AC2++ ICPC Team Notebook

Contents

1 Templates

1.1 Plantilla C++

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
// AC2++
using ll = long long;
using pi = pair<int, int>;
using vi = vector<int>;

#define fi first
#define se second
#define pb push_back
#define SZ(x) int((x).size())
#define ALL(x) begin(x), end(x)
#define FOR(i, a, b) for (int i = (a); i < (b); ++i)
#define ROF(i, a, b) for (int i = (a)-1; i >= (b); --i)
#define ENDL '\n'

constexpr int MOD = 1e9 + 7;
constexpr int MAXN = 1e5 + 5;
constexpr int INF = 1e9;
constexpr ll LLINF = 1e18;

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(nullptr);

    return 0;
}
```

1.2 Plantilla Phyton

```python
import sys
import math
import bisect
from sys import stdin, stdout
from math import gcd, floor, sqrt, log
from collections import defaultdict as dd
from bisect import bisect_left as bl, bisect_right as br

sys.setrecursionlimit(100000000)


def inp(): return int(input())
def strng(): return input().strip()


def jn(x, l): return x.join(map(str, l))
def strl(): return list(input().strip())


def mul(): return map(int, input().strip().split())
def mulf(): return map(float, input().strip().split())
def seq(): return list(map(int, input().strip().split()))


def ceil(x): return int(x) if (x == int(x)) else int(x)+1
def ceildiv(x, d): return x//d if (x % d == 0) else x//d+1


def flush(): return stdout.flush()
def stdstr(): return stdin.readline()
def stdint(): return int(stdin.readline())


def stdpr(x): return stdout.write(str(x))


mod = 1000000007
```

1.3 Plantilla C++ Max

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
// AC2++
using ll = long long;
using ull = unsigned long long;

using pi = pair<int, int>;
using pl = pair<ll, ll>;
using pd = pair<double, double>;

using vi = vector<int>;
using vb = vector<bool>;
using vl = vector<ll>;
using vd = vector<double>;
using vs = vector<string>;
using vpi = vector<pi>;
using vpl = vector<pl>;
using vpd = vector<pd>;

// pairs
#define mp make_pair
#define fi first
#define se second

// vectors
#define sz(x) int((x).size())
#define bg(x) begin(x)
#define all(x) bg(x), end(x)
#define rall(x) x.rbegin(), x.rend()
#define ins insert
#define ft front()
#define bk back()
#define pb push_back
#define eb emplace_back
#define lb lower_bound
#define ub upper_bound
#define tcT template <class T
tcT > int lwb(vector<T> &a, const T &b) { return int(lb(all(
     a), b) - bg(a)); }

// loops
#define FOR(i, a, b) for (int i = (a); i < (b); ++i)
#define F0R(i, a) FOR(i, 0, a)
#define ROF(i, a, b) for (int i = (a)-1; i >= (b); --i)
#define R0F(i, a) ROF(i, a, 0)

#define ENDL '\n'
#define LSOne(S) ((S) & -(S))
#define MSET(arr, val) memset(arr, val, sizeof arr)

const int MOD = 1e9 + 7;
const int MAXN = 1e5 + 5;
const int INF = 1e9;
const ll LLINF = 1e18;
const int dx[4] = {1, 0, -1, 0}, dy[4] = {0, 1, 0, -1};  //
     abajo, derecha, arriba, izquierda

template <class T>
using pqg = priority_queue<T, vector<T>, greater<T>>;

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(nullptr);

    return 0;
}
```

2 Data Structures

2.1 Binary Indexed Tree

```
int n, bit[MAXN];  // Utilizar a partir del 1

int query(int index) {
    int sum = 0;
    while (index > 0) {
        sum += bit[index];
        index -= index & (-index);
    }
    return sum;
}

void add(int index, int val) {
    while (index <= n) {
        bit[index] += val;
        index += index & (-index);
    }
}
```

2.2 Union-Find

```
struct DSU {
    vi e;
    DSU(int N) { e = vi(N, -1); }
    int get(int x) { return e[x] < 0 ? x : e[x] = get(e[x]);
         }
    int size(int x) { return -e[get(x)]; }
    bool unite(int x, int y) {
        x = get(x), y = get(y);
        if (x == y)
            return 0;
        if (e[x] > e[y])
            swap(x, y);
        e[x] += e[y];
        e[y] = x;
        return 1;
    }
};
```

2.3 DSU RollBack

```
/**
 * Description: Disjoint-set data structure with undo.
 * If undo is not needed, skip st, time() and rollback().
 * Usage: int t = uf.time(); ...; uf.rollback(t);
 * Time: $O(\log(N))$
 */

struct RollbackUF {
    vi e;
    vector<pi> st;
    RollbackUF(int n) : e(n, -1) {}
    int size(int x) { return -e[find(x)]; }
    int find(int x) { return e[x] < 0 ? x : find(e[x]); }
    int time() { return SZ(st); }
    void rollback(int t) {
        for (int i = time(); i-- > t;)
            e[st[i].first] = st[i].second;
        st.resize(t);
    }
    bool join(int a, int b) {
        a = find(a), b = find(b);
        if (a == b)
            return false;
        if (e[a] > e[b])
            swap(a, b);
        st.push_back({a, e[a]});
        st.push_back({b, e[b]});
        e[a] += e[b];
        e[b] = a;
        return true;
    }
};
```

2.4 Fenwick Tree

```
#define LSOne(S) ((S) & -(S))

class FenwickTree {
   private:
    vll ft;

   public:
    FenwickTree(int m) { ft.assign(m + 1, 0); }  //
         Constructor de ft vacio

    void build(const vll &f) {
        int m = (int)f.size() - 1;
        ft.assign(m + 1, 0);
        FOR(i, 1, m + 1) {
            ft[i] += f[i];
            if (i + LSOne(i) <= m)
                ft[i + LSOne(i)] += ft[i];
        }
    }

    FenwickTree(const vll &f) { build(f); }  // Constructor
         de ft basado en otro ft

    FenwickTree(int m, const vi &s) {  // Constructor de ft
         basado en un vector int
        vll f(m + 1, 0);
        FOR(i, (int)s.size()) {
            ++f[s[i]];
        }
        build(f);
    }

    ll query(int j) {  // return query(1,j);
        ll sum = 0;
        for (; j; j -= LSOne(j))
            sum += ft[j];
        return sum;
    }

    ll query(int i, int j) {
        return query(j) - query(i - 1);
    }

    void update(int i, ll v) {
        for (; i < (int)ft.size(); i += LSOne(i))
            ft[i] += v;
    }

    int select(ll k) {
        int p = 1;
        while (p * 2 < (int)ft.size())
            p *= 2;
        int i = 0;
        while (p) {
            if (k > ft[i + p]) {
                k -= ft[i + p];
                i += p;
            }
            p /= 2;
        }
        return i + 1;
    }
};

class RUPQ {  // Arbol de Fenwick de consulta de punto y
     actualizacion de rango
   private:
    FenwickTree ft;

   public:
    RUPQ(int m) : ft(FenwickTree(m)) {}

    void range_update(int ui, int uj, ll v) {
        ft.update(ui, v);
        ft.update(uj + 1, -v);
    }

    ll point_query(int i) {
        return ft.query(i);
    }
}

class RURQ {  // Arbol de Fenwick de consulta de rango y
     actualizacion de rango
   private:
    RUPQ(int m) : rupq(RUPQ(m)), purq(FenwickTree(m)) {}

    void range_update(int ui, int uj, ll v) {
        rupq.range_update(ui, uj, v);
        purq.update(ui, v * (ui - 1));
        purq.update(uj + 1, -v * uj);
    }

    ll query(int j) {
        return ruqp.point_query(j) * j -
               purq.query(j);
    }

    ll query(int i, int j) {
        return query(j) - query(i - 1);
    }
}

// Implementacion
vll f = {0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 0};  // index 0
     siempre sera 0
FenwickTree ft(f);
printf("%lld\n", ft.rsq(1, 6));   // 7 => ft[6]+ft[4] = 5+2
     = 7
printf("%d\n", ft.select(7));     // index 6, query(1, 6) ==
      7, el cual es >= 7
ft.update(5, 1);                  // update
     {0,0,1,0,2,2,3,2,1,1,0}
printf("%lld\n", ft.rsq(1, 10));  // 12
printf("=====\n");
RUPQ rupq(10);
RURQ rurq(10);
rupq.range_update(2, 9, 7);  // indices en [2, 3, .., 9]
     actualizados a +7
rurq.range_update(2, 9, 7);
rupq.range_update(6, 7, 3);  // indices 6&7 son actualizados
      a +3 (10)
rurq.range_update(6, 7, 3);
// idx = 0 (unused) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |10
// val = -          | 0 | 7 | 7 | 7 | 7 |10 |10 | 7 | 7 | 0
for (int i = 1; i <= 10; i++)
    printf("%d -> %lld\n", i, rupq.point_query(i));
printf("RSQ(1, 10) = %lld\n", rurq.rsq(1, 10));  // 62
printf("RSQ(6, 7) = %lld\n", rurq.rsq(6, 7));    // 20
```

2.5 Order Statistics Tree

```
#include <bits/extc++.h>
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
using namespace __gnu_pbds;

template <class T>
using oset = tree<T, null_type, less<T>, rb_tree_tag,
     tree_order_statistics_node_update>;
/*
```

```
Funciona igual que un set, con 2 operaciones extra en O(log n):
obj.find_by_order(k) - Retorna un iterador apuntando al elemento k-esimo mas grande
obj.order_of_key(x) - Retorna un entero que indica la cantidad de elementos menores a x

Modificar primer y tercer parametro, correspondientes al tipo de dato del ost
y a la funcion comparadora (less<T>, greater<T>, less_equal<T> o incluso una propia)

Si queremos elementos repetidos y no necesitamos eliminacion de valores, usar less_equal<T>.

Si queremos elementos repetidos y necesitamos la eliminacion, utilizar una
tecnica con pares, donde el second es un numero unico para cada valor.
*/

// Implementacion
int n = 9;
int A[] = {2, 4, 7, 10, 15, 23, 50, 65, 71};  // as in Chapter 2
oset<int> tree;
for (int i = 0; i < n; ++i)  // O(n log n)
    tree.insert(A[i]);
// O(log n) select
cout << *tree.find_by_order(0) << "\n";      // 1-smallest = 2
cout << *tree.find_by_order(n - 1) << "\n";  // 9-smallest/largest = 71
cout << *tree.find_by_order(4) << "\n";      // 5-smallest = 15
// O(log n) rank
cout << tree.order_of_key(2) << "\n";   // index 0 (rank 1)
cout << tree.order_of_key(71) << "\n";  // index 8 (rank 9)
cout << tree.order_of_key(15) << "\n";  // index 4 (rank 5)
```

2.6 Sparse Table

```
// Nos permite realizar RMQ sobre un arreglo estatico A en O(1)
// con una construccion en O(n log n) ST[k][i] almacena RMQ(i, i + 2^k - 1)

template <typename T>
struct SparseTable {
    vector<vector<T>> ST;

    void build(vector<T> &A) {
        ST.assign(30, vector<T>(SZ(A), 0));

        for (int i = 0; i < SZ(A); i++)
            ST[0][i] = A[i];

        for (int k = 1; k < 30; k++)
            for (int i = 0; i + (1 << k) <= SZ(A); i++)
                ST[k][i] = min(ST[k - 1][i], ST[k - 1][i + (1 << (k - 1))]);
    }

    T query(int l, int r) {
        int p = 31 - __builtin_clz(r - l);
        return min(ST[p][l], ST[p][r - (1 << p) + 1]);
    }
};
```

2.7 Segment Tree

```
/* Implementado para RSQ, pero es posible usar cualquier operacion conmutativa
   (no importa el orden) como la multiplicacion, XOR, OR, AND, MIN, MAX, etc. */

class SegmentTree {
  private:
    int n;
    vi arr, st;

    int l(int p) { return (p << 1) + 1; }  // Ir al hijo izquierdo
    int r(int p) { return (p << 1) + 2; }  // Ir al hijo derecho

    void build(int index, int start, int end) {
        if (start == end)
            st[index] = arr[start];
        else {
            int mid = (start + end) / 2;

            build(l(index), start, mid);
            build(r(index), mid + 1, end);

            st[index] = st[l(index)] + st[r(index)];
        }
    }

    int query(int index, int start, int end, int i, int j) {
        if (j < start || end < i)
            return 0;  // Si ese rango no nos sirve, retornar un valor que no cambie nada

        if (i <= start && end <= j)
            return st[index];

        int mid = (start + end) / 2;

        return query(l(index), start, mid, i, j) + query(r(index), mid + 1, end, i, j);
    }

    void update(int index, int start, int end, int idx, int val) {
        if (start == end)
            st[index] = val;
        else {
            int mid = (start + end) / 2;
            if (start <= idx && idx <= mid)
                update(l(index), start, mid, idx, val);
            else
                update(r(index), mid + 1, end, idx, val);

            st[index] = st[l(index)] + st[r(index)];
        }
    }

  public:
    SegmentTree(int sz) : n(sz), st(4 * n) {}  // Constructor de st sin valores

    SegmentTree(const vi &initialArr) : SegmentTree((int)initialArr.size()) {  // Constructor de st con arreglo inicial
        arr = initialArr;
        build(0, 0, n - 1);
    }

    void update(int i, int val) { update(0, 0, n - 1, i, val); }

    int query(int i, int j) { return query(0, 0, n - 1, i, j); }
};
```

2.8 Lazy Segment Tree

```
class LazySegmentTree {
  private:
    int n;
    vi A, st, lazy;

    inline int l(int p) { return (p << 1) + 1; }  // ir al hijo izquierdo
    inline int r(int p) { return (p << 1) + 2; }  // ir al hijo derecho

    void build(int index, int start, int end) {
        if (start == end) {
            st[index] = A[start];
        } else {
            int mid = (start + end) / 2;
            build(l(index), start, mid);
            build(r(index), mid + 1, end);
            st[index] = st[l(index)] + st[r(index)];
        }
    }

    // Nota: Si se utiliza para el minimo o maximo de un rango no se le agrega el (end - start + 1)
    void propagate(int index, int start, int end) {
        if (lazy[index] != 0) {
            st[index] += (end - start + 1) * lazy[index];
            if (start != end) {
                lazy[l(index)] += lazy[index];
                lazy[r(index)] += lazy[index];
            }
            lazy[index] = 0;
        }
    }

    void add(int index, int start, int end, int i, int j, int val) {
        propagate(index, start, end);
        if ((end < i) || (start > j))
            return;

        if (start >= i && end <= j) {
            st[index] += (end - start + 1) * val;
            if (start != end) {
                lazy[l(index)] += val;
                lazy[r(index)] += val;
            }
            return;
        }
        int mid = (start + end) / 2;

        add(l(index), start, mid, i, j, val);
        add(r(index), mid + 1, end, i, j, val);

        st[index] = (st[l(index)] + st[r(index)]);
    }

    int query(int index, int start, int end, int i, int j) {
        propagate(index, start, end);
        if (end < i || start > j)
            return 0;
        if ((i <= start) && (end <= j))
            return st[index];

        int mid = (start + end) / 2;

        return query(l(index), start, mid, i, j) + query(r(index), mid + 1, end, i, j);
    }

  public:
    LazySegmentTree(int sz) : n(sz), st(4 * n), lazy(4 * n) {}  // Constructor de st sin valores

    LazySegmentTree(const vi &initialA) : LazySegmentTree((int)initialA.size()) {  // Constructor de st con arreglo inicial
```

```
        A = initialA;
        build(0, 0, n - 1);
    }
    // [i, j]
    void add(int i, int j, int val) { add(0, 0, n - 1, i, j, val); }
    int query(int i, int j) { return query(0, 0, n - 1, i, j); }
};
```

