bêtement augmenter la portée et la densité ne permet pas forcement d'avoir des meilleures performances mais que certaines stratégies peuvent être mises en place pour palier à certains problèmes de manière moins coûteuses