3. Sea X una variable aleatoria que representa el número de clientes que llega a una tienda en un periodo de 1 hora. Dada la siguiente información:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(x)$	0.05	0.1	0.1	0.1	0.2	0.25	0.1	0.05	0.05

a) Calcular la esperanza y la varianza.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen menos de 5 clientes en 1 hora?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen entre 4 y 7?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 6?
e) Si en la tienda no hay más de dos dependientes, ¿Cuál es la probabilidad de que al llegar un cliente, tenga que esperar?
f) Calcular esperanza y varianza de Y=2X-3.

Si alguna probabilidad no la da, sumo todas y lo resto a 1

b) $P(x<5) = 0'05 + 0'1 + 0'1 + 0'1 + 0'2 = \underline{\underline{0'55}}$

c) $P(4 \leq x \leq 7) = 0'2 + 0'25 + 0'1 + 0'05 = \underline{\underline{0'6}}$

d) $P(x>6) = 0'05 + 0'05 = \underline{\underline{0'1}}$

e) $P(x>2)$ o $P(x \geq 3) = 0'1 + 0'2 + 0'25 + 0'1 + 0'05 + 0'05 = \underline{\underline{0'75}}$

esperanza = valor esperado = media

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} 1/6\,(5-2x) & 0 < x < 2 \\ 0 \end{cases}}$$

ENUNCIADO Pide esperanza (media), varianza

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx = \int_0^2 x \frac{1}{6}(5-2x)\, dx = \frac{1}{6}\int_0^2 (5x - 2x^2)\, dx =$$

$$= \frac{1}{6}\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{2x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{6}\left[10 - \frac{16}{3}\right] = 0'778 \text{ (media / esperanza)}$$

$$Var[x] = E[x^2] - E[x]^2$$

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\, dx = \int_0^2 x^2 \frac{1}{6}(5-x^2)\, dx = \frac{1}{6}\int_0^2 5x^2 - 2x^3\, dx =$$

$$= \frac{1}{6}\left[\frac{5x^3}{3} - \frac{2x^4}{4}\right]_0^2 = \frac{1}{6}\left[\frac{40}{3} - 8\right] = 0'889$$

$$Var[x] = 0'889 - 0'778^2 = 0'284 \text{ (varianza)}$$

10. Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = 2(1-x) \quad 0 < x < 1$$

Calcular su esperanza y su varianza.

→ PASAR FUNCIÓN DENSIDAD A FUNCIÓN DISTRIBUCIÓN

- Si $x < 0$ $\quad F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0\, dx = 0$

$2x - x^2 = x(2-x)$

- Si $0 < x < 1$ $\quad F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_0^x 2(1-x)\, dx = 0 + 2\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^x$

- Si $x \geq 1$ $\quad F(x) = 0 + \int_0^1 2(1-x)\, dx + 0 = 2\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x(2-x) & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

→ Ahora calcularíamos esperanza y varianza como en el ej anterior

12. Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases}k(5-2x) & 0<x<2\\ 0 & resto\end{cases}$$

Calcular:

a) K.

b) $P[1<x<4]$

c) Mediana.

d) Media y varianza.

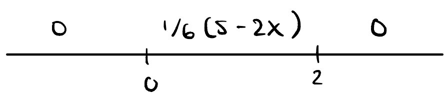
a) $$1=\int_{-\infty}^{+\infty} k(5-2x)\,dx=\int_{0}^{2} k(5-2x)\,dx = k\left[5x-\frac{2x^2}{2}\right]_0^2=$$

$$= k[10-4]=6k\,;\quad 1=6k \longrightarrow \underline{\underline{k=1/6}}$$

b) $$P[1<x<4]=\int_{1}^{2} 1/6\,(5-2x)\,dx = 1/6\left[5x-\frac{2x^2}{2}\right]_1^2 = 1/6\,(6-4)=2/6$$

$$P[1<x<4]=\underline{\underline{0'33}} = F(4)-F(1)$$

Función distribución $\longrightarrow F(x)=P(X\leq x)$



- Si $x\leq 0$ $\quad F(x)=\int_{-\infty}^{x} 0\,dx = 0$
- Si $0<x<2$ $\quad F(x)=P(X\leq x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int_{0}^{x}\frac{1}{6}(5-2x)\,dx = 0+\frac{1}{6}\left(5x-\frac{2x^2}{2}\right)_0^x=$

$$=1/6\,(5x-x^2)$$

- Si $x\geq 2$ $\quad F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int_{0}^{2} 1/6\,(5-2x)\,dx+\int_{2}^{x} 0\,dx = 0+1+0 = 1$

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\leq 0\\ 1/6\,(5x-x^2) & 0<x<2\\ 1 & x\geq 2\end{cases}$$