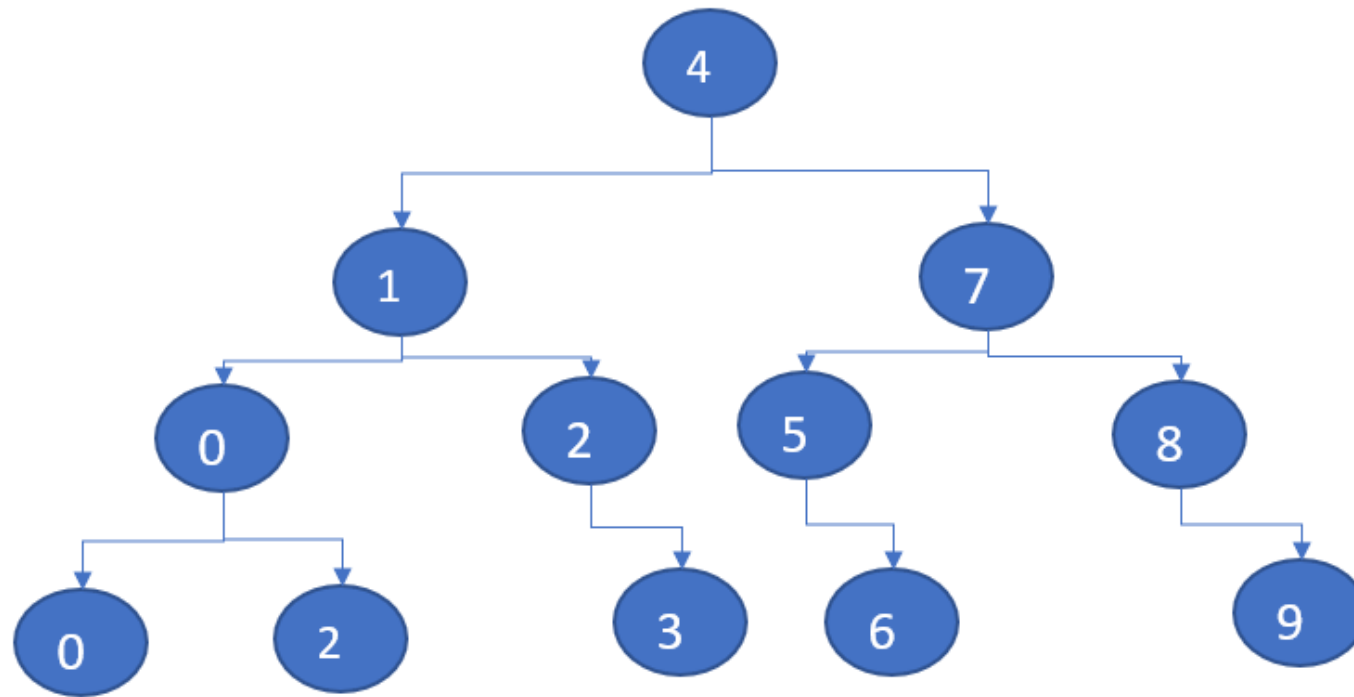


# Arboles AVL



# Que es un árbol AVL?



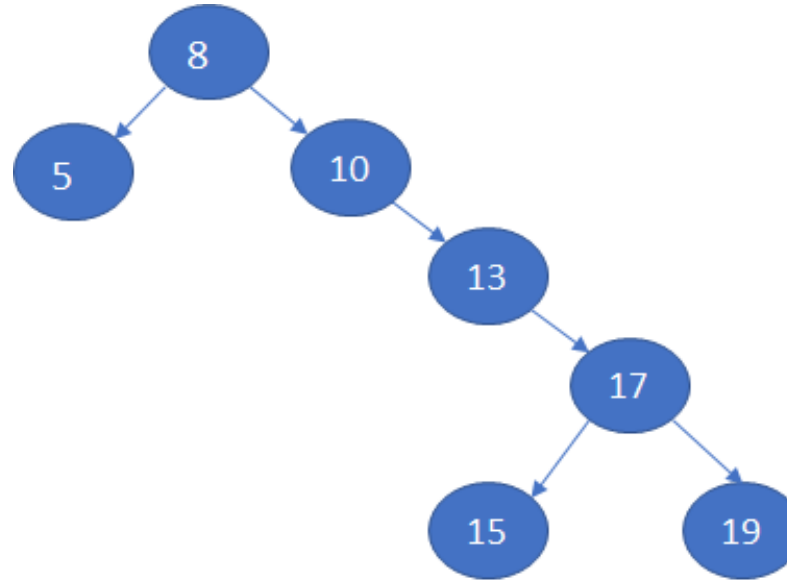
# Que es un árbol AVL?