2.9 LazyRMQ

```
class LazyRMQ {
  private:
    int n;
    vi A, st, lazy;

    int l(int p) { return (p << 1) + 1; }  // Ir al hijo izquierdo
    int r(int p) { return (p << 1) + 2; }  // Ir al hijo derecho

    int conquer(int a, int b) {
        if (a == -1)
            return b;
        if (b == -1)
            return a;
        return min(a, b);  // RMQ - Cambiar esta linea para modificar la operacion del st
    }

    void build(int p, int L, int R) {  // O(n)
        if (L == R)
            st[p] = A[L];
        else {
            int m = (L + R) / 2;
            build(l(p), L, m);
            build(r(p), m + 1, R);
            st[p] = conquer(st[l(p)], st[r(p)]);
        }
    }

    void propagate(int p, int L, int R) {
        if (lazy[p] != -1) {
            st[p] = lazy[p];
            if (L != R)                                   // Checar que no sea una hoja
                lazy[l(p)] = lazy[r(p)] = lazy[p];   // Propagar hacia abajo
            else
                A[L] = lazy[p];
            lazy[p] = -1;
        }
    }

    int query(int p, int L, int R, int i, int j) {  // O(log n)
        propagate(p, L, R);
        if (i > j)
            return -1;
        if ((L >= i) && (R <= j))
            return st[p];
        int m = (L + R) / 2;
        return conquer(query(l(p), L, m, i, min(m, j)),
                       query(r(p), m + 1, R, max(i, m + 1), j));
    }

    void update(int p, int L, int R, int i, int j, int val) {  // O(log n)
        propagate(p, L, R);
        if (i > j)
            return;
        if ((L >= i) && (R <= j)) {
            lazy[p] = val;
            propagate(p, L, R);
        } else {
            int m = (L + R) / 2;
            update(l(p), L, m, i, min(m, j), val);
            update(r(p), m + 1, R, max(i, m + 1), j, val);
            int lsubtree = (lazy[l(p)] != -1) ? lazy[l(p)] : st[l(p)];
            int rsubtree = (lazy[r(p)] != -1) ? lazy[r(p)] : st[r(p)];
            st[p] = (lsubtree <= rsubtree) ? st[l(p)] : st[r(p)];
        }
    }

  public:
    LazyRMQ(int sz) : n(sz), st(4 * n), lazy(4 * n, -1) {}  // Constructor de st sin valores

    LazyRMQ(const vi &initialA) : LazyRMQ((int)initialA.size()) {  // Constructor de st con arreglo inicial
        A = initialA;
        build(1, 0, n - 1);
    }

    void update(int i, int j, int val) { update(0, 0, n - 1, i, j, val); }

    int query(int i, int j) { return query(0, 0, n - 1, i, j); }
};
```

2.10 Sparse Segment Tree

```
// Cuando el rango (0, n - 1) es muy largo y sea muy pesado guardar un arreglo de tamanio n * 4
// se puede utilizar un Sparse S. T., el cual usa punteros para los 2 hijos de cada nodo, siendo creados
// solo cuando se necesitan

const int SZ = 1 << 17;

template <class T>
struct node {
    T val = 0;
    node<T>* c[2];
    node() { c[0] = c[1] = NULL; }
    void upd(int ind, T v, int L = 0, int R = SZ - 1) {  // add v
        if (L == ind && R == ind) {
            val += v;
            return;
        }
        int M = (L + R) / 2;
        if (ind <= M) {
            if (!c[0]) c[0] = new node();
            c[0]->upd(ind, v, L, M);
        } else {
            if (!c[1]) c[1] = new node();
            c[1]->upd(ind, v, M + 1, R);
        }
        val = 0;
        FOR(i, 2)
        if (c[i]) val += c[i]->val;
    }
    T query(int lo, int hi, int L = 0, int R = SZ - 1) {  // query sum of segment
        if (hi < L || R < lo) return 0;
        if (lo <= L && R <= hi) return val;
        int M = (L + R) / 2;
        T res = 0;
        if (c[0]) res += c[0]->query(lo, hi, L, M);
        if (c[1]) res += c[1]->query(lo, hi, M + 1, R);
        return res;
    }
};
```

2.11 Persistent Lazy Propagation

```
ll arr[MAXN];

ll l[45 * MAXN], r[45 * MAXN], st[45 * MAXN], nodes = 0;

bool hasFlag[45 * MAXN];
ll flag[45 * MAXN];

ll root[MAXN];

ll newLeaf(ll value) {
    ll p = ++nodes;
    l[p] = r[p] = 0;  // Nodo sin hijos
    st[p] = value;
    return p;
}

ll newParent(ll left, ll right) {
    ll p = ++nodes;
    l[p] = left;
    r[p] = right;
    st[p] = st[left] + st[right];
    return p;
}

ll newLazyKid(ll node, ll x, ll left, ll right) {
    ll p = ++nodes;
    l[p] = l[node];
    r[p] = r[node];
    flag[p] = flag[node];
    hasFlag[p] = true;

    flag[p] = x;
    st[p] = (right - left + 1) * x;  // <-- Si quieres cambiar todo el segmento por x
    // st[p] = st[node]+(right-left+1)*x <-- Si se quiere suma x a todo el segmento

    return p;
}

ll build(ll left, ll right) {
    if (left == right)
        return newLeaf(arr[left]);
    else {
        ll mid = (left + right) / 2;
        return newParent(build(left, mid), build(mid + 1, right));
    }
}

void propagate(ll p, ll left, ll right) {
    if (hasFlag[p]) {
        if (left != right) {
            ll mid = (left + right) / 2;
            l[p] = newLazyKid(l[p], flag[p], left, mid);
            r[p] = newLazyKid(r[p], flag[p], mid + 1, right);
        }
        hasFlag[p] = false;
    }
}

ll update(ll a, ll b, ll x, ll p, ll left, ll right) {
    if (b < left | right < a)
        return p;
    if (a <= left && right <= b)
        return newLazyKid(p, x, left, right);
    propagate(p, left, right);
    ll mid = (left + right) / 2;
    return newParent(update(a, b, x, l[p], left, mid),
                     update(a, b, x, r[p], mid + 1, right));
}

ll query(ll a, ll b, ll p, ll left, ll right) {
```

```
    if (b < left || right < a)
        return 0;
    if (a <= left && right <= b)
        return st[p];

    ll mid = (left + right) / 2;
    propagate(p, left, right);
    return (query(a, b, l[p], left, mid) + query(a, b, r[p],
          mid + 1, right));
}

// revert range [a:b] of p
int rangecopy(int a, int b, int p, int revert, int L = 0,
     int R = n - 1) {
    if (b < L || R < a) return p;         // keep version
    if (a <= L && R <= b) return revert;  // reverted
         version
    return newparent(rangecopy(a, b, l[p], l[revert], L, M),
                     rangecopy(a, b, r[p], r[revert], M + 1,
                           R));
}

// Usage: (revert a range [a:b] back to an old version)
// int reverted_root = rangecopy(a, b, root,
     old_version_root);
```

2.12 Iterative Segment Tree

```
// Implementado para minimo, es posible cambiar a cualquier
     operacion conmutativa
template <class T> class SegmentTree {
private:
    const T DEFAULT = 1e18;  // Causa overflow si T es int

    vector<T> ST;
    int len;

public:
    SegmentTree(int len) : len(len), ST(len * 2, DEFAULT) {}
    SegmentTree(vector<T>& v) : SegmentTree(v.size()) {
        for (int i = 0; i < len; i++)
            set(i, v[i]);
    }

    void set(int ind, T val) {
        ind += len;
        ST[ind] = val;
        for (; ind > 1; ind /= 2)
            ST[ind / 2] = min(ST[ind], ST[ind ^ 1]); //
                 Operacion
    }

    T query(int start, int end) {
        end++;
        T ans = DEFAULT;
        for (start += len, end += len; start < end; start /=
              2, end /= 2) {
            if (start % 2 == 1) { ans = min(ans, ST[start
                 ++]); } // Operacion
            if (end % 2 == 1) { ans = min(ans, ST[--end]); }
                  // Operacion
        }
        return ans;
    }
};
```

3 Math

3.1 Operaciones con Bits

```
/**
 * Descripcion: Algunas operaciones utiles con
      desplazamiento de bits, si no trabajamos
 * con numeros enteros, usar 1LL o 1ULL, siendo la primer
      parte
 * operaciones nativas y la segunda del compilador GNU (GCC)
      , si no se
 * trabaja con enteros, agregar ll al final del nombre del
      metodo
 * Tiempo por operacion: O(1)
 */

#define isOn(S, j) (S & (1 << j))
#define setBit(S, j) (S |= (1 << j))
#define clearBit(S, j) (S &= ~(1 << j))
#define toggleBit(S, j) (S ^= (1 << j))
#define lowBit(S) (S & (-S))
#define setAll(S, n) (S = (1 << n) - 1)
#define modulo(S, N) ((S) & (N - 1))  // Siendo N potencia
     de 2
#define isOdd(S) (s & 1)
#define isPowerOfTwo(S) (!(S & (S - 1)))
#define nearestPowerOfTwo(S) (1 << lround(log2(S)))
#define turnOffLastBit(S) ((S) & (S - 1))
#define turnOnLastZero(S) ((S) | (S + 1))
#define turnOffInRange(S, i, j) s &= (((~0) << (j + 1)) |
     ((1 << i) - 1));
#define turnOffLastConsecutiveBits(S) ((S) & (S + 1))
#define turnOnLastConsecutiveZeroes(S) ((S) | (S - 1))

#define countBitsOn(n) __builtin_popcount(x);
#define firstBitOn(n) __builtin_ffs(x);
#define countLeadingZeroes(n) __builtin_clz(n)
#define log2Floor(n) 31 - __builtin_clz(n)
#define countTrailingZeroes(n) __builtin_ctz(n)

/**
 * Descripcion: Si n <= 20 y manejamos subconjuntos, podemos
       revisar
 * cada uno de ellos representandolos como una mascara de
      bits, en
 * donde el i-esimo elemento es tomado si el i-esimo bit
      esta encendido
 * Tiempo: O(2^n)
 */
int LIMIT = 1 << (n + 1);
for (int i = 0; i < LIMIT; i++) {

}
```

3.2 Combinaciones

```
/**
 * Descripcion: Utilizando el metodo de ModOperations.cpp,
      calculamos de manera
 * eficiente los inversos modulares de x (arreglo inv) y de
      x! (arreglo invfact),
 * para toda x < MAXN, se utiliza el hecho de que comb(n, k)
       = (n!) / (k! * (n - k)!)
 * Tiempo: O(MAXN) en el precalculo de inversos modulares y
      O(1) por query.
 */
ll invfact[MAXN];
void precalc_invfact() {
    precalc_inv();
    for (int i = 2; i < MAXN; i++)
        invfact[i] = invfact[i - 1] * inv[i] % MOD;
}
ll comb(int n, int k) {
    if (n < k)
        return 0;
    return fact[n] * invfact[k] % MOD * invfact[n - k] % MOD
        ;
}

/**
 * Descripcion: Se basa en el teorema de lucas, se puede
      utilizar cuando tenemos
 * una MAXN larga y un modulo m relativamente chico.
 * Tiempo: O(m log_m(n))
 */
ll comb(int n, int k) {
    if (n < k || k < 0)
        return 0;
    if (n == k)
        return 1;
    return comb(n % MOD, k % MOD) * comb(n / MOD, k / MOD) %
         MOD;
}

/*
 * Descripcion: Se basa en el triangulo de pascal, vale la
      pena su uso cuando
 * no trabajamos con modulos (pues no tenemos una mejor
      opcion), usa DP.
 * Tiempo: O(n^2)
 */
ll dp[MAXN][MAXN];
ll comb(int n, int k) {
    if (k > n || k < 0)
        return 0;
    if (n == k || k == 0)
        return 1;
    if (dp[n][k] != -1)
        return dp[n][k];
    return dp[n][k] = comb(n - 1, k) + comb(n - 1, k - 1);
}
```

3.3 Algoritmo Ext. de Euclides

```
/**
 * Descripcion: Algoritmo extendido de Euclides, retorna gcd
      (a, b) y encuentra
 * dos enteros (x, y) tal que ax + by = gcd(a, b), si solo
      necesitas
 * el gcd, utiliza __gcd (c++14 o anteriores) o gcd (c++17
      en adelante)
 * Si a y b son coprimos, entonces x es el inverso de a mod
      b
 * Tiempo: O(log n)
 */

ll euclid(ll a, ll b, ll &x, ll &y) {
    if (!b) {
        x = 1, y = 0;
        return a;
    }
    ll d = euclid(b, a % b, y, x);
    return y -= a / b * x, d;
}
```

3.4 Linear Diophantine

```
/**
 * Problema: Dado a, b y n. Encuentra 'x' y 'y' que
      satisfagan la ecuacion ax + by = n.
 * Imprimir cualquiera de las 'x' y 'y' que la satisfagan.
 */

void solution(int a, int b, int n) {
    int x0, y0, g = euclid(a, b, x0, y0);
    if (n % g != 0) {
        cout << "No Solution Exists" << ENDL;
        return;
    }
    x0 *= n / g;
    y0 *= n / g;
    // single valid answer
    cout << "x = " << x0 << ", y = " << y0 << ENDL;

    // other valid answers can be obtained through...
    // x = x0 + k*(b/g)
    // y = y0 - k*(a/g)
    for (int k = -3; k <= 3; k++) {
        int x = x0 + k * (b / g);
        int y = y0 - k * (a / g);
        cout << "x = " << x << ", y = " << y << ENDL;
    }
}
```

3.5 Matrix

```
/**
 * Descripcion: estructura de matriz con algunas operaciones
      basicas
 * se suele utilizar para la multiplicacion y/o
      exponenciacion de matrices
 * Aplicaciones:
 * Calcular el n-esimo fibonacci en tiempo logaritmico, esto
      es
 * posible ya que para la matriz M = {{1, 1},{1, 0}}, se
      cumple
 * que M^n = {{F[n + 1], F[n]}, {F[n], F[n - 2]}}
 * Dado un grafo, su matriz de adyacencia M, y otra matriz P
      tal que P = M^k,
 * se puede demostrar que P[i][j] contiene la cantidad de
      caminos de longitud k
 * que inician en el i-esimo nodo y terminan en el j-esimo.
 * Tiempo: O(n^3 * log p) para la exponenciacion y O(n^3)
      para la multiplicacion
 */

template <typename T>
struct Matrix {
    using VVT = vector<vector<T>>;

    VVT M;
    int n, m;

    Matrix(VVT aux) : M(aux), n(M.size()), m(M[0].size()) {}

    Matrix operator*(Matrix& other) const {
        int k = other.M[0].size();
        VVT C(n, vector<T>(k, 0));
        FOR(i, 0, n)
        FOR(j, 0, k)
        FOR(l, 0, m)
        C[i][j] = (C[i][j] + M[i][l] * other.M[l][j] % MOD)
             % MOD;
        return Matrix(C);
    }

    Matrix operator^(ll p) const {
        assert(p >= 0);
        Matrix ret(VVT(n, vector<T>(n))), B(*this);
        FOR(i, 0, n)
        ret.M[i][i] = 1;

        while (p) {
            if (p & 1)
                ret = ret * B;
            p >>= 1;
            B = B * B;
        }
        return ret;
    }
```

```
};
```

