

實作目標：比較sorted array、array of sorted arrays、skip list的range query所需時間。

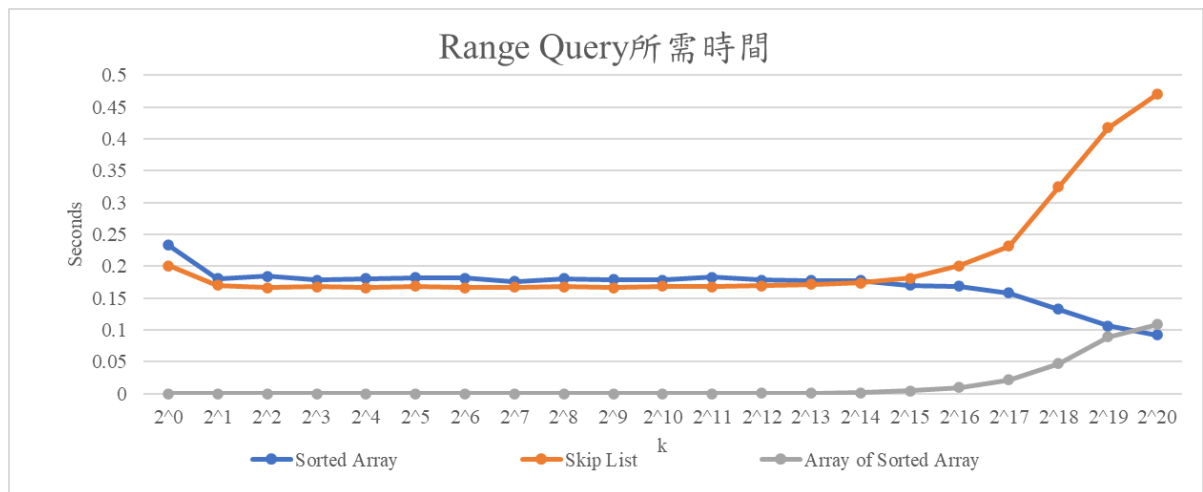
實作以下3個function:

1. range_query:
 - a. input: 兩個正整數 a 和 b 。
 - b. output: 資料結構中所有介於 a 和 b （大於等於 a 且小於等於 b ）的資料。這些資料須存放在一個multiset中（multiset的實作不限，如array或linked list）。
2. equivalent:
 - a. input: 兩個multisets S_1 與 S_2 。
 - b. output: yes if S_1 和 S_2 有相同元素，而且每個元素在 S_1 出現的次數等於該元素在 S_2 出現的次數；
no otherwise。
3. print:
 - a. input: 一個multisets S 。
 - b. 在stdout輸出 S 的內容。

實驗步驟：

1. $n = 2^{20} - 1, k = 2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{20}$ （可視電腦執行速度調整 n 與 k 的值）
2. 產生 n 個數，每個數字都從 $0 \sim n - 1$ 隨機產生（每個數字被選到的機率都是 $\frac{1}{n}$ ）。
3. 將上述 n 個數存在檔案中，每行存一個數字。
4. 讀檔並將 n 個數存入三個資料結構中。
5. 隨機從 $0 \sim n - 1$ 產生 a （每個數字被選到的機率都是 $\frac{1}{n}$ ）。
6. 在三個資料結構執行range_query($a, a + k$)，並測量時間。
7. 利用equivalent檢查range_query結果是否一致。

一、折線圖與解釋實驗結果



- 總結：Array of Sorted Array Range Query 的執行速度最快， $k \leq 2^{14}$ ，Skip List 的速度較快，search 範圍更大後，Sorted Array 反而比較快。
- Skip List vs Sorted Array 解釋：Skip List 通過多層的連結允許跳過不必要的節點，實現 Search time complexity $O(\log n)$ ，因此比 binary search Sorted Array 快，但 search 範圍更大後，binary search 加速效果可能比 Skip List 的多層結構有效，使 binary search Sorted Array 較快。
- Array of Sorted Array 解釋：本來每個 array 已經排序好，加上 binary search 使得 range query search 最快。

