Laboratorio N° 7

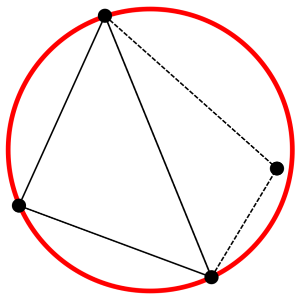
A. MARCO TEÓRICO

La triangulación de Delaunay es una forma efectiva de construir una triangulación a partir de una nube de puntos, es decir, una división de los puntos en simplices (triángulos en 2D, tetraedros en 3D, etc.), de modo que no se superpongan dos simplices y todos los puntos en el set es un vértice de al menos un simplex (un triángulo o un tetraedro). La triangulación de Delaunay es posiblemente la triangulación más importante de un conjunto de puntos. El conjunto de aristas de una triangulación de Delaunay de cualquier punto establecido en el plano contiene el árbol de expansión euclidiano mínimo del conjunto de puntos.

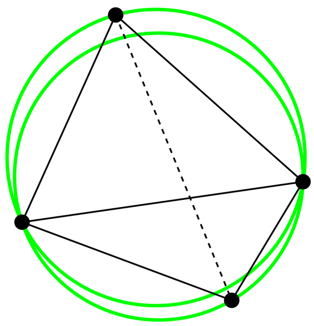
La triangulación de Delaunay de un conjunto de puntos se considera una de las triangulaciones más uniformes del mismo, lo que significa que crea triangulos o tetraedros regulares. Esto hace que la triangulación de Delaunay sea una buena candidata para problemas de mallas (meshing).

En 2D, la condición de Delaunay de un triángulo establece que la circunferencia circunscrita del mismo no debe contener ningún otro vértice de la triangulación en su interior, aunque sí se admiten vértices situados sobre la circunferencia.

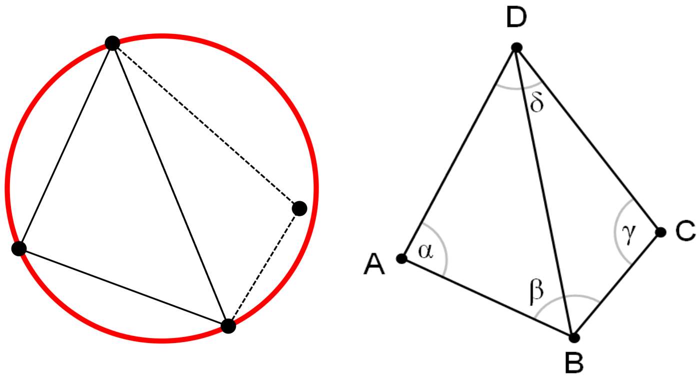
Por ejemplo, la siguiente triangulación no cumple con la condición de Delaunay:



Sin embargo, al hacer un giro de la arista común (edge flipping) produce un nuevo par de triángulos que sí cumple la condición de Delaunay.



Otra forma de verificar la condición de Delaunay es verificar si la suma de los ángulos de los vértices no conectados es mayor a 180 grados. En otras palabras, se desea maximizar el ángulo mínimo en estos dos triángulos. La suma de α y γ es mayor que 180°, verificandose que esta triangulación no cumple la condición de Delaunay..



Triangulación de Delaunay en 3D (Delaunay tetrahedralization)

La triangulación de Delaunay en 3D es una técnica utilizada para construir una malla triangular que interconecta un conjunto de puntos en un espacio tridimensional. Al igual que en la triangulación de Delaunay en 2D, el objetivo en 3D es crear una malla de triángulos que cumpla con el criterio de Delaunay para optimizar la calidad y robustez de la malla.

A continuación, se describen los pasos generales para realizar la triangulación de Delaunay en 3D:

- **Entrada:** El primer paso es tener un conjunto de puntos en el espacio 3D. Estos puntos pueden provenir de mediciones, ser generados aleatoriamente o provenir de algún otro algoritmo o proceso.
- **Cálculo de la esfera circunscrita:** Para cada tetraedro (un triángulo en 3D) formado por cuatro puntos vecinos en el espacio, se calcula la esfera circunscrita que pasa por estos cuatro puntos.
- **Criterio de Delaunay:** El criterio de Delaunay en 3D es similar al de 2D. Dos puntos P y Q pertenecen a la misma región de Voronoi si y solo si ningún otro punto del conjunto se encuentra dentro de la esfera circunscrita del círculo que pasa por P, Q y el punto medio de PQ. En otras palabras, la esfera circunscrita no contiene ningún otro punto del conjunto.
- **Construcción de la malla:** La malla de Delaunay se construye interconectando los puntos de tal manera que se cumplan los criterios de Delaunay. Esto significa que los triángulos en la malla deben ser "lo más delgados posible". No deben ser "delgados" en el sentido de tener ángulos agudos, sino en el sentido de que la circunferencia inscrita en cada triángulo debe ser lo más grande posible.

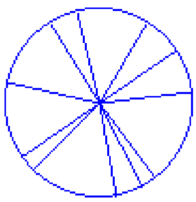
- **Optimización**: Una vez construida la malla inicial, se pueden aplicar algoritmos de optimización para mejorar la calidad y eficiencia de la malla. Esto puede incluir técnicas como "edge flipping" (cambiar las aristas de los triángulos para mejorar el criterio de Delaunay) o refinamiento de la malla.
- **Salida**: El resultado final es una malla de triángulos interconectados que representa el conjunto de puntos de entrada en 3D. Esta malla puede utilizarse para visualización, análisis espacial, simulaciones físicas o cualquier otra aplicación que requiera una representación de superficie en 3D.

B. EJERCICIOS A REALIZAR

1. A partir del programa de la circunferencia, crea un programa que genere sectores circulares a partir de un vector de porcentajes (Individual). Ejemplo:

Entrada: [10.0 , 7.0 , 13.0 , 5.0 , 13.0 , 14.0 , 3.0 , 16.0 , 5.0 , 3.0 , 17.0 , 8.0]

Salida:



2. Describe el algoritmo de Marching Cubes, y sus diferencias con Delaunay (Individual)

3. Genera una malla en 3D para por lo menos 500 puntos (pueden ser los puntos del objeto escaneado para el proyecto final) con el algoritmo de Triangulación de Delaunay (Grupal, los grupos de su proyecto final)

C. ENTREGABLES

Subir al Classroom los informes correspondientes hasta las 2:00pm del sábado 20/07/2024, para ser programado para la evaluación correspondiente.

- **Individual:** Informe y código de los ejercicios 1 y 2.
- **Grupal:** Informe, código y puntos del ejercicio 3, el informe debe mostrar la identificación del algoritmo en el código. En caso 500 puntos les demande mucho procesamiento (adjuntar evidencia), pueden disminuir la cantidad de puntos.

D. REFERENCIAS

- De Loera, J., Rambau, J., & Santos, F. (2010). Triangulations: structures for algorithms and applications (Vol. 25). Springer Science & Business Media.
- Golias, N. A., & Dutton, R. W. (1997). Delaunay triangulation and 3D adaptive mesh generation. Finite elements in analysis and design, 25(3-4), 331-341.