3.6 Operaciones con MOD

```
/**
 * Descripcion : Calcula a * b mod m para
 * cualquier 0 <= a, b <= c <= 7.2 * 10^18
 * Tiempo: O(1)
 */
using ull = unsigned long long;
ull modmul(ull a, ull b, ull m) {
    ll ret = a * b - m * ull(1.L / m * a * b);
    return ret + m * (ret < 0) - m * (ret >= (ll)m);
}

constexpr ll MOD = 1e9 + 7;
/**
 * Descripcion: Calcula a^b mod m, en O(log n)
 * Si hay riesgo de desbordamiento, multiplicar con modmul
 * Tiempo: O(log b)
 */
ll modpow(ll a, ll b) {
    ll res = 1;
    a %= MOD;
    while (b) {
        if (b & 1)
            res = (res * a) % MOD;
        a = (a * a) % MOD;
        b >>= 1;
    }
    return res;
}

/**
 * Descripcion: Precalculo de modulos inversos para toda
 * x <= LIM. Se asume que LIM <= MOD y que MOD es primo
 * Tiempo: O(LIM)
 */
constexpr LIM = 1e5 + 5;
ll inv[LIM + 1];
void precalc_inv() {
    inv[1] = 1;
    FOR(i, 2, LIM)
    inv[i] = MOD - (MOD / i) * inv[MOD % i] % MOD;
}

/**
 * Descripcion: Precalculo de un solo inverso, usa el primer
 * metodo si MOD es primo, y el segundo en caso contrario
 * Tiempo: O(log MOD)
 */
ll modInverse(ll b) { return modpow(b, MOD - 2, MOD) % MOD;
    }
ll modInverse(ll a) {
    ll x, y, d = euclid(a, MOD, x, y);
    assert(d == 1);
    return (x + MOD) % MOD;
}
```

3.7 Numeros Primos

```
/**
 * Descripcion: Estos 2 algoritmos encuentran por medio de
      la Criba
 * de Eratostenes todos los numeros primos menor o iguales a
      n, difieren
 * por su estrategia y por consecuente su complejidad
      temporal.
 * Tiempo metodo #1: O(n log(log n))
 * Tiempo metodo #2: O(n)
 */
ll sieve_size;
vl primes;
void sieve(int n) {
    vector<bool> is_prime(n + 1, 1);

    is_prime[0] = is_prime[1] = 0;
    for (ll p = 2; p <= n; p++) {
        if (is_prime[p]) {
            for (ll i = p * p; i <= n; i += p) is_prime[i] =
                 0;
            primes.push_back(p);
        }
    }
}
void sieve(int N) {
    vector<int> lp(N + 1);
    vector<int> pr;

    for (int i = 2; i <= N; ++i) {
        if (lp[i] == 0) {
            lp[i] = i;
            pr.push_back(i);
        }
        for (int j = 0; i * pr[j] <= N; ++j) {
            lp[i * pr[j]] = pr[j];
            if (pr[j] == lp[i]) {
                break;
            }
        }
    }
}

/**
 * Descripcion: Calcula la funcion de Mobius
 * para todo entero menor o igual a n
 * Tiempo: O(N)
 */
void preMobius(int N) {
    memset(check, false, sizeof(check));
    mu[1] = 1;
    int tot = 0;
    FOR(i, 2, N) {
        if (!check[i]) {  // i es primo
            prime[tot++] = i;
            mu[i] = -1;
        }
        FOR(j, 0, tot) {
            if (i * prime[j] > N) break;
            check[i * prime[j]] = true;
            if (i % prime[j] == 0) {
                mu[i * prime[j]] = 0;
                break;
            } else {
                mu[i * prime[j]] = -mu[i];
            }
        }
    }
}

// Primos menores a 1000:
//      2     3     5     7    11    13    17    19    23
       29    31    37
//     41    43    47    53    59    61    67    71    73
       79    83    89
//     97   101   103   107   109   113   127   131   137
      139   149   151
//    157   163   167   173   179   181   191   193   197
      199   211   223
//    227   229   233   239   241   251   257   263   269
      271   277   281
//    283   293   307   311   313   317   331   337   347
      349   353   359
//    367   373   379   383   389   397   401   409   419
      421   431   433
//    439   443   449   457   461   463   467   479   487
      491   499   503
//    509   521   523   541   547   557   563   569   571
      577   587   593
//    599   601   607   613   617   619   631   641   643
      647   653   659
//    661   673   677   683   691   701   709   719   727
      733   739   743
//    751   757   761   769   773   787   797   809   811
      821   823   827
//    829   839   853   857   859   863   877   881   883
      887   907   911
//    919   929   937   941   947   953   967   971   977
      983   991   997

// Otros primos:
//    El primo mas grande menor que 10 es 7.
//    El primo mas grande menor que 100 es 97.
//    El primo mas grande menor que 1000 es 997.
//    El primo mas grande menor que 10000 es 9973.
//    El primo mas grande menor que 100000 es 99991.
//    El primo mas grande menor que 1000000 es 999983.
//    El primo mas grande menor que 10000000 es 9999991.
//    El primo mas grande menor que 100000000 es 99999989.
//    El primo mas grande menor que 1000000000 es 999999937.
//    El primo mas grande menor que 10000000000 es
      9999999967.
//    El primo mas grande menor que 100000000000 es
      99999999977.
//    El primo mas grande menor que 1000000000000 es
      999999999989.
//    El primo mas grande menor que 10000000000000 es
      9999999999971.
//    El primo mas grande menor que 100000000000000 es
      99999999999973.
//    El primo mas grande menor que 1000000000000000 es
      999999999999989.
//    El primo mas grande menor que 10000000000000000 es
      9999999999999937.
//    El primo mas grande menor que 100000000000000000 es
      99999999999999997.
//    El primo mas grande menor que 1000000000000000000 es
      999999999999999989.
```

3.8 Simpson

```
const int N = 1000 * 1000;  // numero de pasos (entre mas
     grande mas preciso)

double simpson_integration(double a, double b) {
    double h = (b - a) / N;
    double s = f(a) + f(b);
    for (int i = 1; i <= N - 1; ++i) {
        double x = a + h * i;
        s += f(x) * ((i & 1) ? 4 : 2);
    }
    s *= h / 3;
    return s;
}
```

4 Strings

4.1 Aho-Corasick

```
/*
    Aho-Corasick
    Este algoritmo te permite buscar rapidamente multiples
         patrones en un texto
*/

// Utilizar esta implementacion cuando las letras permitidas
      sean pocas
struct AhoCorasick {
    enum { alpha = 26,
           first = 'a' };  // change this!
    struct Node {
        // (nmatches is optional)
        int back, next[alpha], start = -1, end = -1,
             nmatches = 0;
        Node(int v) { memset(next, v, sizeof(next)); }
    };
    vector<Node> N;
    vi backp;
    void insert(string& s, int j) {
        assert(!s.empty());
        int n = 0;
        for (char c : s) {
            int& m = N[n].next[c - first];
            if (m == -1) {
                n = m = SZ(N);
                N.emplace_back(-1);
            } else
                n = m;
        }
        if (N[n].end == -1) N[n].start = j;
        backp.push_back(N[n].end);
        N[n].end = j;
        N[n].nmatches++;
    }
    // O(sum|pat| * C)
    AhoCorasick(vector<string>& pat) : N(1, -1) {
        FOR(i, 0, SZ(pat))
        insert(pat[i], i);
        N[0].back = SZ(N);
        N.emplace_back(0);

        queue<int> q;
        for (q.push(0); !q.empty(); q.pop()) {
            int n = q.front(), prev = N[n].back;
            FOR(i, 0, alpha) {
                int &ed = N[n].next[i], y = N[prev].next[i];
                if (ed == -1)
                    ed = y;
                else {
                    N[ed].back = y;
                    (N[ed].end == -1 ? N[ed].end : backp[N[
                         ed].start]) = N[y].end;
                    N[ed].nmatches += N[y].nmatches;
                    q.push(ed);
                }
            }
        }
    }

    // O(|word|)
    vi find(string word) {
        int n = 0;
        vi res;  // ll count = 0;
        for (char c : word) {
            n = N[n].next[c - first];
            res.push_back(N[n].end);
            // count += N[n].nmatches;
        }
        return res;
    }
    vector<vi> findAll(vector<string>& pat, string word) {
        vi r = find(word);
        vector<vi> res(SZ(word));
        FOR(i, 0, SZ(word)) {
            int ind = r[i];
            while (ind != -1) {
                res[i - SZ(pat[ind]) + 1].push_back(ind);
                ind = backp[ind];
            }
        }
        return res;
    }
};

class Aho {
    struct Vertex {
        unordered_map<char, int> children;
        bool leaf;
        int parent, suffixLink, wordID, endWordLink;
        char parentChar;

        Vertex() {
            children.clear();
            leaf = false;
            parent = suffixLink = wordID = endWordLink = -1;
        }
    };

   private:
    vector<Vertex*> Trie;
    vector<int> wordsLength;
    int size, root;

    void calcSuffixLink(int vertex) {
        // Procesar root
        if (vertex == root) {
            Trie[vertex]->suffixLink = root;
            Trie[vertex]->endWordLink = root;
            return;
        }
        // Procesamiento de hijos de la raiz
        if (Trie[vertex]->parent == root) {
            Trie[vertex]->suffixLink = root;
            if (Trie[vertex]->leaf) {
                Trie[vertex]->endWordLink = vertex;
            } else {
                Trie[vertex]->endWordLink =
                    Trie[Trie[vertex]->suffixLink]->
                         endWordLink;
            }
            return;
        }

        // Para calcular el suffix link del vertice actual,
             necesitamos el suffix link
        // del padre del vertice y el personaje que nos
             movio al vertice actual.
        int curBetterVertex = Trie[Trie[vertex]->parent]->
             suffixLink;
        char chVertex = Trie[vertex]->parentChar;
        while (true) {
            if (Trie[curBetterVertex]->children.count(
                 chVertex)) {
                Trie[vertex]->suffixLink = Trie[
                     curBetterVertex]->children[chVertex];
                break;
            }
            if (curBetterVertex == root) {
                Trie[vertex]->suffixLink = root;
                break;
            }
            curBetterVertex = Trie[curBetterVertex]->
                 suffixLink;
        }

        if (Trie[vertex]->leaf) {
            Trie[vertex]->endWordLink = vertex;
        } else {
            Trie[vertex]->endWordLink = Trie[Trie[vertex]->
                 suffixLink]->endWordLink;
        }
    }

   public:
    Aho() {
        size = root = 0;
        Trie.pb(new Vertex());
        size++;
    }

    void addString(string s, int wordID) {
        int curVertex = root;
        FOR(i, 0, s.length()) {  // Iteracion sobre los
             caracteres de la cadena
            char c = s[i];
            if (!Trie[curVertex]->children.count(c)) {
                Trie.pb(new Vertex());
                Trie[size]->suffixLink = -1;
                Trie[size]->parent = curVertex;
                Trie[size]->parentChar = c;
                Trie[curVertex]->children[c] = size;
                size++;
            }
            curVertex = Trie[curVertex]->children[c];  //
                 Mover al nuevo vertice en el trie
        }
        // Marcar el final de la palabra y almacene su ID
        Trie[curVertex]->leaf = true;
        Trie[curVertex]->wordID = wordID;
        wordsLength.pb(s.length());
    }

    void prepareAho() {
        queue<int> vertexQueue;
        vertexQueue.push(root);
        while (!vertexQueue.empty()) {
            int curVertex = vertexQueue.front();
            vertexQueue.pop();
            calcSuffixLink(curVertex);
            for (auto key : Trie[curVertex]->children) {
                vertexQueue.push(key.second);
            }
        }
    }

    int processString(string text) {
        int currentState = root;
        int result = 0;
        FOR(j, 0, text.length()) {
            while (true) {
                if (Trie[currentState]->children.count(text[
                     j])) {
                    currentState = Trie[currentState]->
                         children[text[j]];
                    break;
                }
                if (currentState == root) break;
                currentState = Trie[currentState]->
                     suffixLink;
            }
            int checkState = currentState;
            // Tratar de encontrar todas las palabras
                 posibles de este prefijo
            while (true) {
                checkState = Trie[checkState]->endWordLink;

                // Si estamos en el vertice raiz, no hay mas
                     coincidencias
                if (checkState == root) break;

                result++;
                int indexOfMatch = j + 1 - wordsLength[Trie[
                     checkState]->wordID];

                // Tratando de encontrar todos los patrones
                     combinados de menor longitud
                checkState = Trie[checkState]->suffixLink;
            }
        }
        return result;
```

```
    }
};

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(nullptr);

    vector<string> patterns = {"abc", "bcd", "abcd"};
    string text = "abcd";
    Aho ahoAlg;
    FOR(i, 0, patterns.size()) { ahoAlg.addString(patterns[i], i); }
    ahoAlg.prepareAho();
    cout << ahoAlg.processString(text) << ENDL;

    return 0;
}
```

4.2 Dynamic Aho-Corasick

```
class AhoCorasick {
   public:
    struct Node {
        map<char, int> ch;
        vector<int> accept;
        int link = -1;
        int cnt = 0;

        Node() = default;
    };

    vector<Node> states;
    map<int, int> accept_state;

    explicit AhoCorasick() : states(1) {}

    void insert(const string& s, int id = -1) {
        int i = 0;
        for (char c : s) {
            if (!states[i].ch.count(c)) {
                states[i].ch[c] = states.size();
                states.emplace_back();
            }
            i = states[i].ch[c];
        }
        ++states[i].cnt;
        states[i].accept.push_back(id);
        accept_state[id] = i;
    }

    void clear() {
        states.clear();
        states.emplace_back();
    }

    int get_next(int i, char c) const {
        while (i != -1 && !states[i].ch.count(c)) i = states[i].link;
        return i != -1 ? states[i].ch.at(c) : 0;
    }

    void build() {
        queue<int> que;
        que.push(0);
        while (!que.empty()) {
            int i = que.front();
            que.pop();

            for (auto [c, j] : states[i].ch) {
                states[j].link = get_next(states[i].link, c);
                states[j].cnt += states[states[j].link].cnt;

                auto& a = states[j].accept;
                auto& b = states[states[j].link].accept;
                vector<int> accept;
                set_union(a.begin(), a.end(), b.begin(), b.end(), back_inserter(accept));
                a = accept;

                que.push(j);
            }
        }
    }

    long long count(const string& str) const {
        long long ret = 0;
        int i = 0;
        for (auto c : str) {
            i = get_next(i, c);
            ret += states[i].cnt;
        }
        return ret;
    }

    // list of (id, index)
    vector<pair<int, int>> match(const string& str) const {
        vector<pair<int, int>> ret;
        int i = 0;
        for (int k = 0; k < (int)str.size(); ++k) {
            char c = str[k];
            i = get_next(i, c);
            for (auto id : states[i].accept) {
                ret.emplace_back(id, k);
            }
        }
        return ret;
    }
};

class DynamicAhoCorasick {
    vector<vector<string>> dict;
    vector<AhoCorasick> ac;

   public:
    void insert(const string& s) {
        int k = 0;
        while (k < (int)dict.size() && !dict[k].empty()) ++k;
        if (k == (int)dict.size()) {
            dict.emplace_back();
            ac.emplace_back();
        }

        dict[k].push_back(s);
        ac[k].insert(s);

        for (int i = 0; i < k; ++i) {
            for (auto& t : dict[i]) {
                ac[k].insert(t);
            }
            dict[k].insert(dict[k].end(), dict[i].begin(), dict[i].end());
            ac[i].clear();
            dict[i].clear();
        }

        ac[k].build();
    }

    long long count(const string& str) const {
        long long ret = 0;
        for (int i = 0; i < (int)ac.size(); ++i) ret += ac[i].count(str);
        return ret;
    }
};
```

