

## Grado en Informática Algorítmica

Curso 2023/2024. Convocatoria extraordinaria  
11 de julio de 2024

1. (2 puntos) Calculad (sin utilizar la fórmula maestra) el orden de eficiencia en notación  $O()$  del algoritmo recursivo cuya expresión de tiempo es:

$$T(n) = 5T(n/2) + n^2$$

2. (2 puntos) Partiendo de un array ordenado formado por los  $k$  primeros números enteros no negativos  $(0, 1, 2, \dots, k-1)$ , se han eliminado números del mismo (al menos se ha eliminado un número), y los  $n$  números que quedan se almacenan en otro array, con  $n < k$ . Se pretende encontrar el número más pequeño de los que se han eliminado.

Por ejemplo, si la entrada es  $[0, 1, 2, 6, 9, 11, 15]$ , el elemento eliminado más pequeño es 3.

Si la entrada es  $[1, 2, 3, 4, 6, 9, 11, 15]$ , entonces el elemento eliminado más pequeño es 0.

Si la entrada es  $[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]$ , entonces el elemento eliminado más pequeño es 7.

Diseñad un algoritmo eficiente de tipo Divide y Vencerás que resuelva este problema.

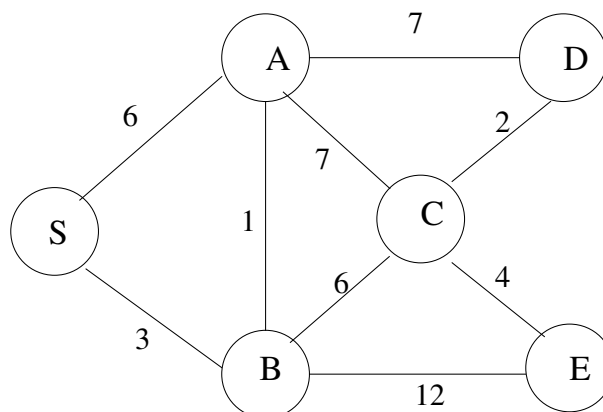
3. (2 puntos) Se tienen  $r$  unidades de un recurso (monetarias, personal,...) que deben asignarse a  $n$  proyectos. Si se asignan  $j$ ,  $0 \leq j \leq r$ , unidades al proyecto  $i$ , se obtiene un beneficio  $N(i, j) \geq 0$ .

Diseñad un algoritmo de Programación Dinámica que asigne recursos a los  $n$  proyectos, maximizando el beneficio total obtenido. Aplicadlo para un problema con  $n = 3$  proyectos y un máximo de  $r = 5$  recursos, y una matriz de beneficios  $N(i, j)$

$i/j$	0	1	2	3	4	5
1	0	1	1	2	3	4
2	0	2	3	3	3	4
3	5	0	1	1	2	2



4. (2 puntos) Describid detalladamente el algoritmo de Prim para obtener un árbol generador minimal de un grafo. Aplicadlo al grafo de la figura siguiente, describiendo el proceso paso a paso.



5. (2 puntos) Supongamos que una empresa se plantea concurrir simultáneamente a un conjunto de proyectos  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ , donde para cada proyecto,  $p_i$ , se conoce una estimación del beneficio que puede generar,  $b_i$ , con  $b_i > 0$ . Sin embargo, algunos proyectos no pueden ser llevados a cabo simultáneamente debido a restricciones de recursos o equipo de personas implicados. Así, para cada par de proyectos  $p_i$  y  $p_j$  distintos,  $V[i][j]$  nos dice si son viables ( $V[i][j] = 1$ ) o no ( $V[i][j] = 0$ ). Desarrollad un algoritmo de exploración de grafos con el objetivo de seleccionar un subconjunto de proyectos que maximice el beneficio total que se podría obtener (seleccionando solo proyectos que puedan ser realizados al mismo tiempo).

**Duración del examen:** 2 horas y 30 minutos.