- Es un árbol binario de búsqueda (ABB) que tiene como característica que siempre esta balanceado.
- Básicamente un árbol AVL es un [Árbol Binario de Búsqueda](#) al que se le añade una condición de equilibrio. Esta condición es que para todo nodo la altura de sus subárboles izquierdo y derecho pueden diferir a lo sumo en  $\pm 1$ .
- Su nombre es derivado de los creadores de este algoritmo, los matemáticos rusos Adelson-Veiski y Landis (1962).

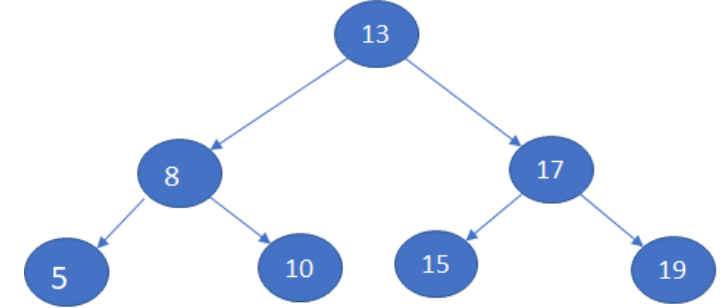
# Operaciones en arboles AVL

- Las mismas operaciones de arboles ABB
  - Insertar
  - Eliminar
  - Buscar

Importante: al momento de insertar o eliminar, se comprueba si el árbol esta desequilibrado, en caso de estarlo se realiza el balanceo.



**Degenerado**



**Balanceado**

**Ejemplo de árbol  
degenerado y balanceado**

# Factor de Equilibrio

Reestructurar el árbol significa rotar los nodos del mismo. Para que la rotación se efectúe se requiere de un factor de equilibrio (FE); el cual se define como **“la diferencia entre las alturas del árbol izquierdo y el derecho”**.