4.3 Hashing

```
/*
 * Hashing
 * El objetivo es convertir una cadena en un numero entero
 * para poder comparar cadenas en O(1)
 * Tiempo: O(|s|)
 */

const int MX = 3e5 + 2;  // Tamano maximo del string S

inline int add(int a, int b, const int &mod) { return a + b >= mod ? a + b - mod : a + b; }
inline int sbt(int a, int b, const int &mod) { return a - b < 0 ? a - b + mod : a - b; }
inline int mul(int a, int b, const int &mod) { return 1ll * a * b % mod; }

const int X[] = {257, 359};
const int MOD[] = {(int)1e9 + 7, (int)1e9 + 9};
vector<int> xpow[2];

struct hashing {
    vector<int> h[2];

    hashing(string &s) {
        int n = s.size();
        for (int j = 0; j < 2; ++j) {
            h[j].resize(n + 1);
            for (int i = 1; i <= n; ++i) {
                h[j][i] = add(mul(h[j][i - 1], X[j], MOD[j]), s[i - 1], MOD[j]);
            }
        }
    }
    // Hash del substring en el rango [i, j)
    ll value(int l, int r) {
        int a = sbt(h[0][r], mul(h[0][l], xpow[0][r - l], MOD[0]), MOD[0]);
        int b = sbt(h[1][r], mul(h[1][l], xpow[1][r - l], MOD[1]), MOD[1]);
        return (ll(a) << 32) + b;
    }
};

// Llamar la funcion antes del hashing
void calc_xpow(int mxlen = MX) {
    for (int j = 0; j < 2; ++j) {
        xpow[j].resize(mxlen + 1, 1);
        for (int i = 1; i <= mxlen; ++i) {
            xpow[j][i] = mul(xpow[j][i - 1], X[j], MOD[j]);
        }
    }
}
```

4.4 KMP

```
/*
 * Prefix function. Knuth-Morris-Pratt
 * El prefix function para un string S es definido como un arreglo phi donde phi[i] es
 * la longitud del prefijo propio de S mas largo de la subcadena S[0..i] el cual tambien
 * es sufijo de esta subcadena
 * Tiempo: O(|s| + |pat|)
 */

vi PI(const string& s) {
    vi p(SZ(s));
    FOR(i, 1, SZ(s)) {
        int g = p[i - 1];
        while (g && s[i] != s[g]) g = p[g - 1];
        p[i] = g + (s[i] == s[g]);
    }
    return p;
}

// Concatena s + \0 + pat para encontrar las ocurrencias
```

```
vi KMP(const string& s, const string& pat) {
    vi phi = PI(pat + '\0' + s), res;
    FOR(i, SZ(phi) - SZ(s), SZ(phi))
    if (phi[i] == SZ(pat)) res.push_back(i - 2 * SZ(pat));
    return res;
}

// A partir del phi de patron busca las ocurrencias en s
int KMP(const string& s, const string& pat) {
    vi phi = PI(pat);
    int matches = 0;
    for (int i = 0, j = 0; i < SZ(s); ++i) {
        while (j > 0 && s[i] != pat[j]) j = phi[j - 1];
        if (s[i] == pat[j]) ++j;
        if (j == SZ(pat)) {
            matches++;
            j = phi[j - 1];
        }
    }
    return matches;
}

/*
 * Automaton KMP
 * El estado en el es el valor actual de la prefix function,
       y la transicion de un
 * estado a otro se realiza a traves del siguiente caracter
 * Uso: aut[state][nextCharacter]
 * Tiempo: O(|s|*C)
 */
// Automaton O(|s|*C)
vector<vector<int>> aut;
void compute_automaton(string s) {
    s += '#';
    int n = s.size();
    vector<int> phi = PI(s);
    aut.assign(n, vector<int>(26));
    FOR(i, 0, n) {
        FOR(c, 0, 26) {
            if (i > 0 && 'a' + c != s[i])
                aut[i][c] = aut[phi[i - 1]][c];
            else
                aut[i][c] = i + ('a' + c == s[i]);
        }
    }
}
```

4.5 Manacher

```
vi manacher(string _S) {
    string S = char(64);
    for (char c : _S) S += c, S += char(35);
    S.back() = char(38);
    vi ans(SZ(S) - 1);
    int lo = 0, hi = 0;
    FOR(i, 1, SZ(S) - 1) {
        if (i != 1) ans[i] = min(hi - i, ans[hi - i + lo]);
        while (S[i - ans[i] - 1] == S[i + ans[i] + 1]) ++ans
              [i];
        if (i + ans[i] > hi) lo = i - ans[i], hi = i + ans[i
             ];
    }
    ans.erase(begin(ans));
    FOR(i, 0, SZ(ans))
    if (i % 2 == ans[i] % 2) ++ans[i];
    return ans;
}
```

4.6 Suffix Array

```
/*
 * Un SuffixArray es un array ordenado de todos los sufijos
       de un string
 * Tiempo: O(|S|)
 * Aplicaciones:
 *  - Encontrar todas las ocurrencias de un substring P
       dentro del string S - O(|P| log n)
 *  - Construir el longest common prefix-interval - O(n log
       n)
 *  - Contar todos los substring diferentes en el string S -
        O(n)
 *  - Encontrar el substring mas largo entre dos strings S y
        T - O(|S|+|T|)
 */

struct SuffixArray {
    vi SA, LCP;
    string S;
    int n;
    SuffixArray(string &s, int lim = 256) : S(s), n(SZ(s) +
          1) {  // O(n log n)
        int k = 0, a, b;
        vi x(ALL(s) + 1), y(n), ws(max(n, lim)), rank(n);
        SA = LCP = y, iota(ALL(SA), 0);

        // Calcular SA
        for (int j = 0, p = 0; p < n; j = max(1, j * 2), lim
                = p) {
            p = j, iota(ALL(y), n - j);
            FOR(i, 0, n) {
                if (SA[i] >= j) y[p++] = SA[i] - j;
            }
            fill(ALL(ws), 0);
            FOR(i, 0, n) {
                ws[x[i]]++;
            }
            FOR(i, 1, lim) {
                ws[i] += ws[i - 1];
            }
            for (int i = n; i--;) SA[--ws[x[y[i]]]] = y[i];
            swap(x, y), p = 1, x[SA[0]] = 0;
            FOR(i, 1, n) {
                a = SA[i - 1];
                b = SA[i], x[b] = (y[a] == y[b] && y[a + j]
                      == y[b + j]) ? p - 1 : p++;
            }
        }

        // Calcular LCP (longest common prefix)
        FOR(i, 1, n) {
            rank[SA[i]] = i;
        }
        for (int i = 0, j; i < n - 1; LCP[rank[i++]] = k)
            for (k &&k--, j = SA[rank[i] - 1]; s[i + k] == s
                 [j + k]; k++)
                ;
    }

    /*
     * Retorna el lower_bound de la subcadena sub en el
           Suffix Array
     * Tiempo: O(|sub| log n)
     */
    int lower(string &sub) {
        int l = 0, r = n - 1;
        while (l < r) {
            int mid = (l + r) / 2;
            int res = S.compare(SA[mid], SZ(sub), sub);
            (res >= 0) ? r = mid : l = mid + 1;
        }
        return l;
    }

    /*
     * Retorna el upper_bound de la subcadena sub en el
           Suffix Array
     * Tiempo: O(|sub| log n)
     */
    int upper(string &sub) {
        int l = 0, r = n - 1;
        while (l < r) {
            int mid = (l + r) / 2;
            int res = S.compare(SA[mid], SZ(sub), sub);
            (res > 0) ? r = mid : l = mid + 1;
        }
        if (S.compare(SA[r], SZ(sub), sub) != 0) --r;
        return r;
    }

    /*
     * Busca si se encuentra la subcadena sub en el Suffix
           Array
     * Tiempo: O(|sub| log n)
     */
    bool subStringSearch(string &sub) {
        int L = lower(sub);
        if (S.compare(SA[L], SZ(sub), sub) != 0) return 0;
        return 1;
    }

    /*
     * Cuenta la cantidad de ocurrencias de la subcadena sub
            en el Suffix Array
     * Tiempo: O(|sub| log n)
     */
    int countSubString(string &sub) {
        return upper(sub) - lower(sub) + 1;
    }

    /*
     * Cuenta la cantidad de subcadenas distintas en el
           Suffix Array
     * Tiempo: O(n)
     */
    ll countDistinctSubstring() {
        ll result = 0;
        FOR(i, 1, n) {
            result += ll(n - SA[i] - 1 - LCP[i]);
        }
        return result;
    }

    /*
     * Busca la subcadena mas grande que se encuentra en el
           string T y S
     * Uso: Crear el SuffixArray con una cadena de la
           concatenacion de T
     * y S separado por un caracter especial (T + '#' + S)
     * Tiempo: O(n)
     */
    string longestCommonSubstring(int lenS, int lenT) {
        int maximo = -1, indice = -1;
        FOR(i, 2, n) {
            if ((SA[i] > lenS && SA[i - 1] < lenS) || (SA[i]
                  < lenS && SA[i - 1] > lenS)) {
                if (LCP[i] > maximo) {
                    maximo = LCP[i];
                    indice = SA[i];
                }
            }
        }
        return S.substr(indice, maximo);
    }

    /*
     * A partir del Suffix Array se crea un Suffix Array
           inverso donde la
     * posicion i del string S devuelve la posicion del
           sufijo S[i..n) en el Suffix Array
     * Tiempo: O(n)
     */
    vi constructRSA() {
        vi RSA(n);
        FOR(i, 0, n) {
            RSA[SA[i]] = i;
        }
        return RSA;
    }
};
```

4.7 Suffix Automaton

```cpp
/**
 * Description: Used infrequently. Constructs minimal deterministic
 * finite automaton (DFA) that recognizes all suffixes of a string.
 * \texttt{len} corresponds to the maximum length of a string in
 * the equivalence class, \texttt{pos} corresponds to
 * the first ending position of such a string, \texttt{lnk}
 * corresponds to the longest suffix that is in a different class.
 * Suffix links correspond to suffix tree of the reversed string!
 * Time: O(N\log \sum)
 */

struct SuffixAutomaton {
    int N = 1;
    vi lnk{-1}, len{0}, pos{-1};  // suffix link,
    // max length of state, last pos of first occurrence of state
    vector<map<char, int>> nex{1};
    vector<bool> isClone{0};
    // transitions, cloned -> not terminal state
    vector<vi> iLnk;          // inverse links
    int add(int p, char c) {  // ~p nonzero if p != -1
        auto getNex = [&]() {
            if (p == -1) return 0;
            int q = nex[p][c];
            if (len[p] + 1 == len[q]) return q;
            int clone = N++;
            lnk.pb(lnk[q]);
            lnk[q] = clone;
            len.pb(len[p] + 1), nex.pb(nex[q]),
                pos.pb(pos[q]), isClone.pb(1);
            for (; ~p && nex[p][c] == q; p = lnk[p]) nex[p][c] = clone;
            return clone;
        };
        // if (nex[p].count(c)) return getNex();
        // ^ need if adding > 1 string
        int cur = N++;  // make new state
        lnk.emplace_back(), len.pb(len[p] + 1), nex.emplace_back(),
            pos.pb(pos[p] + 1), isClone.pb(0);
        for (; ~p && !nex[p].count(c); p = lnk[p]) nex[p][c] = cur;
        int x = getNex();
        lnk[cur] = x;
        return cur;
    }
    void init(string s) {
        int p = 0;
        for (char x : s) p = add(p, x);
    }  /// add string to automaton
    // inverse links
    void genIlnk() {
        iLnk.resize(N);
        FOR(v, 1, N)
        iLnk[lnk[v]].pb(v);
    }
    // APPLICATIONS
    void getAllOccur(vi& oc, int v) {
        if (!isClone[v]) oc.pb(pos[v]);  // terminal position
        for (auto u : iLnk[v]) getAllOccur(oc, u);
    }
    vi allOccur(string s) {  // get all occurrences of s in automaton
        int cur = 0;
        for (char x : s) {
            if (!nex[cur].count(x)) return {};
            cur = nex[cur][x];
        }
        // convert end pos -> start pos
        vi oc;
        getAllOccur(oc, cur);
        for (auto t : oc) t += 1 - SZ(s);
        sort(ALL(oc));
        return oc;
    }
    vector<ll> distinct;
    ll getDistinct(int x) {
        // # distinct strings starting at state x
        if (distinct[x]) return distinct[x];
        distinct[x] = 1;
        for (auto y : nex[x]) distinct[x] += getDistinct(y.second);
        return distinct[x];
    }
    ll numDistinct() {  // # distinct substrings including empty
        distinct.resize(N);
        return getDistinct(0);
    }
    ll numDistinct2() {  // assert(numDistinct()==numDistinct2());
        ll ans = 1;
        FOR(i, 1, N)
        ans += len[i] - len[lnk[i]];
        return ans;
    }
};

SuffixAutomaton S;
vi sa;
string s;
void dfs(int x) {
    if (!S.isClone[x]) sa.pb(SZ(s) - 1 - S.pos[x]);
    vector<pair<char, int>> chr;
    for (auto t : S.iLnk[x]) chr.pb({s[S.pos[t] - S.len[x]], t});
    sort(ALL(chr));
    for (auto t : chr) dfs(t.second);
}

int main() {
    reverse(ALL(s));
    S.init(s);
    S.genIlnk();
    dfs(0);
}
```

4.8 Suffix Tree

```cpp
/**
 * Description: Used infrequently. Ukkonen's algorithm for suffix tree. Longest
 * non-unique suffix of \texttt{s} has length \texttt{len[p]+lef} after each
 * call to \texttt{add} terminates. Each iteration of loop within \texttt{add}
 * decreases this quantity by one.
 * Time: O(N\log \sum)
 */

struct SuffixTree {
    string s;
    int N = 0;
    vi pos, len, lnk;
    vector<map<char, int>> to;

    SuffixTree(string _s) {
        make(-1, 0);
        int p = 0, lef = 0;
        for (char c : _s) add(p, lef, c);
        add(p, lef, '$');
        s.pop_back();  // terminal char
    }
    int make(int POS, int LEN) {  // lnk[x] is meaningful when
        // x!=0 and len[x] != MOD
        pos.pb(POS);
        len.pb(LEN);
        lnk.pb(-1);
        to.emplace_back();
        return N++;
    }
    void add(int& p, int& lef, char c) {  // longest
        // non-unique suffix is at node p with lef extra chars
        s += c;
        ++lef;
        int lst = 0;
        for (; lef; p ? p = lnk[p] : lef--) {  // if p != root then lnk[p]
            // must be defined
            while (lef > 1 && lef > len[to[p][s[SZ(s) - lef]]])
                p = to[p][s[SZ(s) - lef]], lef -= len[p];
            // traverse edges of suffix tree while you can
            char e = s[SZ(s) - lef];
            int& q = to[p][e];
            // next edge of suffix tree
            if (!q) q = make(SZ(s) - lef, MOD), lnk[lst] = p, lst = 0;
            // make new edge
            else {
                char t = s[pos[q] + lef - 1];
                if (t == c) {
                    lnk[lst] = p;
                    return;
                }  // suffix not unique
                int u = make(pos[q], lef - 1);
                // new node for current suffix-1, define its link
                to[u][c] = make(SZ(s) - 1, MOD);
                to[u][t] = q;
                // new, old nodes
                pos[q] += lef - 1;
                if (len[q] != MOD) len[q] -= lef - 1;
                q = u, lnk[lst] = u, lst = u;
            }
        }
    }

    int maxPre(string x) {  // max prefix of x which is substring
        for (int p = 0, ind = 0;;) {
            if (ind == SZ(x) || !to[p].count(x[ind])) return ind;
            p = to[p][x[ind]];
            FOR(i, 0, len[p]) {
                if (ind == SZ(x) || x[ind] != s[pos[p] + i])
                    return ind;
                ind++;
            }
        }
    }
    vi sa;  // generate suffix array
    void genSa(int x = 0, int Len = 0) {
        if (!SZ(to[x]))
            sa.pb(pos[x] - Len);  // found terminal node
        else
            for (auto t : to[x]) genSa(t.second, Len + len[x]);
    }
};
```

