

А А А

1. Оценяване

- КН 2 поток / Информатика

4 домашни 4x2.50

Сем. Контрол

45

00

Изпит

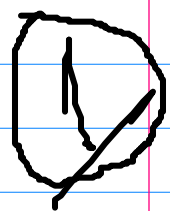
45

00

} при изпит

- Студент от Мин. Зор - **100%** изпит

- КН 1 поток - Информатика
за оценяването
на лекция



Когато разглеждаме алгоритми се интересуваме от:

- Простота
- Коректност
- Бърздействие



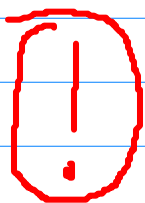
Сложност на алгоритъм:

Ф-я по големината на входа

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
↑
големина на входа
← "брой стъпки"

Пример за големина на входа:

- Сортиране на масив – размерът на масива
- Пресмятане на $n!$ – n



Големината на входа

я свързваме до число / числа

ИНТЕРЕСУВА НИ !
КАК СЕ ВЪРНИ АЛГОРИТЪМА
ПРЧ $n \rightarrow \infty$

[НЕ НИ ИНТЕРЕСУВА
КОНКРЕТНАТА ФУНКЦИЯ] !

[ИНТЕРЕСУВА НИ САМО
КАК НАРАСТВА Ф-ЯТА]

КОЙ АЛГОРИТЪМ ДА ИЗБЕРЕМ?

Alg1: $n \cdot \log(n)$

Alg2: n^2

Alg3: $n!$

КОЯ Ф-Я
НАРАСТВА
НАЙ-БЪЗКО?

АНАЛИЗ НА АСИМПТОТИЧНО
НАРАСТВАНИЕ НА Ф-ИТЕ

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

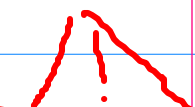
$$O(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бързо от } f\}$$

$$\hookrightarrow O(f) = \{g \mid \exists c (c > 0) \exists n_0 \forall n > n_0: 0 \leq g(n) \leq c f(n)\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid \exists c (c > 0) \exists n_0 \forall n > n_0: 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n)\}$$

$$\Theta(f) = \left\{ g \mid g \text{ нараства } \begin{matrix} \text{точно} \\ \text{колко } f \end{matrix} \right\}$$



$$\Theta(f) = O(f) \cap \Omega(f)$$

$$o(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно от } f\}$$

$$\omega(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бързо от } f\}$$

⊗ с точност го константен множител

n не нараства по-бързо от n^2

$$\Rightarrow n \in O(n^2)$$

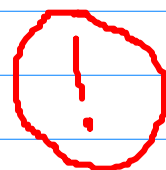
записване.
Така.

$$n^2 + n \in \Theta(n^2)$$

$$n^2 + n = \Theta(n^2)$$

НА КОНТРОЛНО/ИЗПИТ:

Дадено е м-во от ф-ки



Да ги подредите по

асимптотично нарастване

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in O(g)$$

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in \Omega(g)$$

$$f \sim g \Leftrightarrow f \in \Theta(g)$$

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in \omega(g)$$

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in o(g)$$



$\{, \}, \{, \}, \{, \}, \{, \}$

СА ТРАНЗИТИВНИ

$$f \leq g \wedge g \leq k \Rightarrow f \leq k$$

заг. Порежете по асимптотично
нарастване следните ф-ии.

1) $7n^3 \sqrt{\log(n)}$, 2) $\log(\log(n))$

3) $g^n \cdot n$, 4) $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

5) $n!$, 6) $\log(n)$

7) n^n , 8) 2^{n^3}

9) 4^{n^2} , 10) 3^{n^2}

11) $(10 + \sin(n)) \cdot g^n \cdot n$

ПРАВИЛА:

⚠ $\log(n) \prec n^2 \prec a^n \prec n! \prec n^n \prec 2^{n^2}$

⚠ $f \sim g \rightarrow \log(f) \sim \log(g)$

$\log(f) \prec \log(g) \Rightarrow f \prec g$

⚠ $\log(f) \succ \log(g) \Rightarrow f \succ g$

$\log(f) \leq \log(g) \Rightarrow f \leq g$

$\log(f) \geq \log(g) \Rightarrow f \geq g$

⚠ $\log(f) \sim \log(g) \not\Rightarrow f \sim g$

⚠ $f \succ g \not\Rightarrow \log(f) > \log(g)$

⚠ $f \prec g \not\Rightarrow \log(f) \prec \log(g)$

Метод с ЛОГАРИФМАМИ ЧАСТОТО
 f vs g

ⓘ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g} = \begin{cases} \infty & (f \succ g) \\ \text{const} & (f \sim g) \\ 0 & (f \prec g) \end{cases}$

$$f = g + k$$

$$f \approx \max(g, k)$$

$$n^2 + \log(n) + n \approx n^2$$

Имеем точно 11 функций

\Rightarrow требуется до извращения точно

10 сравнения на непосредственные
связи в поурядках.