$FE = \text{alturas subárbol derecho} - \text{altura subárbol izquierdo}$

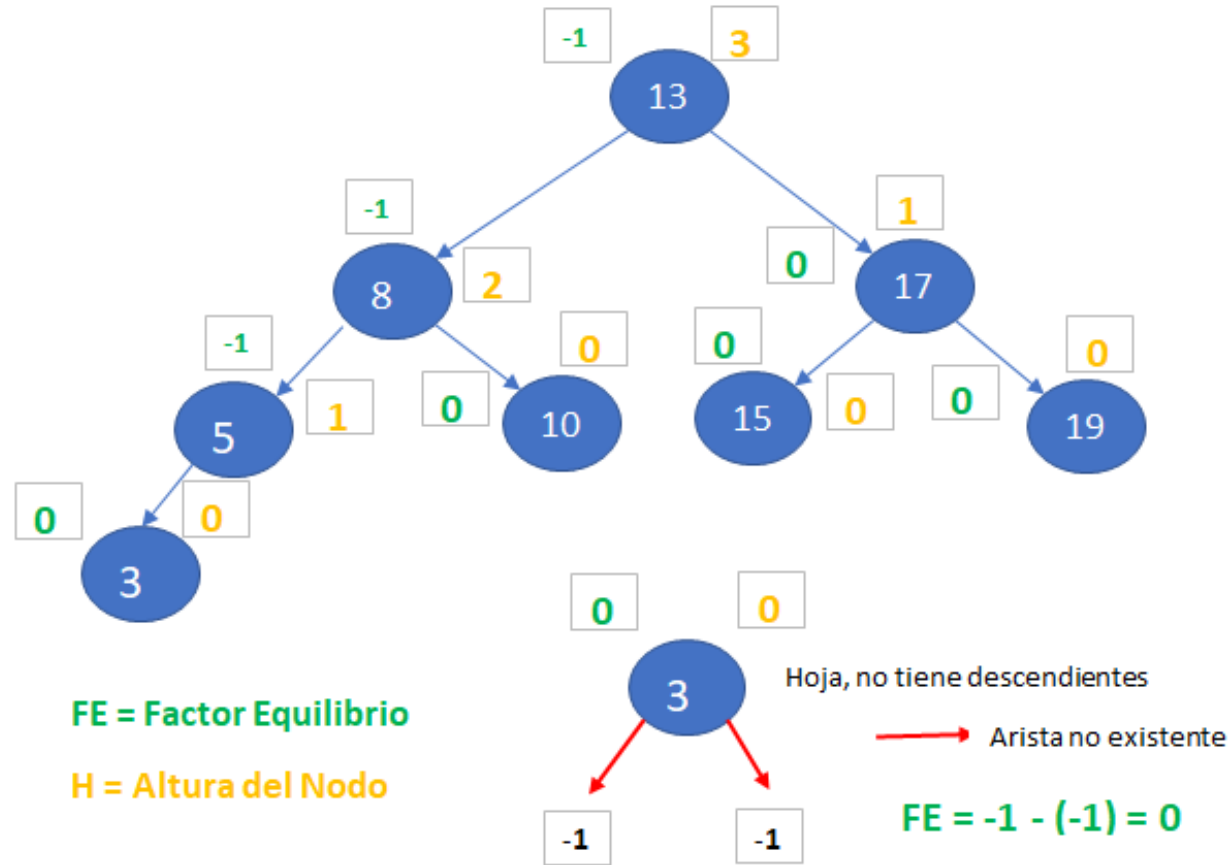
NOTA: Para que sea un árbol AVL estos valores deben ser entre 1 y -1