4.9 Trie

```cpp
struct TrieNode {
    unordered_map<char, TrieNode *> children;
    bool isEndOfWord;
    int numPrefix;
```

```
    TrieNode() : isEndOfWord(false), numPrefix(0) {}
};

class Trie {
   private:
    TrieNode *root;

   public:
    Trie() {
        root = new TrieNode();
    }

    void insert(string word) {
        TrieNode *curr = root;
        for (char c : word) {
            if (curr->children.find(c) == curr->children.end
                  ()) {
                curr->children[c] = new TrieNode();
            }
            curr = curr->children[c];
            curr->numPrefix++;
        }
        curr->isEndOfWord = true;
    }

    bool search(string word) {
        TrieNode *curr = root;
        for (char c : word) {
            if (curr->children.find(c) == curr->children.end
                  ()) {
                return false;
            }
            curr = curr->children[c];
        }
        return curr->isEndOfWord;
    }

    bool startsWith(string prefix) {
        TrieNode *curr = root;
        for (char c : prefix) {
            if (curr->children.find(c) == curr->children.end
                  ()) {
                return false;
            }
            curr = curr->children[c];
        }
        return true;
    }

    int countPrefix(string prefix) {
        TrieNode *curr = root;
        for (char c : prefix) {
            if (curr->children.find(c) == curr->children.end
                  ()) {
                return 0;
            }
            curr = curr->children[c];
        }
        return curr->numPrefix;
    }
};
```

4.10 Z-Algorithm

```
/*
 * Z-algorithm
 * La Z-function es un arreglo donde el elemento i es igual
      al numero mas grande de
 * caracteres que empiezan desde la posicion i que coincide
      con el prefijo de S,
 * excepto Z[0] = 0. (abacaba -> 0010301)
 * Tiempo: O(|S|)
 */
vi Z(const string& S) {
    vi z(SZ(S));
    int l = -1, r = -1;
    FOR(i, 1, SZ(S)) {
        z[i] = i >= r ? 0 : min(r - i, z[i - l]);
        while (i + z[i] < SZ(S) && S[i + z[i]] == S[z[i]])
            z[i]++;
        if (i + z[i] > r)
            l = i, r = i + z[i];
    }
    return z;
}
```

5 Dynamic Programming

5.1 2D Sum

```
/**
 * Descripcion: Calcula rapidamente la suma de una submatriz dadas sus
 * esquinas superior izquierda e inferior derecha (no inclusiva)
 * Uso:
 * SubMatrix<int> m(matrix);
 * m.sum(0, 0, 2, 2); // 4 elementos superiores
 * Tiempo: O(n * m) en preprocesamiento y O(1) por query
 */
template <class T>
struct SubMatrix {
    vector<vector<T>> p;
    SubMatrix(vector<vector<T>>& v) {
        int R = sz(v), C = sz(v[0]);
        p.assign(R + 1, vector<T>(C + 1));
        FOR(r, 0, R)
           FOR(c, 0, C)
               p[r + 1][c + 1] = v[r][c] + p[r][c + 1] + p[r + 1][c] - p[r][c];
    }
    T sum(int u, int l, int d, int r) {
        return p[d][r] - p[d][l] - p[u][r] + p[u][l];
    }
};
```

5.2 Tecnica con Deque

```
// Retorna un vector b en donde b[i] es igual a
// max(a[i], a[i + 1], a[i + 2], ..., a[i + p - 1]);

vi max_1D(vi a, int p) {
    vi b(sz(a) - p + 1);
    deque<int> dq;
    FOR(i, sz(a)) {
        while (sz(dq) && a[dq.bk] <= a[i])
            dq.pop_back();
        dq.pb(i);
        if (dq.ft <= i - p)
            dq.pop_front();

        if (i + 1 >= p)
            b[i + 1 - p] = a[dq.ft];
    }
}
```

5.3 DP con digitos

```
/* Enunciado.
   Dada una cadena s de la forma "?????d???d?d??" o "?d????d?d", donde d es un digito cualquiera
   asignar a los caracteres ? algun digito, para formar el numero mas pequenio posible
   que ademas sea divisible por D y no tenga ceros a la izquierda
*/

const int MAXN = 1e5 + 5;

string s;  // cadena
int D;
stack<int> st;

bool dp[MAXN][MAXN];  // He pasado por aqui?
bool solve(int pos, int residuo) {
    if (dp[pos][residuo])
        return false;
    if (pos == s.length())
        return residuo == 0;

    if (s[pos] == '?') {
        for (int k = (pos == 0); k <= 9; k++) {
            if (solve(pos + 1, (residuo * 10 + k) % D)) {
                st.push(k);
                return true;
            }
        }
    } else {
        if (solve(pos + 1, (residuo * 10 + (s[pos] - '0')) % D)) {
            st.push(s[pos] - '0');
            return true;
        }
    }
    dp[pos][residuo] = true;
    return false;
}

int main() {
    cin >> s >> D;

    if (solve(0, 0)) {
        while (!st.empty()) {
            cout << st.top();
            st.pop();
        }
        cout << ENDL;
    } else
        cout << "*\n";

    return 0;
}
```

5.4 Knapsack

```
/*
Algoritmo: Problema de la mochila
Tipo: DP
Complejidad: O(n^2)

Problema:
Se cuenta con una coleccion de N objetos donde cada uno tiene un peso y un valor,
y una mochila a la que le caben C unidades de peso.
Escribe un programa que calcule la maxima suma de valores que se puede lograr guardando
objetos en la mochila sin superar su capacidad de peso.
*/

ii objeto[MAXN];  // {peso, valor}
int dp[MAXN][MAXN];
int n;

int mochila(int i, int libre) {
    if (libre < 0)
        return -INF;
    if (i == n)
        return 0;
    if (dp[i][libre] != -1)
        return dp[i][libre];

    int opcion1 = mochila(i + 1, libre);
    int opcion2 = objeto[i].second + mochila(i + 1, libre - objeto[i].first);

    return (dp[i][libre] = max(opcion1, opcion2));
}

/*
Ejemplo de uso:
memset(dp,-1,sizeof(dp));
cout << mochila(0,pmax);
*/
```

5.5 Longest Increasing Subsequence

```
#define FOR(i, n) for (int i = 0; i < n; i++)
const int MAXN = 2e4;

// Si no se necesita imprimir la LIS por completo, eliminar p.
int p[MAXN], nums[MAXN];

void print_LIS(int i) {  // backtracking routine
    if (p[i] == -1) {
        cout << A[i];
        return;
    }                    // base case
    print_LIS(p[i]);  // backtrack
    cout << nums[i];
}

int main() {
    int n;
    cin >> n;
    FOR(i, n)
    cin >> nums[i];

    int lis_sz = 0, lis_end = 0;
    int L[n], L_id[n];
    FOR(i, n) {
        L[i] = L_id[i] = 0;
        p[i] = -1;
    }

    FOR(i, n) {  // O(n)
        int pos = lower_bound(L, L + lis_sz, nums[i]) - L;
        L[pos] = nums[i];  // greedily overwrite this
        L_id[pos] = i;     // remember the index too

        p[i] = pos ? L_id[pos - 1] : -1;  // predecessor info

        if (pos == lis_sz) {   // can extend LIS?
            lis_sz = pos + 1;  // k = longer LIS by +1
            lis_end = i;       // keep best ending i
        }
    }
    cout << lis_sz << ENDL;
}
```

5.6 Monotonic Stack

```
// Usando la tecnica de la pila monotona para calcular para cada indice, el elemento menor a la izquierda

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(nullptr);

    int n = 12, heights[n] = {1, 8, 4, 9, 9, 10, 3, 2, 4, 8, 1, 13}, leftSmaller[n];
    stack<int> st;
    FOR (i, 0, n) {
        while (!st.empty() && heights[st.top()] > heights[i])
            st.pop();
        if (st.empty())
            leftSmaller[i] = -1;
        else
            leftSmaller[i] = st.top();
        st.push(i);
```

```
    }
}
```

5.7 Travelling Salesman Problem

```
/*
Problema de agente viajero TSP
El problema del agente viajero consiste en encontrar un
      recorrido
que visite todos los vertices de un grafo, sin repetir y a
      costo minimo.
Escribe un programa que resuelva la version del problema en
      la que el agente
viajero puede comenzar en cualquier vertice y no necesita
      regresar al vertice inicial.
*/

int dist[MAXN][MAXN];
int dp[MAXN][1 << (MAXN + 1)];
int n;

int solve(int idx, int mask) {
    if (mask == (1 << n) - 1)
        return 0;
    if (dp[idx][mask] != -1)
        return dp[idx][mask];

    int ret = INF;
    FOR(i, n) {
        if ((mask & (1 << i)) == 0) {
            int newMask = mask | (1 << i);
            ret = min(ret, solve(i, newMask) + dist[idx][i])
                  ;
        }
    }
    return dp[idx][mask] = ret;
}

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(nullptr);

    cin >> n;
    memset(dp, -1, sizeof(dp));
    FOR(i, n) {
        FOR(j, n) {
            cin >> dist[i][j];
        }
    }
    int ans = INF;
    FOR(i, n) {
        ans = min(ans, solve(i, (1 << (i))));
    }
    cout << ans;
    return 0;
}
```

6 Graphs

6.1 2SAT

```
/**
 * Descripcion: estructura para resolver el problema de
      TwoSat:
 * dadas disyunciones del tipo (a or b) donde las variables
      pueden
 * o no estar negadas, se necesita saber si es posible
      asignarle un
 * valor a cada variable de tal modo que cada disyuncion se
      cumpla.
 * Las variables negadas son representadas por inversiones
      de bits (~x)
 * Uso:
 * TwoSat ts(numero de variables booleanas);
 * ts.either(0, ~3);            La variable 0 es verdadera o
      la variable 3 es falsa
 * ts.setValue(2);              La variable 2 es verdadera
 * ts.atMostOne({0, ~1, 2});    <= 1 de vars 0, ~1 y 2 son
      verdedero
 * ts.solve();                  Retorna verdadero si existe
      solucion
 * ts.values[0..N-1]            Tiene los valores asignados a
       las variables
 * Tiempo: O(N + E), donde N es el numero de variables
      booleanas y E es el numero de clausulas
*/

using vector<int> = vi;
struct TwoSat {
    int N;
    vector<vi> adj;
    vi values; // 0 = false, 1 = true

    TwoSat(int n = 0) : N(n), adj(2*n) {}

    int addVar() {
        adj.emplace_back();
        adj.emplace_back();
        return N++;
    }

    // Agregar una disyuncion
    void either(int x, int y) { // Nota: (a v b), es
         equivalente a la expresion (~a -> b) n (~b -> a)
        x = max(2*x, -1-2*x), y = max(2*y, -1-2*y);
        adj[x].push_back(y^1), adj[y].push_back(x^1);
    }
    void setValue(int x) { either(x, x); }
    void implies(int x, int y) { either(~x, y); }
    void make_diff(int x, int y) {
        either(x, y);
        either(~x, ~y);
    }
    void make_eq(int x, int y) {
        either(~x, y);
        either(x, ~y);
    }

    void atMostOne(const vi& li) {
        if (li.size() <= 1) return;
        int cur = ~li[0];
        for(int i = 2; i < li.size(); i++){
            int next = addVar();
            either(cur, ~li[i]);
            either(cur, next);
            either(~li[i], next);
            cur = ~next;
        }
        either(cur, ~li[1]);
    }

    vi dfs_num, comp;
    stack<int> st;
    int time = 0;
    int tarjan(int u) {
        int x, low = dfs_num[u] = ++time;
        st.push(u);
        for(int v : adj[u])
            if (!comp[v])
                low = min(low, dfs_num[v] ?: tarjan(v));
        if (low == dfs_num[u]) {
            do {
                x = st.top();
                st.pop();
                comp[x] = low;
                if (values[x >> 1] == -1)
                    values[x >> 1] = x & 1;
            } while (x != u);
        }
        return dfs_num[u] = low;
    }

    bool solve() {
        values.assign(N, -1);
        dfs_num.assign(2 * N, 0);
        comp.assign(2 * N, 0);
        for(int i = 0; i < 2 * N; i++)
            if (!comp[i])
                tarjan(i);
        for(int i = 0; i < N; i++)
            if (comp[2 * i] == comp[2 * i + 1])
                return 0;
        return 1;
    }
};
```

6.2 Bridge Detection

```
/**
 * Descripcion: algoritmo para buscar puentes en un grafo
 * Tiempo: O(V + E)
 */

int n;
vector<int> g[MAXN];
bool articulation[MAXN];
int tin[MAXN], low[MAXN], timer, dfsRoot, rootChildren;

void dfs(int u, int p = -1) {
    tin[u] = low[u] = timer++;
    for (int v : g[u]) {
        if (v == p)
            continue;
        if (tin[v] != -1)
            low[u] = min(low[u], tin[v]);
        else {
            if (u == dfsRoot) // La raiz es un punto de
                 articulacion
                ++rootChildren;

            dfs(v, u);

            if (low[v] >= tin[u])
                articulation[u] = 1;
            if (low[v] > tin[u])
                // La arista (u, v) es un puente

            low[u] = min(low[u], low[v]);
        }
    }
}

void find_bridges_articulations() {
    memset(tin, tin + n, -1);
    memset(low, low + n, -1);

    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        if (tin[i] == -1) {
            dfsRoot = i;
            rootChildren = 0;
            dfs(i);
            articulation[dfsRoot] = (rootChildren > 1);
        }
    }
}
```

6.3 Kosaraju (SCC)

```
/**
 * Descripcion: sirve para la busqueda de componentes
      fuertemente conexos (SCC),
 * este realiza dos pasadas DFS, la primera para almacenar
      el orden de finalizacion
 * decreciente (orden topologico) y la segunda se realiza en
       un grafo transpuesto a
 * partir del orden topologico para hallar los SCC.
 * Tiempo: O(V + E)
 */

vi graph[MAXN];    // Grafo
vi graph_T[MAXN];  // Grafo transpuesto
vi dfs_num;
vi S;
int N, numSCC;

void Kosaraju(int u, int pass) {
    dfs_num[u] = 1;
    vi &neighbor = (pass == 1) ? graph[u] : graph_T[u];
    for (auto v : neighbor) {
        if (dfs_num[v] == -1)
            Kosaraju(v, pass);
    }
    S.pb(u);
}

int main() {
    S.clear();
    dfs_num.assign(N, -1);
    FOR(u, N) {
        if (dfs_num[u] == -1)
            Kosaraju(u, 1);
    }
    dfs_num.assign(N, -1);
    numSCC = 0;
    ROF(i, N) {  // Segunda pasada
        if (dfs_num[S[i]] == -1) {
            ++numSCC;
            Kosaraju(S[i], 2);
        }
    }
    cout << numSCC << ENDL;
}
```

