



# USACO 第五章

通关总结

## 内容摘要

通过通俗的语言总结刷完这一章的收获，包括学到的算法，领悟的思想，掌握的技术，得到的历练，还有其他能够从中挖掘到的东西。

ZhenYi

SYSU 2013-5

# USACO 第五章通关总结

By Z. Y.

第五章总体来说题目分布相对均衡，总体感觉 DP 多了不少，而且最后两节相对于前面的章节从思路上讲有挑战了不少，但是编码的复杂度低了。只要有好的思路程序不会太长。对于初学者来说这章开始才刚刚有点竞赛的感觉。有很多经典题目，每个经典题目又相应提出了新的算法。二维凸包不是太难，一个 Graham 扫描法在线性时间复杂度就出解了。退火算法不是很严谨，取决于对于解的精度要求。矩形切割感觉不再像第一次接触时那么困难了，可能第一次写时写的是手工栈的原因。SCC 的 Tarjan 算法虽然第一次理解起来有点绕，但是时间常数很不错。对于离散数学还应该加强理解。终于写了一棵二维线段树，也算不上二维，就是横竖扫两次。其他的没什么好说的，都是之前遇到过的算法，就是难度加大了。

第五章题目总体类型分布：

Section 5.1	DONE	2010.05.08	<a href="#">PROB Fencing the Cows</a> 二维凸包
	DONE	2010.06.03	<a href="#">PROB Starry Night</a> 矩阵操作+Hash
	DONE	2010.07.06	<a href="#">PROB Musical Themes</a> DP
Section 5.2	DONE	2010.07.08	<a href="#">PROB Snail Trail</a> DFS
	DONE	2013.05.14	<a href="#">PROB Electric Fences</a> 退火算法
	DONE	2013.05.14	<a href="#">PROB Wisconsin Squares</a> DFS
Section 5.3	DONE	2013.05.14	<a href="#">PROB Milk Measuring</a> DFS-ID + DP
	DONE	2013.05.15	<a href="#">PROB Window Area</a> 矩形切割 + 模拟
	DONE	2013.05.16	<a href="#">PROB Network of Schools</a> SCC
	DONE	2013.05.16	<a href="#">PROB Big Barn</a> DP
Section 5.4	DONE	2013.05.19	<a href="#">PROB All Latin Squares</a> DFS + 剪枝(置换群)
	DONE	2013.05.20	<a href="#">PROB Canada Tour</a> DP
	DONE	2013.05.21	<a href="#">PROB Character Recognition</a> DP + 枚举
	DONE	2013.05.21	<a href="#">PROB Betsy's Tour</a> DFS + 剪枝(或状压 DP)
	DONE	2013.05.22	<a href="#">PROB TeleCowmunication</a> 最大流最小割方案
Section 5.5	DONE	2013.05.24	<a href="#">PROB Picture</a> 离散化 + 线段树
	DONE	2013.05.24	<a href="#">PROB Hidden Passwords</a> 暴力(类比 KMP)
	DONE	2013.05.25	<a href="#">PROB Two Five</a> 记忆化搜索(DP)

❖ 第一节：

这一节的题目都很水，不是裸的算法就是一些很简单的 DFS 或者模拟之类的题目，DP 也不难有思路的话编码实现也很简单，但是作为一个衔接还是不错的。

5.1.1: 本题目读过课文后可以很快做出来，裸的 Graham 扫描法，程序实现正确后没什么其他的陷阱，USACO 还是很友好的。

5.1.2: 这道题目可以参考第一章的矩阵操作，来回变换 8 个方向，然后判断存不存在一样的，我们考虑 8 个方向一定要构造出来，所以可以节约时间的地方是判断的时候，那可不可以让判断的时间是  $O(1)$  呢，如果要这样我们就要用 Hash 了。方法很简单，Floodfill 扫描出所有星座，然后用一个 Hash 方程 8 个方向都压入表中，以后判断时就是  $O(1)$  的时间复杂度了。

5.1.3: 一个线性的 DP，和最长不降序列的思想一样，满足条件就更新当前的最值。时间复杂度是  $O(N^2)$ 。

## ❖ 第二节:

这一节也没什么难题，还是一个复习吧，之前练习过的算法，在这里热热身，都是一些地图形式的搜索算法。

5.2.1: 裸的 DFS，很简单，比之前那些编码很繁杂的题目都简单的多，按照题意把题目说的用代码表现出来就行了。

5.2.2: 模拟退火算法，其实就是一个迭代逼近搜索。如果我们有一个地图要找到一个尽量价值高的点走到那里，而且这个点的周围的价值都是线性递减的。整张图也都有这个性质。我们可以这么考虑，初始位置先随机选一个点，然后呢，用一个给定步长  $S_1$  在周围随机扩展，扩展的方式是，找到更好的就按那个更好的方位继续走，一定程度后会出现一个情况，按照这个步长继续走走不动了，因为周围的点都不如这个当前的点优。这时我们减少步长， $S_2$  在这个不超过  $S_1$  的范围内继续走……如此不断缩短  $S$  知道取到我们要的精度即可。这个方法就是一个模拟现实中退火技术的一个算法，可以用在 NP 类问题中找到一个近似解。