-1 árbol cargado a la izquierda

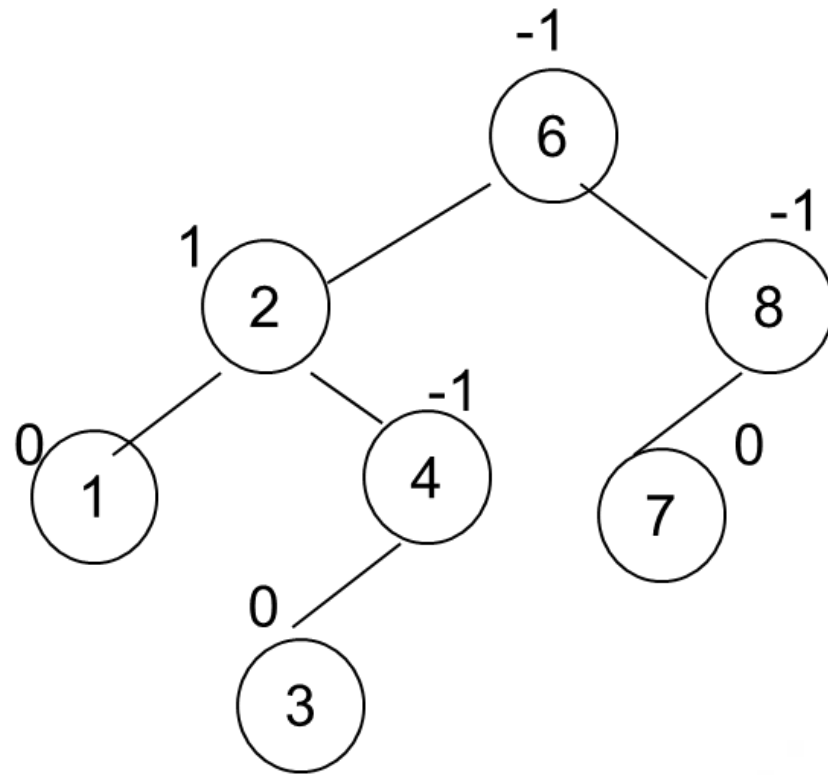
0 Totalmente Equilibrado

1 árbol cargado a la derecha

# Factor de Equilibrio



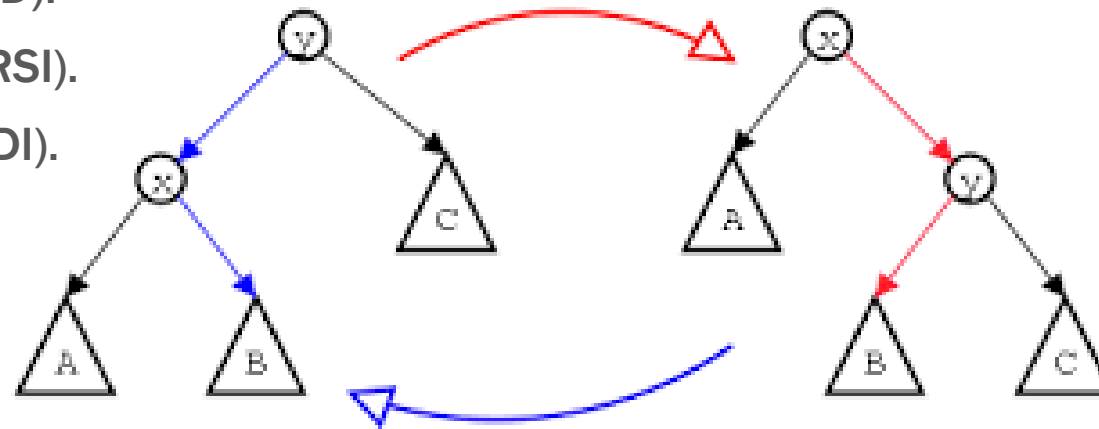
# Factor de Equilibrio





# Rotaciones

- Es el único método que se utiliza para balancear un árbol AVL.
- Este se desglosa en 4 variaciones, las cuales son:
  - Rotación simple a la derecha (RSD).
  - Rotación doble a la derecha (RDD).
  - Rotación simple a la izquierda (RSI).
  - Rotación doble a la izquierda (RDI).



# Aplicación de rotaciones (casos)

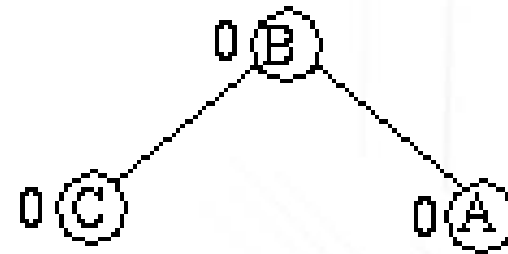
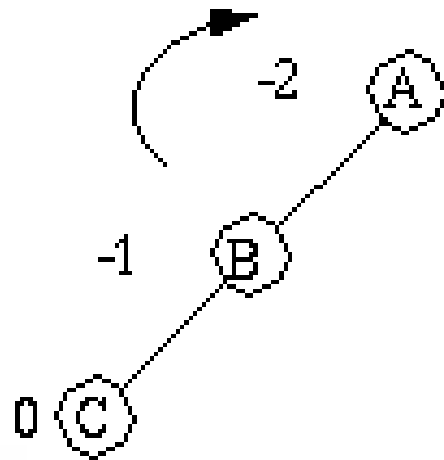
- Rotación simple a la derecha:
  - Se tiene un factor de equilibrio de  $-2$  y su nodo izquierdo no tiene un factor de equilibrio de  $1$ .
- Rotación doble a la derecha:
  - Se tiene un factor de equilibrio de  $2$  y su nodo derecho tiene un factor de equilibrio de  $-1$ .
- Rotación simple a la izquierda:
  - Se tiene un factor de equilibrio de  $2$  y su nodo derecho no tiene un factor de equilibrio de  $-1$ .
- Rotación doble a la izquierda:
  - Se tiene un factor de equilibrio de  $-2$  y su nodo izquierdo tiene un factor de equilibrio de  $1$ .