6.4 Tarjan (SCC)

```
/**
 * Descripcion: sirve para la busqueda de componentes
      fuertemente conexos (SCC)
 * Un SCC se define de la siguiente manera: si elegimo
      cualquier par de vertices u y v
 * en el SCC, podemos encontrar un camino de u a v y
      viceversa
 * Explicacion: La idea basica del algoritmo de Tarjan es
      que los SCC forman subarboles
 * en el arbol de expansion de la DFS. Ademas de calcular
      tin(u) y low(u) para cada vertice,
 * anadimos el vertice u al final de una pila y mantenemos
      la informacion de que vertices
 * estan siendo explorados, mediante vi visited. Solo los
      vertices que estan marcados como
```

```
 * visited (parte del SCC actual) pueden actualizar low(u).
     Ahora, si tenemos el vertice u
 * en este arbol de expansion DFS con low(u) = tin(u),
     podemos concluir que u es la raiz de
 * un SCC y los miembros de estos SCC se pueden identificar
     obteniendo el contenido actual
 * de la pila, hasta que volvamos a llegar al vertice u
 * Tiempo: O(V + E)
 */

int n;                      // number of nodes
vector<vector<int>> adj;  // adjacency list of graph

vector<int> tin, low, visited;
int timer, numSCC;
stack<int> pila;

void tarjanSCC(int u) {
    tin[u] = low[u] = timer++;
    pila.push(u);
    visited[u] = 1;
    for (int to : adj[u]) {
        if (tin[to] == -1)
            tarjanSCC(to);
        if (visited[to])
            low[u] = min(low[u], low[to]);
    }
    if (low[u] == tin[u]) {
        ++numSCC;
        while (1) {
            int v = pila.top();
            pila.pop();
            visited[v] = 0;
            if (u == v)
                break;
        }
    }
}

int main() {
    timer = 0;
    tin.assign(n, -1);
    low.assign(n, 0);
    visited.assign(n, 0);
    while (!pila.empty())
        pila.pop();
    timer = numSCC = 0;
    FOR(i, n) {
        if (tin[i] == -1)
            tarjanSCC(i);
    }
}
```

6.5 General Matching

```
/**
 * Descripcion: Variante de la implementacion de Gabow para
     el algoritmo
 * de Edmonds-Blossom. Maximo emparejamiento sin peso para
     un grafo en
 * general, con 1-indexacion. Si despues de terminar la
     llamada a solve(),
 * white[v] = 0, v es parte de cada matching maximo.
 * Tiempo: O(NM), mas rapido en la practica.
 */
struct MaxMatching {
    int N;
    vector<vi> adj;
    vector<int> mate, first;
    vector<bool> white;
    vector<pi> label;

    MaxMatching(int _N) : N(_N), adj(vector<vi>(N + 1)),
          mate(vi(N + 1)), first(vi(N + 1)), label(vector<pi
          >(N + 1)), white(vector<bool>(N + 1)) { }

    void addEdge(int u, int v) { adj.at(u).pb(v), adj.at(v).
          pb(u); }

    int group(int x) {
        if (white[first[x]])
            first[x] = group(first[x]);
        return first[x];
    }
    void match(int p, int b) {
        swap(b,mate[p]);
        if (mate[b] != p)
            return;
        if (!label[p].second)
            mate[b] = label[p].first, match(label[p].first,b
                 ); // vertex label
        else
            match(label[p].first,label[p].second), match(
                 label[p].second,label[p].first); // edge
                 label
    }
    bool augment(int st) {
        assert(st);
        white[st] = 1;
        first[st] = 0;
        label[st] = {0, 0};

        queue<int> q;
        q.push(st);

        while (!q.empty()) {
            int a = q.front();
            q.pop(); // outer vertex
            for (auto& b : adj[a]) {
                assert(b);
                if (white[b]) {
                    int x = group(a), y = group(b), lca = 0;
                    while (x || y) {
                        if (y)
                            swap(x,y);
                        if (label[x] == pi{a, b}) {
                            lca = x;
                            break;
                        }
                        label[x] = {a, b};
                        x = group(label[mate[x]].first);
                    }
                    for (int v: {group(a), group(b)})
                        while (v != lca) {
                            assert(!white[v]); // make
                                 everything along path
                                 white
                            q.push(v);
                            white[v] = true;
                            first[v] = lca;
                            v = group(label[mate[v]].first);
                        }
                } else if (!mate[b]) {
                    mate[b] = a;
                    match(a,b);
                    white = vector<bool>(N + 1); // reset
                    return true;
                } else if (!white[mate[b]]) {
                    white[mate[b]] = true;
                    first[mate[b]] = b;
                    label[b] = {0,0};
                    label[mate[b]] = pi{a, 0};
                    q.push(mate[b]);
                }
            }
        }
        return false;
    }
    int solve() {
        int ans = 0;
        FOR (st, 1, N + 1)
            if (!mate[st])
                ans += augment(st);
        FOR (st, 1, N + 1)
            if (!mate[st] && !white[st])
                assert(!augment(st));
        return ans;
    }
};
```

6.6 Hopcroft Karp

```
/**
 * Descripcion: Algoritmo para resolver el problema de
     maximum bipartite
 * matching. Los nodos para c1 y c2 deben comenzar desde el
     indice 1
 * Tiempo: O(sqrt(|V|) * E)
 */

int dist[MAXN], pairU[MAXN], pairV[MAXN], c1, c2;
vi graph[MAXN];

bool bfs() {
    queue<int> q;

    for (int u = 1; u <= c1; u++) {
        if (!pairU[u]) {
            dist[u] = 0;
            q.push(u);
        } else
            dist[u] = INF;
    }

    dist[0] = INF;

    while (!q.empty()) {
        int u = q.front();
        q.pop();

        if (dist[u] < dist[0]) {
            for (int v : graph[u]) {
                if (dist[pairV[v]] == INF) {
                    dist[pairV[v]] = dist[u] + 1;
                    q.push(pairV[v]);
                }
            }
        }
    }

    return dist[0] != INF;
}

bool dfs(int u) {
    if (u) {
        for (int v : graph[u]) {
            if (dist[pairV[v]] == dist[u] + 1) {
                if (dfs(pairV[v])) {
                    pairU[u] = v;
                    pairV[v] = u;
                    return true;
                }
            }
        }

        dist[u] = INF;
        return false;
    }
    return true;
}

int hopcroftKarp() {
    int result = 0;

    while (bfs())
        for (int u = 1; u <= c1; u++)
            if (!pairU[u] && dfs(u))
                result++;
```

```
    return result;
}
```

6.7 Hungaro

```
/**
 * Descripcion: Dado un grafo bipartito ponderado, empareja
      cada nodo
 * en la izquierda con un nodo en la derecha, tal que ningun
      nodo
 * pertenece a 2 emparejamientos y que la suma de los pesos
      de las
 * aristas usadas es minima. Toma a[N][M], donde a[i][j] es
 * el costo de emparejar L[i] con R[j], retorna (costo
      minimo, match),
 * donde L[i] es emparejado con R[match[i]], negar costos si
      se requiere
 * el emparejamiento maximo, se requiere que N <= M.
 * Tiempo: O(N^2 M)
 */
pair<int, vi> hungarian(const vector<vi> &a) {
        if (a.empty()) return {0, {}};
        int n = SZ(a) + 1, m = SZ(a[0]) + 1;
        vi u(n), v(m), p(m), ans(n - 1);
        FOR(i,1,n) {
                p[0] = i;
                int j0 = 0; // add "dummy" worker 0
                vi dist(m, INT_MAX), pre(m, -1);
                vector<bool> done(m + 1);
                do { // dijkstra
                        done[j0] = true;
                        int i0 = p[j0], j1, delta = INT_MAX;
                        FOR (j,1,m) if (!done[j]) {
                                auto cur = a[i0 - 1][j - 1]
                                      - u[i0] - v[j];
                                if (cur < dist[j]) dist[j] =
                                        cur, pre[j] = j0;
                                if (dist[j] < delta) delta =
                                        dist[j], j1 = j;
                        }
                        FOR(j,0,m) {
                                if (done[j]) u[p[j]] +=
                                      delta, v[j] -= delta;
                                else dist[j] -= delta;
                        }
                        j0 = j1;
                } while (p[j0]);
                while (j0) { // update alternating path
                        int j1 = pre[j0];
                        p[j0] = p[j1], j0 = j1;
                }
        }
        FOR(j,1,m) if (p[j]) ans[p[j] - 1] = j - 1;
        return {-v[0], ans}; // min cost
}
```

6.8 Kuhn

```
/**
 * Descripcion: Soluciona el problema de maximo
      emparejamiento bipartito,
 * se basa en el algoritmo que puede ser pensado como n DFS
      siendo ejecutadas.
 * Tiempo: O(n^2)
 */
int n, k;
vector<vector<int>> g;
vector<int> mt;
vector<bool> used;

bool try_kuhn(int v) {
    if (used[v])
        return false;
    used[v] = true;
    for (int to : g[v]) {
        if (mt[to] == -1 || try_kuhn(mt[to])) {
            mt[to] = v;
            return true;
        }
    }
    return false;
}

int main() {
    //... reading the graph ...

    mt.assign(k, -1);
    int ans = 0;
    for (int v = 0; v < n; ++v) {
        used.assign(n, false);
        if (try_kuhn(v)) ans++;
    }

    cout << ans << ENDL;
    for (int i = 0; i < k; ++i)
        if (mt[i] != -1)
            printf("%d %d\n", mt[i] + 1, i + 1);
}
```

6.9 Kruskal (MST)

```
/**
 * Descripcion: tiene como principal funcion calcular la
      suma del
 * peso de las aristas del arbol minimo de expansion (MST)
      de un grafo,
 * la estrategia es ir construyendo gradualmente el MST,
      donde
 * iterativamente se coloca la arista disponible con menor
      peso y
 * ademas no conecte 2 nodos que pertenezcan al mismo
      componente.
 * Tiempo: O(E log E)
 */

#include<../Data Structure/DSU.h>

using Edge = tuple<int, int, int>;

int main() {
    int V, E;
    cin >> V >> E;

    DSU dsu;
    dsu.init(V);
    Edge edges[E];

    for (int i = 0; i < E; i++) {
        int u, v, w;
        cin >> u >> v >> w;
        edges[i] = {w, u, v};
    }
    sort(edges, edges + E);

    int totalWeight = 0;
    for (int i = 0; i < E && V > 1; i++) {
        auto [w, u, v] = edges[i];
        if (!dsu.sameSet(u, v)) {
            totalWeight += w;
            V -= dsu.unite(u, v);
        }
    }
    cout << "MST weight: " << totalWeight << '\n';
}
```

6.10 Prim (MST)

```
/**
 * Descripcion: tiene como principal funcion calcular la
      suma del
 * peso de las aristas del arbol minimo de expansion (MST)
      de un grafo,
 * la estrategia es ir construyendo gradualmente el MST, se
      selecciona un
 * nodo arbitrario y se agregan sus aristas con nodos que no
       hayan
 * sido agregados con anterioridad y se va tomando la de
      menor peso hasta
 * completar el MST.
 * Tiempo: O(E log E)
 */

int V, E;
vector<pi> graph[MAXN];
bool taken[MAXN];
priority_queue<pi> pq;

void process(int u) {
    taken[u] = 1;
    for (auto &[v, w] : graph[u])
        if (!taken[v])
            pq.push({-w, v});
}

int prim() {
    process(0);
    int totalWeight = 0, takenEdges = 0;
    while (!pq.empty() && takenEdges != V - 1) {
        auto [w, u] = pq.top();
        pq.pop();

        if (taken[u]) continue;

        totalWeight -= w;
        process(u);
        ++takenEdges;
    }
    return totalWeight;
}
```

6.11 Dinic

```
/**
 * Descripcion: algoritmo para calcular el flujo maximo en
      un grafo
 * Tiempo: O(V^2 E)
 */

struct Dinic {
    struct Edge {
        int to, rev;
        ll c, oc;
        ll flow() { return max(oc - c, 0LL); } // if you
            need flows
    };
    vi lvl, ptr, q;
    vector<vector<Edge>> adj;
    Dinic(int n) : lvl(n), ptr(n), q(n), adj(n) {}
    void addEdge(int a, int b, ll c, ll rcap = 0) {
        adj[a].push_back({b, SZ(adj[b]), c, c});
        adj[b].push_back({a, SZ(adj[a]) - 1, rcap, rcap});
    }
    ll dfs(int v, int t, ll f) {
        if (v == t || !f) return f;
        for (int& i = ptr[v]; i < SZ(adj[v]); i++) {
            Edge& e = adj[v][i];
            if (lvl[e.to] == lvl[v] + 1)
                if (ll p = dfs(e.to, t, min(f, e.c))) {
                    e.c -= p, adj[e.to][e.rev].c += p;
                    return p;
```

```cpp
                }
            }
            return 0;
        }
        ll calc(int s, int t) {
            ll flow = 0; q[0] = s;
            FOR (L,0,31) do { // 'int L=30' maybe faster for random data
                lvl = ptr = vi(SZ(q));
                int qi = 0, qe = lvl[s] = 1;
                while (qi < qe && !lvl[t]) {
                    int v = q[qi++];
                    for (Edge e : adj[v])
                        if (!lvl[e.to] && e.c >> (30 - L))
                            q[qe++] = e.to, lvl[e.to] = lvl[v] + 1;
                }
                while (ll p = dfs(s, t, LLONG_MAX)) flow += p;
            } while (lvl[t]);
            return flow;
        }
        bool leftOfMinCut(int a) { return lvl[a] != 0; }
};
```

