

Actividad 10: La Ecuación de Duffing

Ángela Morales Zamudio

Lun-Mié 10-11. Jue 4-6

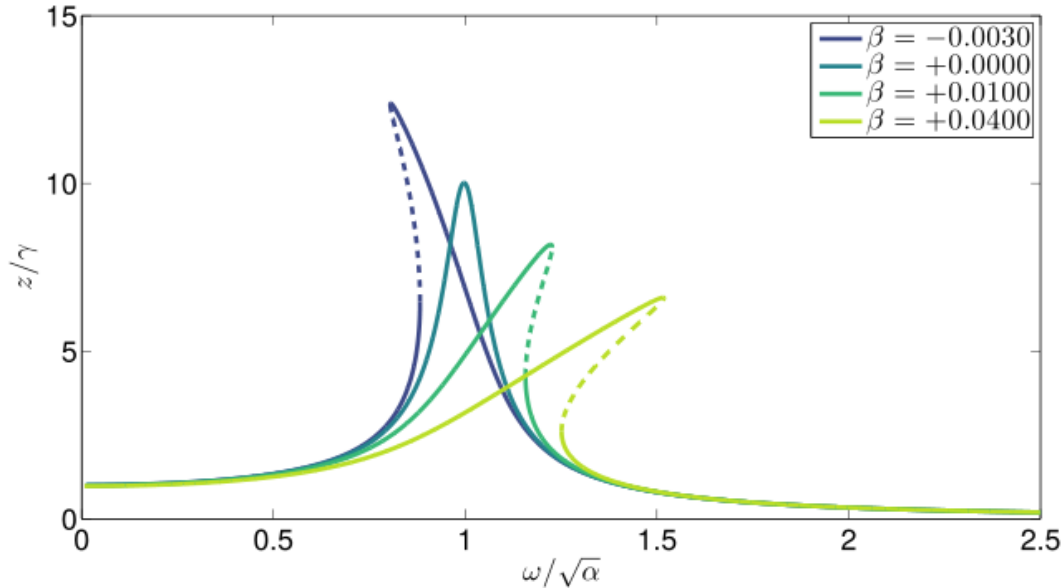
Mayo, 2019

La ecuación de Duffing, es una ecuación diferencial no lineal que describe el movimiento de un oscilador con amortiguamiento, con coeficiente de elasticidad no lineal y al cual se le aplica un forzamiento periódico,

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t)$$

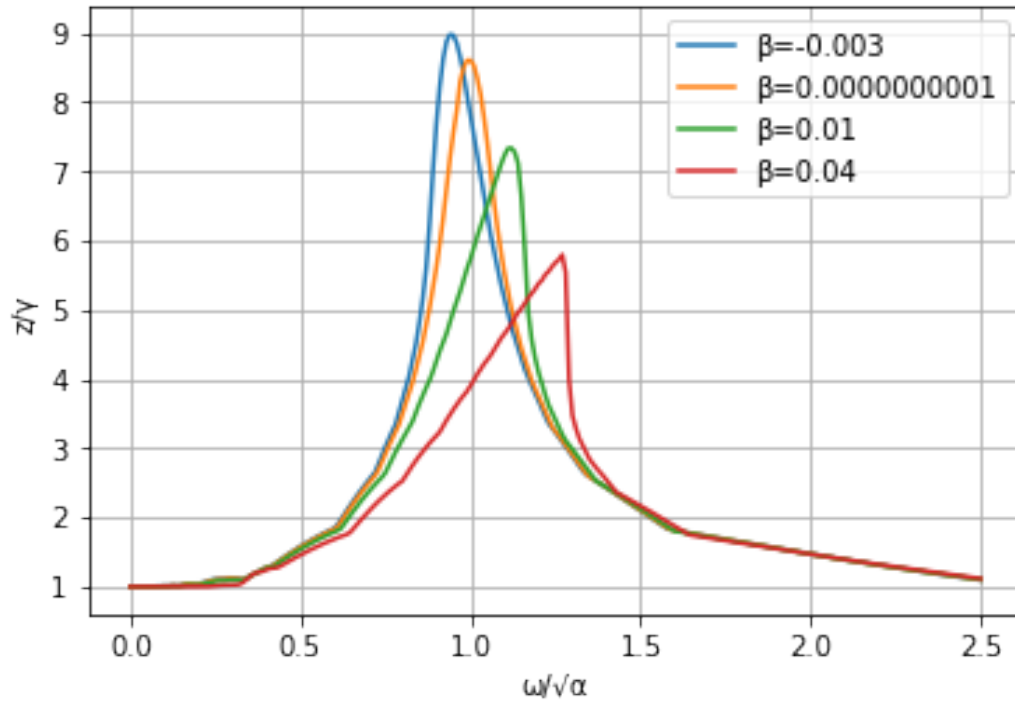
donde α (rigidez), β (no linealidad), γ (amplitud de forzamiento), δ (amortiguamiento) y ω (frecuencia de forzamiento) son constantes.

A este fenómeno físico se le conoce como histéresis, el cual es un tipo de amortiguamiento donde se disipa energía cinética. Se ocasiona por la fricción interna molecular cuando se deforma un cuerpo sólido. Por ejemplo, en una viga de metal vibrando, el amortiguamiento interno se puede describir por una fuerza proporcional al desplazamiento, pero en fase con la velocidad. En esta actividad se pide resolver numéricamente la ecuación de Duffing utilizando la función ode de SciPy para reproducir la figura siguiente, en el caso de que $\alpha = \gamma = 1.0$, $\beta = 0.04$ y amortiguamiento $\delta = 0.1$



Primero fue necesario crear arreglos para guardar los valores de las gráficas. Luego se definieron las ecuaciones diferenciales y los parámetros de la integral, los parámetros de

integración y la misma función a integrar. Luego, con el método de "dopri5", creamos una instancia para resolver la ecuación diferencial. Se crea un arreglo con las cuatro β , y se abre un loop para llenar los arreglos iniciales, donde se especifican los valores de los parámetros, definidos en el párrafo anterior. Dentro del loop, llamamos repetidas veces al integrador para que avance en el tiempo, obteniendo los datos necesarios y almacenándolos en los arreglos. Al final, se graficaron los cuatro amortiguamientos (cada uno con su respectiva β) en una sola gráfica, obteniendo los siguientes resultados:



En conclusión, fenómenos como este tipo de amortiguamiento, que implican un cálculo más complejo, pueden ser resueltos de manera numérica, obteniendo resultados satisfactorios y acordes a la realidad.