# Aplicación de rotaciones (casos)

Caso 1: Rotación simple derecha RSD

Si esta desequilibrado a la derecha ( $Fe < -1$ ) y su hijo izquierdo tiene el mismo signo (-) hacemos rotación sencilla derecha.

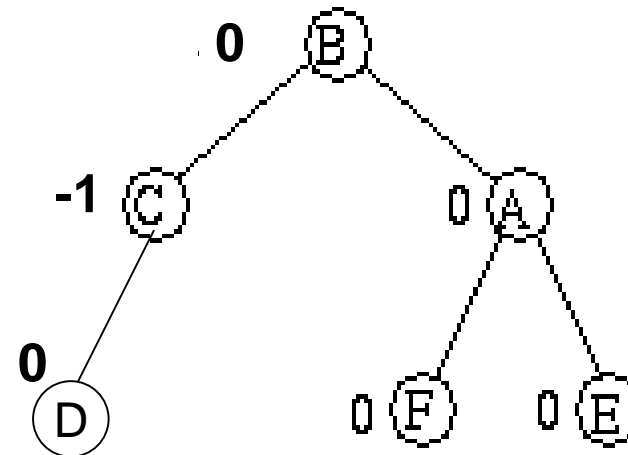
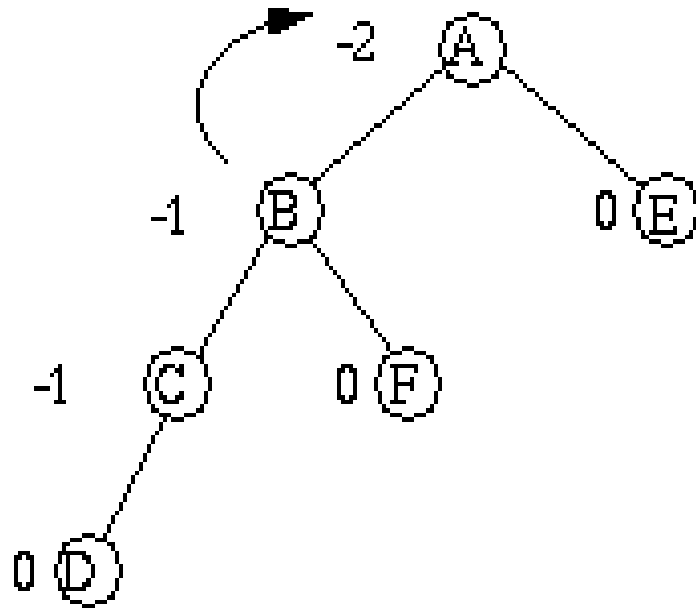
Ejemplo 1



# Aplicación de rotaciones (casos)

Caso 1: Rotación simple derecha RSD

Ejemplo 2



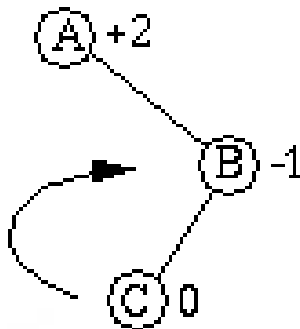
# Aplicación de rotaciones (casos)

## Caso 2: Rotación doble derecha RDD

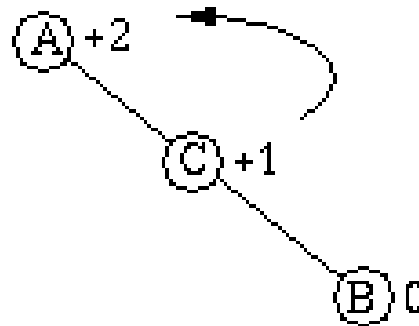
Si esta desequilibrado a la izquierda ( $Fe > +1$ ) y su hijo derecho tiene distinto signo ( $-$ ) hacemos rotación doble derecha-izquierda.