6.12 Min Cost Max Flow

```cpp
/**
 * Descripcion: maximo flujo de coste minimo. Se permite que cap[i][j] != cap[j][i], pero
 * las aristas dobles no lo estan, si los costos pueden ser negativos, llamar a setpi antes
 * que calc, los ciclos con costos negativos no son soportados.
 * Tiempo: aproximadamente O(E^2)
 */

// #include <bits/extc++.h> importante de incluir

const ll INF = numeric_limits<ll>::max() / 4;
typedef vector<ll> VL;

struct MCMF {
        int N;
        vector<vi> ed, red;
        vector<VL> cap, flow, cost;
        vi seen;
        VL dist, pi;
        vector<pair<ll, ll>> par;

        MCMF(int N) :
                N(N), ed(N), red(N), cap(N, VL(N)), flow(cap), cost(cap),
                seen(N), dist(N), pi(N), par(N) {}

        void addEdge(int from, int to, ll cap, ll cost) {
                this->cap[from][to] = cap;
                this->cost[from][to] = cost;
                ed[from].push_back(to);
                red[to].push_back(from);
        }

        void path(int s) {
                fill(ALL(seen), 0);
                fill(ALL(dist), INF);
                dist[s] = 0; ll di;

                __gnu_pbds::priority_queue<pair<ll, int>> q;
                vector<decltype(q)::point_iterator> its(N);
                q.push({0, s});

                auto relax = [&](int i, ll cap, ll cost, int dir) {
                        ll val = di - pi[i] + cost;
                        if (cap && val < dist[i]) {
                                dist[i] = val;
                                par[i] = {s, dir};
                                if (its[i] == q.end()) its[i] = q.push({-dist[i], i});
                                else q.modify(its[i], {-dist[i], i});
                        }
                };

                while (!q.empty()) {
                        s = q.top().second; q.pop();
                        seen[s] = 1; di = dist[s] + pi[s];
                        for (int i : ed[s]) if (!seen[i])
                                relax(i, cap[s][i] - flow[s][i], cost[s][i], 1);
                        for (int i : red[s]) if (!seen[i])
                                relax(i, flow[i][s], -cost[i][s], 0);
                }
                FOR(i,0,N) pi[i] = min(pi[i] + dist[i], INF);
        }

        pair<ll, ll> calc(int s, int t) {
                ll totflow = 0, totcost = 0;
                while (path(s), seen[t]) {
                        ll fl = INF;
                        for (int p,r,x = t; tie(p,r) = par[x], x != s; x = p)
                                fl = min(fl, r ? cap[p][x] - flow[p][x] : flow[x][p]);
                        totflow += fl;
                        for (int p,r,x = t; tie(p,r) = par[x], x != s; x = p)
                                if (r) flow[p][x] += fl;
                                else flow[x][p] -= fl;
                }
                FOR(i,0,N) FOR(j,0,N) totcost += cost[i][j] * flow[i][j];
                return {totflow, totcost};
        }

        void setpi(int s) {
                fill(ALL(pi), INF); pi[s] = 0;
                int it = N, ch = 1; ll v;
                while (ch-- && it--)
                        FOR(i,0,N) if (pi[i] != INF)
                                for (int to : ed[i]) if (cap[i][to])
                                        if ((v = pi[i] + cost[i][to]) < pi[to])
                                                pi[to] = v, ch = 1;
                assert(it >= 0);
        }
};
```

6.13 Push Relabel

```cpp
/**
 * Descripcion: algoritmo push-relabel para calcular el
 * flujo maximo en un grafo, bastante rapido en la practica
 * Tiempo: $O(V^2\sqrt E)$
 */

struct PushRelabel {
        struct Edge {
                int dest, back;
                ll f, c;
        };
        vector<vector<Edge>> g;
        vector<ll> ec;
        vector<Edge*> cur;
        vector<vi> hs; vi H;
        PushRelabel(int n) : g(n), ec(n), cur(n), hs(2*n), H(n) {}

        void addEdge(int s, int t, ll cap, ll rcap=0) {
                if (s == t) return;
                g[s].push_back({t, sz(g[t]), 0, cap});
                g[t].push_back({s, sz(g[s])-1, 0, rcap});
        }

        void addFlow(Edge& e, ll f) {
                Edge &back = g[e.dest][e.back];
                if (!ec[e.dest] && f) hs[H[e.dest]].push_back(e.dest);
                e.f += f; e.c -= f; ec[e.dest] += f;
                back.f -= f; back.c += f; ec[back.dest] -= f;
        }
        ll calc(int s, int t) {
                int v = sz(g); H[s] = v; ec[t] = 1;
                vi co(2*v); co[0] = v-1;
                rep(i,0,v) cur[i] = g[i].data();
                for (Edge& e : g[s]) addFlow(e, e.c);

                for (int hi = 0;;) {
                        while (hs[hi].empty()) if (!hi--)
                                return -ec[s];
                        int u = hs[hi].back(); hs[hi].pop_back();
                        while (ec[u] > 0)  // discharge u
                                if (cur[u] == g[u].data() + sz(g[u])) {
                                        H[u] = 1e9;
                                        for (Edge& e : g[u])
                                                if (e.c && H[u] > H[e.dest]+1)
                                                        H[u] = H[e.dest]+1, cur[u] = &e;
                                        if (++co[H[u]], !--co[hi] && hi < v)
                                                rep(i,0,v)
                                                        if (hi < H[i] && H[i] < v)
                                                                --co[H[i]], H[i] = v + 1;
                                        hi = H[u];
                                } else if (cur[u]->c && H[u] == H[cur[u]->dest]+1)
                                        addFlow(*cur[u], min(ec[u], cur[u]->c));
                                else ++cur[u];
                }
        }
```

```cpp
        bool leftOfMinCut(int a) { return H[a] >= sz(g); }
};
```

6.14 Bellman-Ford

```cpp
/**
 * Descripcion: calcula el costo minimo para ir de un nodo hacia todos los
 * demas alcanzables. Puede detectar ciclos negativos, dando una ultima
 * pasada y revisando si alguna distancia se acorta.
 * Tiempo: O(VE)
 */

int main() {
    int n, m, A, B, W;
    cin >> n >> m;
    tuple<int, int, int> edges[m];
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        cin >> A >> B >> W;
        edges[i] = make_tuple(A, B, W);
    }
    vi dist(n + 1, INF);

    int x;
    cin >> x;
    dist[x] = 0;  // Nodo de inicio
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (auto e : edges) {
            auto [a, b, w] = e;
            dist[b] = min(dist[b], dist[a] + w);
        }
    }

    for (auto e : edges) {
        auto [u, v, weight] = e;
        if (dist[u] != INF && dist[u] + weight < dist[v]) {
            cout << "Graph contains negative weight cycle"
                 << endl;
            return 0;
        }
    }

    cout << "Shortest distances from source " << x << ENDL;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << (dist[i] == INF ? -1 : dist[i]) << " ";
    }

    return 0;
}
```

6.15 Dijkstra

```cpp
/**
 * Descripcion: calcula el costo minimo para ir de un nodo hacia todos los demas alcanzables.
 * Tiempo: O(E log V)
 */

vector<pi> graph[MAXN];
int dist[MAXN];

// O(V + E log V)
void dijkstra(int x) {
    FOR (i, 0, MAXN)
        dist[i] = INF;
    dist[x] = 0;

    priority_queue<pi> pq;
    pq.emplace(0, x);
    while (!pq.empty()) {
        auto [du, u] = pq.top();
        du *= -1;
        pq.pop();

        if (du > dist[u])
            continue;

        for (auto &[v, dv] : graph[u]) {
            if (du + dv < dist[v]) {
                dist[v] = du + dv;
                pq.emplace(-dist[v], v);
            }
        }
    }

    // Si la pq puede tener muchisimos elementos, utilizamos un set, en donde habra a lo mucho V elementos
    set<pi> pq;
    for (int u = 0; u < V; ++u)
        pq.emplace(dist[u], u);

    while (!pq.empty()) {
        auto [du, u] = *pq.begin();
        pq.erase(pq.begin());
        for (auto &[v, dv] : graph[u]) {
            if (du + dv < dist[v]) {
                pq.erase(pq.find({dist[v], v}));
                dist[v] = du + dv;
                pq.emplace(dist[v], v);
            }
        }
    }
}
```

6.16 Floyd-Warshall

```cpp
/**
 * Descripcion: modifica la matriz de adyacencia graph[n][n],
 * tal que graph[i][j] pasa a indicar el costo minimo para ir
 * desde el nodo i al j, para cualquier (i, j).
 * Tiempo: O(n^3)
 */
int graph[MAXN][MAXN];
int p[MAXN][MAXN];  // Guardar camino

void floydWarshall() {
    FOR(i, N) {  // Inicializar el camino
        FOR(j, N) {
            p[i][j] = i;
        }
    }

    FOR(k, N) {
        FOR(i, N) {
            FOR(j, N) {
                if (graph[i][k] + graph[k][j] < graph[i][j])
                    // Solo utilizar si necesitas el camino
                    p[i][j] = p[k][j];

                graph[i][j] = min(graph[i][j], graph[i][k] +
                    graph[k][j]);
            }
        }
    }
}

void printPath(int i, int j) {
    if (i != j)
        printPath(i, p[i][j]);
    cout << j << " ";
}
```

6.17 Binary Lifting LCA

```cpp
/**
 * Descripcion: siendo jump[i][j] el ancestro 2^j del nodo i,
 * el binary liftingnos permite obtener el k-esimo ancestro
 * de cualquier nodo en tiempo logaritmico, una aplicacion de
 * esto es para obtener el ancestro comun mas bajo (LCA).
 * Importante inicializar jump[i][0] para todo i.
 * Tiempo: O(n log n) en construccion y O(log n) por consulta
 */

const LOG_MAXN = 25;
int jump[MAXN][LOG_MAXN];
int depth[MAXN];

void build(int n) {
    memset(jump, -1, sizeof jump);

    dfs(0);

    for (int i = 1; i < LOG_MAXN; i++)
        for (int u = 0; u < n; u++)
            if (jump[u][i - 1] != -1)
                jump[u][i] = jump[jump[u][i - 1]][i - 1];
}

int LCA(int p, int q) {
    if (depth[p] < depth[q])
        swap(p, q);

    int dist = depth[p] - depth[q];
    for (int i = LOG_MAXN - 1; i >= 0; i--)
        if ((dist >> i) & 1)
            p = jump[p][i];

    if (p == q)
        return p;

    for (int i = LOG_MAXN - 1; i >= 0; i--)
        if (jump[p][i] != jump[q][i]) {
            p = jump[p][i];
            q = jump[q][i];
        }

    return jump[p][0];
}
```

6.18 Euler Tour

```cpp
/**
 * Descripcion: utilizando una DFS, es posible aplanar un arbol,
 * esto se logra guardando en que momento entra y sale cada nodo,
 * apoyandonos de una estructura para consultas de rango es muy
 * util para consultas sobre un subarbol: saber la suma de
 * todos los nodos en el, el nodo con menor valor, etc.
 * Tiempo: O(n)
 */

vi g[MAXN];
int val[MAXN], in[MAXN], out[MAXN], toursz = 0;
void dfs(int u, int p) {
    in[u] = toursz++;

    for (auto& v : g[u])
        if (v != p)
            dfs(v, u);

    out[u] = toursz++;
}
```

6.19 Find Centroid

```
/**
 * Descripcion: dado un arbol, encuentra su centroide
 * Tiempo: O(V)
 */
int dfs(int u, int p) {
    for (auto v : tree[u])
        if (v != p)
            subtreeSZ[u] += dfs(v, u);
    return subtreeSZ[u] += 1;
}

int centroid(int u, int p) {
    for (auto v : tree[u])
        if (v != p && subtreeSZ[v] * 2 > n)
            return centroid(v, u);
    return u;
}
```

6.20 Hierholzer

```
/*
 * Descripcion: busca un camino euleriano en el grafo dado.
 * Un camino euleriano se define como el recorrido de un
      grafo que visita
 * cada arista del grafo exactamente una vez
 * Un grafo no dirigido es euleriano si, y solo si: es
      conexo y todos los
 * vertices tienen un grado par
 * Un grafo dirigido es euleriano si, y solo si: es conexo y
       todos los vertices
 * tienen el mismo numero de aristas entrantes y salientes.
      Si hay, exactamente,
 * un vertice u que tenga una arista saliente adicional y,
      exactamente, un
 * vertice v que tenga una arista entrante adicional, el
      grafo contara con un
 * camino euleriano de u a v
 * Tiempo: O(E)
 */

int N;
vector<vi> graph;  // Grafo dirigido

vi hierholzer(int s) {
    vi ans, idx(N, 0), st;
    st.pb(s);
    while (!st.empty()) {
        int u = st.back();
        if (idx[u] < (int)graph[u].size()) {
            st.pb(graph[u][idx[u]]);
            ++idx[u];
        } else {
            ans.pb(u);
            st.pop_back();
        }
    }
    reverse(all(ans));
    return ans;
}
```

6.21 Orden Topologico

```
/**
 * Descripcion: algoritmo para obtener el orden topologico
      de
 * un grafo dirigido, definido como el ordenamiento de sus
 * vertices tal que para cada arista (u, v), u este antes
 * que v en el ordenamiento. Si existen ciclos, dicho
 * ordenamiento no existe.
 * Tiempo: O(V + E)
 */

int V;
vi graph[MAXN];
vi sorted_nodes;
bool visited[MAXN];

void dfs(int u) {
    visited[u] = true;
    for (auto v : graph[u])
        if (!visited[v])
            dfs(v);
    sorted_nodes.push(u);
}

void toposort() {
    for (int i = 0; i < V; i++)
        if (!visited[i])
            dfs(i);
    reverse(ALL(sorted_nodes));

    assert(sorted_nodes.size() == V);
}

void lexicographic_toposort() {
    priority_queue<int> q;
    for (int i = 0; i < V; i++)
        if (in_degree[i] == 0)
            q.push(-i);

    while (!q.empty()) {
        int u = -q.top();
        q.pop();
        sorted_nodes.push_back(u);
        for (int v : graph[u]) {
            in_degree[v]--;
            if (in_degree[v] == 0)
                q.push(-v);
        }
    }

    assert(sorted_nodes.size() == V);
}
```

7 Geometry

7.1 Punto

```cpp
constexpr double EPS = 1e-9;  // 1e-9 es suficiente para problemas de precision doble
constexpr double PI = acos(-1.0);

inline double DEG_to_RAD(double d) { return (d * PI / 180.0); }
inline double RAD_to_DEG(double r) { return (r * 180.0 / PI); }

typedef double T;
struct Point {
    T x, y;
    Point operator+(Point& p) const { return {x + p.x, y + p.y}; }
    Point operator-(Point& p) const { return {x - p.x, y - p.y}; }
    Point operator*(T& d) const { return {x * d, y * d}; }
    Point operator/(T& d) const { return {x / d, y / d}; }
        // Solo para punto flotante

    bool operator<(Point& other) const {
        if (fabs(x - other.x) > EPS)
            return x < other.x;
        return y < other.y;
    }
    bool operator==(Point& other) const { return fabs(x - other.x) <= EPS && fabs(y - other.y) <= EPS; }
    bool operator!=(Point& other) const { return !(*this == other); }
};

T sq(Point p) { return p.x * p.x + p.y * p.y; }
double abs(Point p) { return sqrt(sq(p)); }

// Para poder hacer cout << miPunto
ostream& operator<<(ostream& os, Point p) { return os << "(" << p.x << "," << p.y << ")"; }

// Ejemplos de uso
Point a{3, 4}, b{2, -1};
cout << a + b << " " << a - b << "\n";   // (5,3) (1,5)
cout << a * -1 << " " << b / 2 << "\n";  // (-3,-4) (1.5,2)

// Operaciones generales:
Point translate(Point v, Point p) { return p + v; }
Point scale(Point c, double factor, Point p) { return c + (p - c) * factor; }
Point rotate(Point p, double a) { return {p.x * cos(a) - p.y * sin(a), p.x * sin(a) + p.y * cos(a)}; }
Point perpendicular(Point p) { return {-p.y, p.x}; }
double dist(Point p1, Point p2) { return hypot(p1.x - p2.x, p1.y - p2.y); }

// Operaciones vectoriales, en donde nuestro punto indica el fin del vector, siendo el origen su inicio
T dot(Point v, Point w) { return v.x * w.x + v.y * w.y; }
bool isPerp(Point v, Point w) { return dot(v, w) == 0; }

// Para c++17
double angle(Point v, Point w) { return acos(clamp(dot(v, w) / abs(v) / abs(w), -1.0, 1.0)); }
// C++14 o menor
double angle(Point v, Point w) {
    double cosTheta = dot(v, w) / abs(v) / abs(w);
    return acos(max(-1.0, min(1.0, cosTheta)));
}

T cross(Point v, Point w) { return v.x * w.y - v.y * w.x; }
T orient(Point a, Point b, Point c) { return cross(b - a, c - a); }

// Funcion signum: -1 si x es negativo, 0 si x = 0 y 1 si x es positivo
template <typename T>
int sgn(T x) {
    return (T(0) < x) - (x < T(0));
}

int manhattan(Point& p1, Point& p2) { return abs(p1.x - p2.x) + abs(p1.y - p2.y); }

// Vector desplazamiento desde el punto p1 a p2
Point toVector(Point& p1, Point& p2) { return p2 - p1; }
bool areCollinear(Point& p, Point& q, Point& r) {
    return abs(cross(toVector(p, q), toVector(p, r))) <= EPS;
}
```