$$f_1 \mid f_2 \mid f_3 \dots \mid f_{11}$$

извращаем 10 (а не 55) сравнения

благодарение на транзитивности

РЕШЕНИЕ:

① $\log(\log(n))$ vs $\log(n)$

НЕ! $\log(n) \mid n \not\approx \log(\log(n)) \mid \log(n)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n)}{\log(\log(n))} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n \cdot \log(n)}} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(n)}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(\log(n)) \prec \log(n)$$

② $\log(n)$ vs $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\sqrt{\log(n)} \cdot \sqrt{\log(n)}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3}{\sqrt{\log(n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^2}{\frac{1}{2n \sqrt{\log(n)}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{30n^3 \sqrt{\log(n)}}{1} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)}$$

③ $5n^3 \sqrt{\log(n)}$ vs $7n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 \sqrt{\log(n)}}{5n^3 \sqrt{\log(n)}} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow 5n^3 \sqrt{\log(n)} \prec 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

④

$7n^3 \sqrt{\log(n)}$ vs
ЛОГАРИТМИЗУЕМЕ

$$\log(7n^3 \sqrt{\log(n)})$$

$$\log(7) + 3 \cdot \log(n) + \log(\sqrt{\log(n)})$$

$$\Rightarrow 7n^3 \sqrt{\log(n)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Theta(\log(n)) \\ 4^n n^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} &4^n n^2 \\ &\downarrow \\ &\log(4^n n^2) \\ &\downarrow \\ &n \cdot \log(4) + 2 \log(n) \\ &\quad \quad \quad \sim \Theta(n) \end{aligned}$$

⑤

$4^n n^2$ vs $9^n n$

ЛОГАРИТМИЗУЕМЕ

$$n \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &n \cdot \log(9) + \log(n) \\ &\quad \quad \quad \Theta(n) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4^n n^2 \approx 9^n n$$

С ТОЗУ МЕТОД НЕ СТАВА!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n \cdot n}{4^n \cdot n^2} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{n \cdot 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{4} \right)^n \frac{1}{n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.5^n}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow 4^n \cdot n^2 \{ 9^n \cdot n$$

⑥

$$9^n \cdot n \quad \vee \quad \underbrace{10 + \sin(n)}_{[-1, 1]} \cdot 9^n \cdot n$$

$[0, 1^+]$

ⓘ

порядок на $10 + \sin(n) \in 0$

$$\Rightarrow 9^n n \sim (10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$$

7

$$(10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$

различаваме:

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$

!

$$\log(n!) \sim n \cdot \log(n)$$

До-во: 1) с формулата на Стирлинг
2) със свиване на сбора интеграл

получаваме:

$$\underbrace{n \cdot \log(9) + \log(n)}_{\Theta(n)} \sim n \cdot \log(n)$$

$$\Rightarrow 9^n \cdot n \sim n!$$

8

$n!$ vs n^n

Опытване с логаритмуване

$$\log(n!) \quad \log(n^n)$$

$$n \cdot \log(n) \approx n \log(n)$$

\Rightarrow НУЖО!!

!

$$n! \approx n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}$$

!

$$\Rightarrow n! \prec n^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n!} = \frac{e^n}{\sqrt{n}} = \infty$$

9

n^n vs 3^{n^2}

ЛОГАРИТМУВАМЕ:

$$\log(n^n)$$

$$\log(3^{n^2})$$

$$n \cdot \log(n) \prec n^2 \log(3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)}$$

= ∞

10

$$3^{n^2} \text{ vs } 2^{n^3}$$

ПОПРЯМАМУВАННЯ

$$n^2 \cdot \log(3) < n^3 \cdot \log(2)$$

ОТГ:

$$\log(\log(n)) < \log(n) < 5n^3 \sqrt{\log(n)} \approx 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$4^n n^2 < 9^n \cdot n \approx (5 \cdot 10^7 + 10) \cdot 9^n \cdot n < n!$$

$$n^n < 3^{n^2} < 2^{n^3} \quad \checkmark$$