Universidad Tecnológica del Norte de Guanajuato

Carrera:

Ingeniería en Desarrollo y Gestión de Software

Materia:

Matemáticas para Ingeniería

Unidad:

Unidad IV Integral Múltiple

Activad:

Portafolio Unidad IV

P R E S E N T A

José Ángel Rangel Rico 1222100483

Grupo: *GIDS7051*

08 de diciembre de 2024

Unidad IV Integral Multiple

La integral doble

La integral definida de una función de una sola variable está dada por el límite de una suma

$$\int_a^b f(x)\, dx = \lim \sum^{n} f(x^*_k)\, \Delta x_k$$

Definición y pasos preliminares

Región de integración R: La función $f(x, y)$ se define sobre una región cerrada y acotada R

Partición de R: Se divide R en n subregiones rectangulares utilizando una retícula de líneas paralelas a los ejes.

Norma: de la partición la longitud de la diagonal más larga de las subregiones

Puntos muestra: se elige un punto representativo en cada subregión

Suma de Riemann: Se calcula a la suma $\sum_{k=1}^{n} f(x^*_k, y^*_k)\Delta$ donde ΔA_k es 6 o sea cada subregión

Aplicaciones

Volumen: Si $f(x,y) \geq 0$ la integral doble representa el volumen bajo la superficie $z = f(x,y)$ y sobre la región R

Área: Si $f(x,y) = 1$, la integral doble da el área de la región R

Volumen neto: Si $f(x,y)$ tiene partes negativas la integral doble calcula la suma del volumen y negativo similar el área neta en una integral definida unidimensional

Propiedades

Constante $\iint_R kf(x,y)\,dA = k\iint_R f(x,y)\,dA$

suma $\iint_R [f(x,y) + g(x,y)]\,dA$
$= \iint_R f(x,y)\,dA + \iint_R g(x,y)\,dA$

Regiones aditivas: $R = R_1 \cup R_2$ y $R_1 \cap R_2 = \emptyset$

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \iint_{R} f(x,y)\,dA = \iint_R f(x,y)\,dA$$

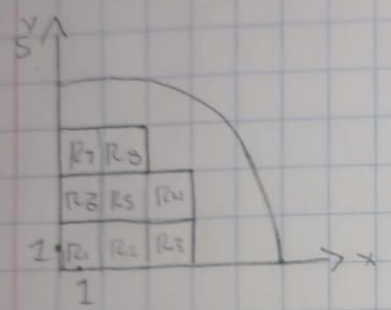
Orden Si $f(x,y) = g(x,y)$ en R

$$\iint_R f(x,y)\,dA \leq \iint_R g(x,y)\,dA$$

5.1

1. Considere la región R en el primer cuadrante que está acotada por las gráficas de $x^2+y^2=16$, $y=0$ y $x=0$. Aproxime su integral doble $\iint_R (x+3y+1)\,dA$ utilizando una suma de Riemann

$\iint_R (x+3y+1)\,dA$



	x	y	x_k	y_k
R_1	0, 1	0, 1	0.5	0.5
R_2	1, 2	0, 1	1.5	0.5
R_3	2, 3	0, 1	2.5	0.5
R_4	3, 4	0, 1	3.5	0.5
R_5	1, 2	1, 2	1.5	1.5
R_6	0, 1	1, 2	0.5	1.5
R_7	0, 1	2, 3	0.5	2.5
R_8	1, 2	2, 3	1.5	2.5

R_1 $\Delta A_k = 1.0$ $\quad 0.5+3(0.5)+1=3$

R_2 $\Delta A_k = 1.0$ $\quad 1.5+3(0.5)+1=4$

R_3 $\Delta A_k = 1.0$ $\quad 2.5+3(0.5)+1=5$

R_4 $\Delta A_k = 0.5$ $\quad 3.5+3(0.5)+1=6$

R_5 $\Delta A_k = 1.0$ $\quad 1.5+3(1.5)+1=7$

R_6 $\Delta A_k = 1.0$ $\quad 0.5+3(1.5)+1=6$

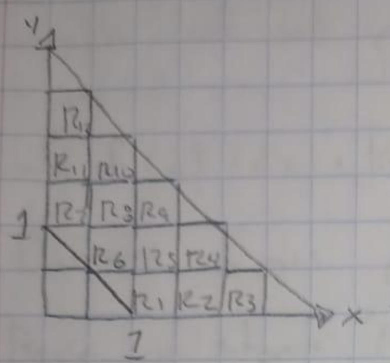
R_7 $\Delta A_k = 0.25$ $\quad 0.5+3(2.5)+1=9.5$

R_8 $\Delta A_k = 0.5$ $\quad 1.5+3(2.5)+1=10.5$

$$\iint_R f(x,y)\,dA \approx (3)(1.0)+(4)(1.0)+(5)(1.0)+(6)(.5)$$
$$+(7)(1.0)+(6)(1.0)+(9.5)+(10.5)(0.5)$$
$$=3+4+5+3+7+6+2.375+5.25$$
$$=35.625$$

27 11 21

$$\iint_R (2x+4y)\,dA$$



$<(5/4 \cdot \frac{1}{4})1/4 + (7/4, 1/4)\frac{1}{4}$ $(^{\text{x}}/4, 1/4)$
$7/4, 3/4)\frac{1}{4} + (5/4, \frac{3}{4})\frac{1}{4} + (\frac{3}{4}, \frac{3}{4})\frac{1}{4}$
$(\frac{5}{4}, \frac{3}{4})\frac{1}{4} + (\frac{3}{4}, \frac{5}{4})\frac{1}{4} + (\frac{1}{4}, \frac{5}{4})\frac{1}{4} + (\frac{3}{4}, \frac{7}{4})\frac{1}{4}$
$+ (\frac{1}{4}, 7/4)\frac{1}{4} + (\frac{1}{4}, 9/4)\frac{1}{4}$

$= (10/4 + 4/4)\frac{1}{4} + (14/4, 4/4)\frac{1}{4} + (18/4 + 4/4)\frac{1}{4} + (14/4 + 12/4)\frac{1}{4} +$
$(10/4 + 12/4)\frac{1}{4} + (6/4 + 12/4)\frac{1}{4}$ $(10/4 + 20/4)\frac{1}{4} + (6/4 + \frac{20}{4})\frac{1}{4}$

$(2/4 + 20/4)\frac{1}{4} + (6/4 + 20/4)\frac{1}{4} + (2/4 + \frac{28}{4})\frac{1}{4} + (2/4 + 36/4)\frac{1}{4}$

$= \frac{14}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{18}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{22}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{26}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{22}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{18}{4} \cdot \frac{1}{4}$
$+ \frac{20}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{22}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{34}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{30}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{38}{4} \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{14}{16} + \frac{18}{16} + \frac{22}{16} + \frac{26}{16} + \frac{22}{16} + \frac{18}{16} + \frac{30}{16} + \frac{26}{16} + \frac{22}{16} + \frac{34}{16}$
$+ \frac{30}{16} + \frac{38}{16} = \frac{300}{16} = 18.75$