5.2.3: 同 5.2.1，按照题目描述写一个暴力 DFS 就行。

## ❖ 第三节:

这一节开始跟前两节是一个分界点，从这一节才是真正算是进入到了第五章，题目难度明显有提升。一个是思考难度提升，一个是实现技巧变得难了一些了。但也正是因为如此才能够使得我们的思维模式得到强化，分析题目是一个方面，程序实现也是锻炼的另一个方面，多多的敲代码有时候更加重要，毕竟写出程序才算是真正的实现一个算法。

5.3.1:从题目描述看感觉实现相当繁杂,因为要考虑两个方面,一个是选择方案,一个是判断可行性。如果判断可行性用很慢的算法的话就不太明智了,因为我们是给定一组方案然后判断最后能否利用这组方案达到要求。这个特性就是背包的特性,用一个完全背包算法很快就能解决。而选择方案要考虑两个方面,一个顺序,一个是当前的选择会影响后面的选择,所以我们可以使用 DFS-ID。也就是有后效性,其他的一些细节就在解题报告中说明了。

5.3.2:这是个模拟,瓶颈是判断可行性的速度,但是只能用 DFS 所以我们就用类似 3.1.4 的分治思想,可以满足题目要求。

5.3.3:这个是裸的 SCC,同时考察你对于 SCC 的理解,一个理解是有向图强连通分量具有什么性质,另一个是把缩图后的每个分量合成一个整体怎么加边。显然 SCC 是拓扑的,而且加边是 SCC 的缩图中入度为 0 和出度为 0 中个数多的那一个。这两个都能够理解其中的原理也就差不多基本掌握了裸的 SCC。

5.3.4:DP,不难,考虑清楚转移方程就好。

## ❖ 第四节:

这一节我没几道是自己想出来的,每一个都不合乎以往的直觉,而这也说明从这节开始要进步了,不单是进步,还是进一大步。知识多了,也更加考察你是否看得清楚问题的本质,算法也不是一种,其实早就不是了一种了,但是在这一节你想不清楚,就真的做不出来。你要想的远比以前来的多。

5.4.1:题目要求很简单构造一个拉丁矩阵,关键是怎么控制时间。剪枝策略中学到了一个置换群的思想。也就是什么状态中构造出了以前出现过的**本质相同**的状态,我们可以直接加上这种状态的结果而不用次次都搜索。很妙的一个想法。

5.4.2:这题可以多种方式求解,DP 和网络流都行,一开始我怎么也想不通 DP 是怎么保证每一次转移都不使得城市产生交错的。这样想说明我没真正理解 DP,我忘记了 DP 的一个重要性质:**无后效性**。我这次的转移不影响下一次,如果我这次没有交叉,下一次还用同样的子结构也不会交叉。因为没有其他可能了,这次的状态只跟以前的有关跟以后的无关。

5.4.3:这道题目思考起来很繁杂,也同时说明了 DP 的本质,DP 的本质是对于枚举的优化,牺牲空间换取时间,不做重复工作,所以我起码得把所有可能状态都看一遍才能做出最后的结果。核心 DP 方程是一个线性的扫描,问题的难点就是**枚举**。想清楚枚举,理解了题意这道题目也就迎刃而解。

5.4.4:一个哈密顿回路的 DFS,而且要找到所有,我们用 DFS 怎样才能够做到强大剪枝。对图本身有很好的理解就行,每个点只能访问一次的性质好好利用,其他的剪枝都是根据这个性质来的。还可以用基于 SCC 的状态压缩 DP。

## ❖ 第五节:

这一节是所有训练的终节了，毕竟第 6 章是一个实战，而且有些题目是很经典的题目，我把其中一道我以前没写出来的题解决了，算是了解了一个心愿。不过整体感觉 USACO 的图论题目不是很难，一眼就看得出算法。这部分可以用别的题库加强，但是整体的思维训练还是很有必要的。

5.5.1:经典的离散化+线段树，时至今日我才知道离散化本意是什么，这道题目的本质是什么，发现一切思路理清之后真的不难，难者不会会者不难嘛。

5.5.2:用类似 KMP 的跳跃方式朴素暴力，也可以用后缀数组，后缀数组更严谨更稳定。

5.5.3:死活没想出来方程，虽然构造思想跟 3.2.2 的 kimbits 一样，但是实现难度可大多了，而且这个方程我觉得很神奇，看来还是想得太简单了，思考的不够成熟，不够严谨。无论是它的方程还是他的实现都很有趣。一个比较经典的排列组合问题。

## ★章末总结:

这一章的提高很大，很多的难题困扰我很久，不过却觉得这一章给我的启发不如以前多，更多的是对于**本质的探索**，有些题目本质就是那么回事。所以这一章收获更多的不是惊喜，而是一种**稳定和扎实**。**想清楚**了都不难实现。我更多了解到的是自己的底子不牢固，做题量太少。读万卷书，下笔成神的这种典型的题海战术思想有一定道理的，**打拳千遍其意自现**。而且我认为到了第五章也仅仅是一个引导，更多更困难的训练还是要靠我们往后自己去探索的，这些就是我第五章得到的收获了。

2013/5/29