$RDD = RSD + RSI$

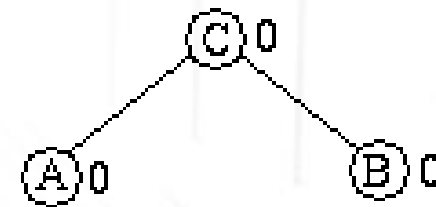
### Ejemplo 1



Rotación Simple Derecha



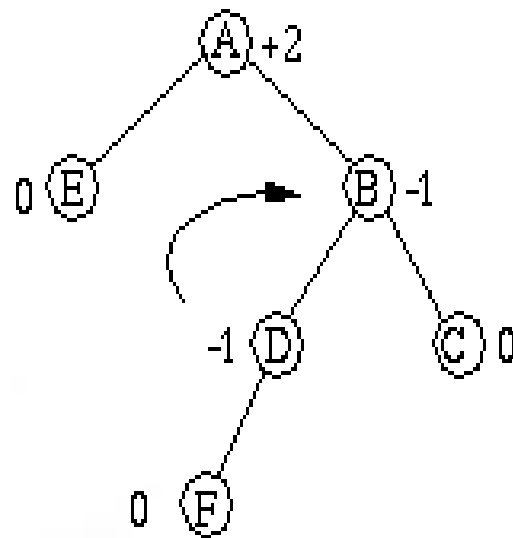
Rotación Simple Izquierda



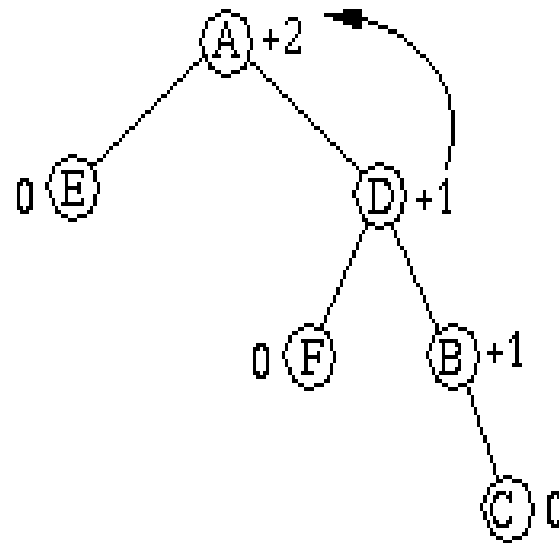
# Aplicación de rotaciones (casos)