7.2 Linea

```cpp
struct Line {
    double a, b, c;
    bool operator<(Line& other) const {
        if (fabs(a - other.a) >= EPS)
            return a < other.a;
        if (fabs(b - other.b) >= EPS)
            return b < other.b;
        return c < other.c;
    }
};

Line pointsToLine(Point& p1, Point& p2) {
    if (abs(p1.x - p2.x) <= EPS)
        return Line{1.0, 0.0, -p1.x};
    double a = -(double)(p1.y - p2.y) / (p1.x - p2.x);
    return Line{a, 1.0, -(double)(a * p1.x) - p1.y};
}

Line pointSlopeToLine(Point& p, double& m) { return Line{-m, 1, -((-m * p.x) + p.y)}; }

bool areParallel(Line& l1, Line& l2) { return (abs(l1.a - l2.a) <= EPS) && (abs(l1.b - l2.b) <= EPS); }

bool areSame(Line& l1, Line& l2) { return areParallel(l1, l2) && (abs(l1.c - l2.c) <= EPS); }

bool areIntersect(Line l1, Line l2, Point& p) {
    if (areParallel(l1, l2)) return false;
    p.x = (l2.b * l1.c - l1.b * l2.c) / (l2.a * l1.b - l1.a * l2.b);
    if (fabs(l1.b) > EPS)
        p.y = -(l1.a * p.x + l1.c);
    else
        p.y = -(l2.a * p.x + l2.c);
    return true;
}

// convert point and gradient/slope to Line
void pointSlopeToLine(Point p, double m, Line& l) {
    l.a = -m;
    l.b = 1;
    l.c = -((l.a * p.x) + (l.b * p.y));
}

void closestPoint(Line l, Point p, Point& ans) {
    Line perpendicular;
    if (fabs(l.b) < EPS) {  // vertical Line
        ans.x = -(l.c);
        ans.y = p.y;
        return;
    }
    if (fabs(l.a) < EPS) {  // horizontal Line
        ans.x = p.x;
        ans.y = -(l.c);
        return;
    }
    pointSlopeToLine(p, 1 / l.a, perpendicular);  // normal Line
    areIntersect(l, perpendicular, ans);
}

void reflectionPoint(Line l, Point p, Point& ans) {
    Point b;
    closestPoint(l, p, b);
    vec v = toVec(p, b);
    ans = translate(translate(p, v), v);
}
```

7.3 Poligono

```cpp
const double EPS = 1e-9;
double DEG_to_RAD(double d) { return d * M_PI / 180.0; }
double RAD_to_DEG(double r) { return r * 180.0 / M_PI; }

// Duplicar P[0] al final del vector de puntos
double perimeter(const vector<Point>& P) {
    double ans = 0.0;
    for (int i = 0; i < (int)P.size() - 1; ++i)
        ans += dist(P[i], P[i + 1]);
    return ans;
}

// Formula de Heron
double triangleArea(Point& p1, Point& p2, Point& p3) {
    double a = abs(p2 - p1), b = abs(p3 - p1), c = abs(p3 - p2), s = (a + b + c) / 2.0;
    return sqrt(s * (s - a) * (s - b) * (s - c));
}

// Con la magnitud del producto cruz
double triangleArea(Point& p1, Point& p2, Point& p3) {
    return cross(p2 - p1, p3 - p1) / 2;
}

double area(const vector<Point>& P) {
    double ans = 0.0;
    for (int i = 0; i < (int)P.size() - 1; ++i)
        ans += (P[i].x * P[i + 1].y - P[i + 1].x * P[i].y);
    return fabs(ans) / 2.0;
}

bool isConvex(const vector<Point>& P) {
    int n = (int)P.size();
    if (n <= 3) return false;
    bool firstTurn = ccw(P[0], P[1], P[2]);
    for (int i = 1; i < n - 1; ++i)
        if (ccw(P[i], P[i + 1], P[(i + 2) == n ? 1 : i + 2]) != firstTurn)
            return false;
    return true;
}

// Retorna 1/0/-1 si el punto p esta dentro/sobre/fuera de
// cualquier poligono P concavo/convexo
int insidePolygon(Point pt, const vector<Point>& P) {
    int n = (int)P.size();
    if (n <= 3) return -1;
    bool on_polygon = false;
    for (int i = 0; i < n - 1; ++i)
        if (fabs(dist(P[i], pt) + dist(pt, P[i + 1]) - dist(P[i], P[i + 1])) < EPS)
            on_polygon = true;
    if (on_polygon) return 0;
    double sum = 0.0;
    for (int i = 0; i < n - 1; ++i) {
        if (ccw(pt, P[i], P[i + 1]))
            sum += angle(P[i], pt, P[i + 1]);
        else
            sum -= angle(P[i], pt, P[i + 1]);
    }
    return fabs(sum) > M_PI ? 1 : -1;
}
```

7.4 Fracciones

```
/**
 * Estructura para manejar fracciones, puede ser util cuando necesitamos una
 * gran precision y no se manejen numeros irracionales
 * Tiempo: O(1)
 */
struct Frac{
    int a, b;

    Frac() {}
    Frac(int _a, int _b) {
        assert(_b > 0);
        if ((_a < 0 && _b < 0) || (_a > 0 && _b < 0)) {
            _a = -_a;
            _b = -_b;
        }

        int GCD = gcd(abs(_a), abs(_b));

        a = _a / GCD;
        b = _b / GCD;
    }

    Frac operator*(Frac& other) const { return Frac(a * other.a, b * other.b); }
    Frac operator/(Frac& other) const {
        Frac o(other.b, other.a);
        return (*this) * o;
    }
    Frac operator+(Frac& other) const {
        int sup = a * other.b + b * other.a, inf = b * other.b;
        return Frac(sup, inf);
    }
    Frac operator-(Frac& other) const {
        int sup = a * other.b - b * other.a, inf = b * other.b;
        return Frac(sup, inf);
    }
    Frac operator*(int &x) const { return Frac(a * x, b); }
    Frac operator/(int &x) const {
        Frac o(1, x);
        return (*this) * o;
    }
    bool operator<(Frac& other) const { // PROVISIONAL, IMPLEMENTARLA MEJOR SI HACEN FALTA LOWER BOUNDS
        if (a != other.a)
            return a < other.a;
        return b < other.b;
    }
    bool operator==(Frac& other) const {
        return a == other.a && b == other.b;
    }
    bool operator!=(Frac& other) const {
        return !(*this == other);
    }
};
```

7.5 Convex Hull

```
/*
 * Convex Hull
 * Tiempo: O(n log n)
 */

int orientation(Point a, Point b, Point c) {
    double v = a.x * (b.y - c.y) + b.x * (c.y - a.y) + c.x * (a.y - b.y);
    if (v < 0) return -1;  // clockwise
    if (v > 0) return +1;  // counter-clockwise
    return 0;
}

bool cw(Point a, Point b, Point c, bool include_collinear) {
    int o = orientation(a, b, c);
    return o < 0 || (include_collinear && o == 0);
}
bool ccw(Point a, Point b, Point c, bool include_collinear) {
    int o = orientation(a, b, c);
    return o > 0 || (include_collinear && o == 0);
}

vector<Point> convex_hull(vector<Point>& a, bool include_collinear = false) {
    if (a.size() == 1)
        return a;

    sort(ALL(a));
    Point p1 = a[0], p2 = a.back();
    vector<Point> up, down;
    up.push_back(p1);
    down.push_back(p1);
    for (int i = 1; i < (int)a.size(); i++) {
        if (i == a.size() - 1 || cw(p1, a[i], p2, include_collinear)) {
            while (up.size() >= 2 && !cw(up[up.size() - 2], up[up.size() - 1], a[i], include_collinear))
                up.pop_back();
            up.push_back(a[i]);
        }
        if (i == a.size() - 1 || ccw(p1, a[i], p2, include_collinear)) {
            while (down.size() >= 2 && !ccw(down[down.size() - 2], down[down.size() - 1], a[i], include_collinear))
                down.pop_back();
            down.push_back(a[i]);
        }
    }

    if (include_collinear && up.size() == a.size()) {
        reverse(a.begin(), a.end());
        return a;
    }
    vector<Point> ans;
    for (int i = 0; i < (int)up.size(); i++)
        ans.push_back(up[i]);
    for (int i = down.size() - 2; i > 0; i--)
        ans.push_back(down[i]);

    return ans;
}
```

7.6 Punto 3D

```
struct p3 {
    double x, y, z;
    p3() {}
    p3(double xx, double yy, double zz) { x = xx, y = yy, z = zz; }
    /// scalar operators
    p3 operator*(double f) { return p3(x * f, y * f, z * f); }
    p3 operator/(double f) { return p3(x / f, y / f, z / f); }
    /// p3 operators
    p3 operator-(p3 p) { return p3(x - p.x, y - p.y, z - p.z); }
    p3 operator+(p3 p) { return p3(x + p.x, y + p.y, z + p.z); }
    p3 operator%(p3 p) { return p3(y * p.z - z * p.y, z * p.x - x * p.z, x * p.y - y * p.x); }  /// (|p||q|sin(ang))* normal
    double operator|(p3 p) { return x * p.x + y * p.y + z * p.z; }
    /// Comparators
    bool operator==(p3 p) { return tie(x, y, z) == tie(p.x, p.y, p.z); }
    bool operator!=(p3 p) { return !operator==(p); }
    bool operator<(p3 p) { return tie(x, y, z) < tie(p.x, p.y, p.z); }
};
p3 zero = p3(0, 0, 0);

/// BASICS
double sq(p3 p) { return p | p; }
double abs(p3 p) { return sqrt(sq(p)); }
p3 unit(p3 p) { return p / abs(p); }

/// ANGLES
double angle(p3 p, p3 q) {  ///[0, pi]
    double co = (p | q) / abs(p) / abs(q);
    return acos(max(-1.0, min(1.0, co)));
}
double small_angle(p3 p, p3 q) {  ///[0, pi/2]
    return acos(min(abs(p | q) / abs(p) / abs(q), 1.0))
}

/// 3D - ORIENT
double orient(p3 p, p3 q, p3 r, p3 s) { return (q - p) % (r - p) | (s - p); }
bool coplanar(p3 p, p3 q, p3 r, p3 s) {
    return abs(orient(p, q, r, s)) < eps;
}
bool skew(p3 p, p3 q, p3 r, p3 s) {         /// skew := neither intersecting/parallel
    return abs(orient(p, q, r, s)) > eps;  /// lines: PQ, RS
}
double orient_norm(p3 p, p3 q, p3 r, p3 n) {  /// n := normal to a given plane PI
    retrurn(q - p) % (r - p) | n;              /// equivalent to 2D cross on PI (of ortogonal proj)
}
```

8 Extras

8.1 Fechas

```
// Routines for performing computations on dates. In these
     routines,
// months are expressed as integers from 1 to 12, days are
     expressed
// as integers from 1 to 31, and years are expressed as 4-
     digit
// integers.
string dayOfWeek[] = {"Mon", "Tue", "Wed", "Thu", "Fri", "
     Sat", "Sun"};

// converts Gregorian date to integer (Julian day number)
int dateToInt(int m, int d, int y) {
    return 1461 * (y + 4800 + (m - 14) / 12) / 4 +
           367 * (m - 2 - (m - 14) / 12 * 12) / 12 - 3 * ((y
                + 4900 + (m - 14) / 12) / 100) / 4 +
           d - 32075;
}

// converts integer (Julian day number) to Gregorian date:
     month/day/year
void intToDate(int jd, int &m, int &d, int &y) {
    int x, n, i, j;

    x = jd + 68569;
    n = 4 * x / 146097;
    x -= (146097 * n + 3) / 4;
    i = (4000 * (x + 1)) / 1461001;
    x -= 1461 * i / 4 - 31;
    j = 80 * x / 2447;
    d = x - 2447 * j / 80;
    x = j / 11;
    m = j + 2 - 12 * x;
    y = 100 * (n - 49) + i + x;
}

// converts integer (Julian day number) to day of week
string intToDay(int jd) {
    return dayOfWeek[jd % 7];
}

int main() {
    int jd = dateToInt(3, 24, 2004);
    int m, d, y;
    intToDate(jd, m, d, y);
    string day = intToDay(jd);

    // expected output:
    // 2453089
    // 3/24/2004
    // Wed
    cout << jd << endl
         << m << "/" << d << "/" << y << endl
         << day << endl;
}
```

8.2 HashPair

```
struct hash_pair {
    template <class T1, class T2>
    size_t operator()(const pair<T1, T2>& p) const {
        auto hash1 = hash<T1>{}(p.first);
        auto hash2 = hash<T2>{}(p.second);

        if (hash1 != hash2) {
            return hash1 ^ hash2;
        }
        return hash1;
    }
};
unordered_map<pair<int, int>, bool, hash_pair> um;
```

8.3 Trucos

```
// Imprimir una cantidad especifica de digitos
// despues del punto decimal en este caso 5
cout.setf(ios::fixed);
cout << setprecision(5);
cout << 100.0 / 7.0 << '\n';
cout.unsetf(ios::fixed);

// Imprimir el numero con su decimal y el cero a su derecha
// Salida -> 100.50, si fuese 100.0, la salida seria ->
     100.00
cout.setf(ios::showpoint);
cout << 100.5 << '\n';
cout.unsetf(ios::showpoint);

// Imprime un '+' antes de un valor positivo
cout.setf(ios::showpos);
cout << 100 << ' ' << -100 << '\n';
cout.unsetf(ios::showpos);

// Imprime valores decimales en hexadecimales
cout << hex << 100 << " " << 1000 << " " << 10000 << dec <<
     endl;

// Redondea el valor dado al entero mas cercano
round(5.5);

// piso(a / b)
cout << a / b;

// techo(a / b)
cout << (a + b - 1) / b;

// Llena la estructura con el valor (unicamente puede ser -1
      o 0)
memset(estructura, valor, sizeof estrutura);

// Llena el arreglo/vector x, con value en cada posicion.
fill(begin(x), end(x), value);

// True si encuentra el valor, false si no
binary_search(begin(x), end(x), value);

// Retorna un iterador que apunta a un elemento mayor o
     igual a value
lower_bound(begin(x), end(x), value);

// Retorna un iterador que apunta a un elemento MAYOR a
     value
upper_bound(begin(x), end(x), value);

// Retorna un pair de iteradores, donde first es el
     lower_bound y second el upper_bound
equal_range(begin(x), end(x), value);

// True si esta ordenado x, false si no.
is_sorted(begin(x), end(x));

// Ordena de forma que si hay 2 cincos, el primer cinco
     estara acomodado antes del segundo, tras ser ordenado
stable_sort(begin(x), end(x));

// Retorna un iterador apuntando al menor elemento en el
     rango dado (cambiar a max si se desea el mayor), es
     posible pasarle un comparador.
min_element(begin(x), end(x));
```