Caso 2: Rotación doble derecha RDD

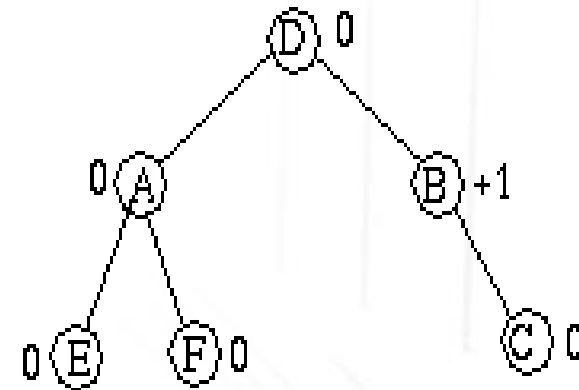
Ejemplo 2



Rotación Simple Derecha



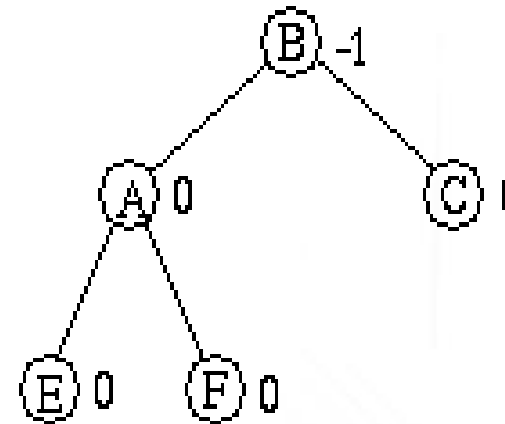
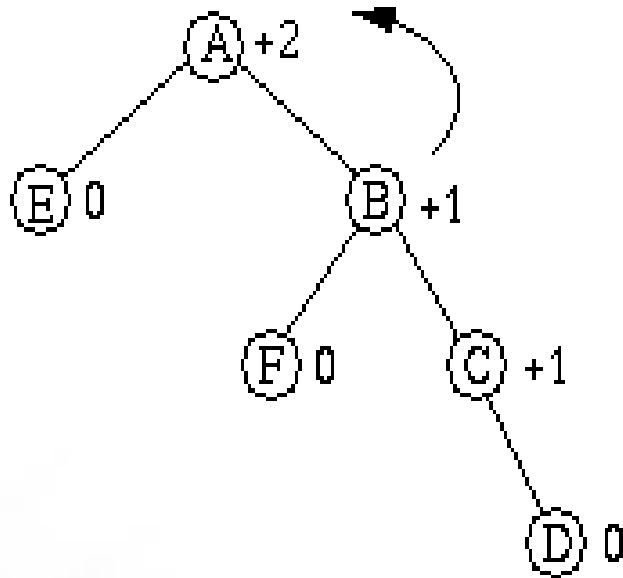
Rotación Simple Izquierda



# Aplicación de rotaciones (casos)

## Caso 3: Rotación simple izquierda RSI

Si esta desequilibrado a la izquierda ( $Fe > +1$ ) y su hijo derecho tiene el mismo signo (+) en  $Fe$  hacemos rotación sencilla izquierda.



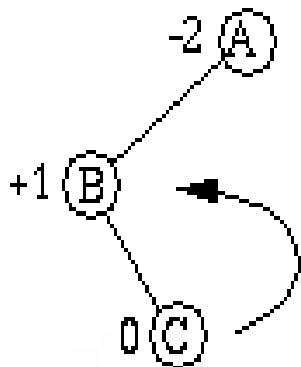
# Aplicación de rotaciones (casos)

## Caso 4: Rotación doble izquierda RDI

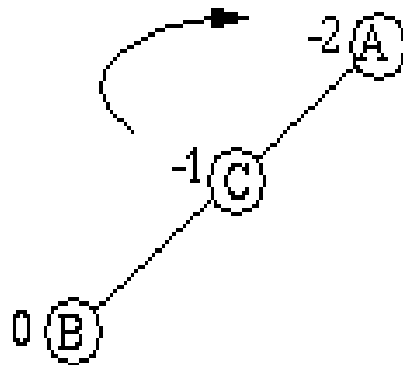
Si está desequilibrado a la derecha ( $FE < -1$ ), y su hijo izquierdo tiene distinto signo (+) hacemos rotación doble izquierda-derecha.

$$RDI = RSI + RSD$$

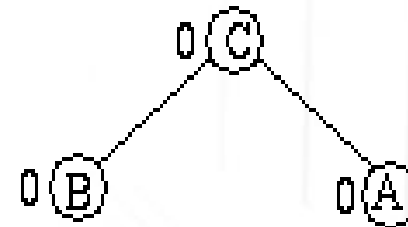
### Ejemplo 1



Rotación Simple Izquierda



Rotación Simple Derecha

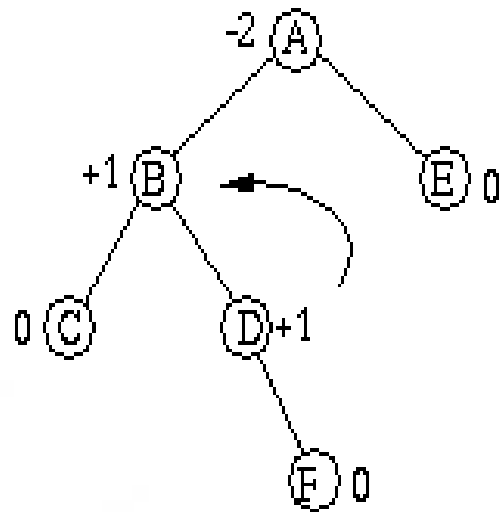




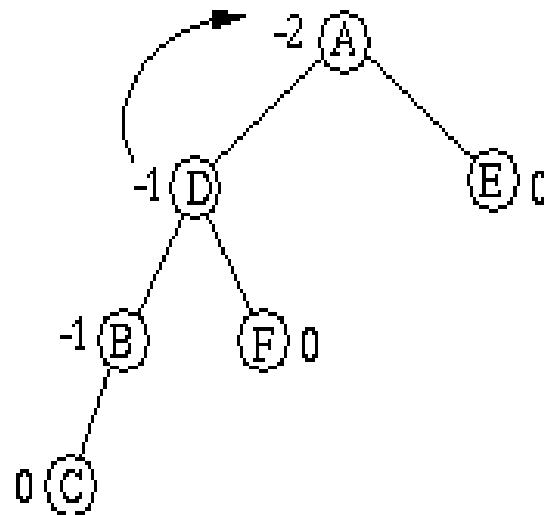
# Aplicación de rotaciones (casos)

Caso 4: Rotación doble izquierda RDI

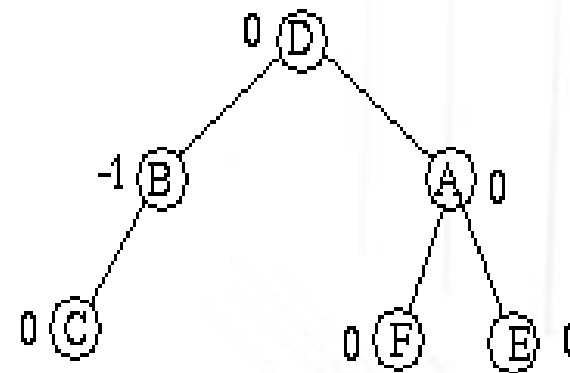
Ejemplo 2



Rotación Simple Izquierda



Rotación Simple Derecha



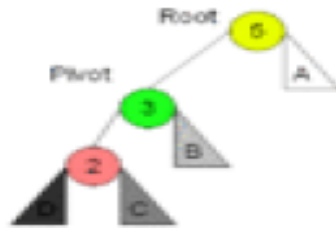
RSD

RSI

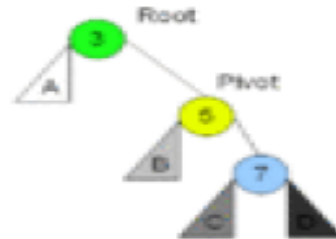
RDI

RDD

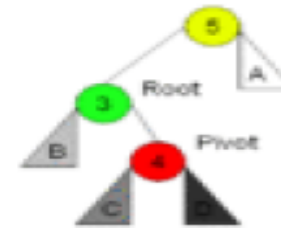
Left Left Case

Right  
Rotation

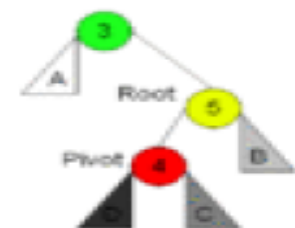
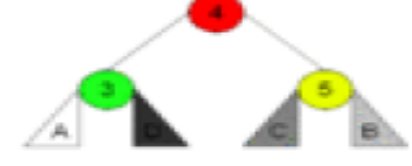
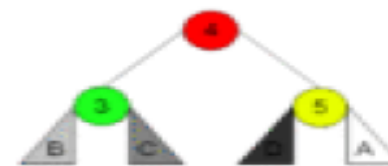
Right Right Case

Left  
Rotation

Left Right Case

Left  
Rotation

Right Left Case

Right  
Rotation

# Resumen de rotaciones

# Ejercicio

- Solucione los siguientes arboles binarios de búsqueda:
  - 4, 3, 8, 7, 12, 99
  - 3, 2, 1
  - 10, 5, 1, 6, 13, 17, 16
  - 8, 4, 5
- Deberá construir el árbol, verificar si cumple con los requisitos de arboles AVL, sino equilibrarlo o balancearlo e identifique que técnica de rotación utilizo. Deje anotado en cada nodo del árbol su altura y factor de equilibrio.

# Soluciones (arboles AVL)

RSI

