

А А А

1. Оценывание

- КН 2 потока / 4 руб.

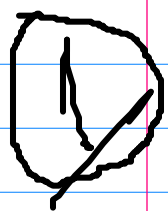
4 задания - 4×2.50

сем. контр	45	90
изпыт	45	90

} приказываю

Студенты от мин. 20% - 100% испыт

- КН 1 поток - информация
за оценывание
на лекции



което рязко се интересува алгоритма от:

- простота
- Коректност
- Гордостта

Способност на алгоритма:

функция по входни данни
вход

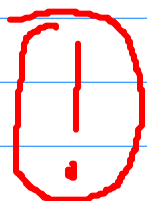
$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

входни
на вход

брос
стъпни

пример за входни на вход:

- сортиране на масив - входни на масив
- пресмятане $n!$ - n



попечител на вход
и свещане го число!

Интересува ни

как се гърми асимптотика

при

$n \rightarrow \infty$

!

[Не ни интересува
конкретната ф-я !!!]

!

[интересува ни само
как нараства ф-ята]

Коя асимптотика да изберем?

Alg 1:	\cdot	n	ка
Alg 2:	\cdot	n^2	
Alg 3:	\cdot	$n \cdot \log(n)$	ф-я
Alg 4:	\cdot	n^n	нараства
Alg 5:	\cdot	n^n	
Alg 6:	\cdot	$n!$	исц-добро??

Анализ на асимптотичното
нарастване на ф-ите

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бързо от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Theta(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно, но не по-бързо от } f\}$$



$$\Theta(f) = O(f) \cap \Omega(f)$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бързо от } f\}$$

$$n \text{ не нараства по-бързо от } n^2 \quad n \in O(n^2)$$

записване
трак4:

$$n^2 + n \in \Theta(n^2)$$

$$n^2 + n = \Theta(n^2)$$

на контролни:

дадено е множество от ф-ции
и трябва да ги подредим

по асимптотично израстване

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in O(g)$$

$$f \geq g \Leftrightarrow f \in \Omega(g)$$

$$f \sim g \Leftrightarrow f \in \Theta(g)$$

$$f \gg g \Leftrightarrow f \in \omega(g)$$

$$f \ll g \Leftrightarrow f \in o(g)$$

① {, }, {, }, {, } =

са ТРАНЗИТИВНИ

$$f \leq g \wedge g \leq k \Rightarrow f \leq k$$

заг. подредете по асимптотично нарастване
следните функции:

- $7n^3 \sqrt{\log(n)}$
- $9^n \cdot n$
- $n!$
- n^n
- $4^n n^2$
- $(10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$

- $\log[\log(n)]$
- $5n^3 \sqrt{\log(n)}$
- $\log(n)$
- 2^n
- 3^{n^2}

17. Prüfung:

⚠ $\log(n) \prec n^2 \prec a^n \prec n! \prec n^n \prec 2^{n^2}$

• $f \approx g \rightarrow \log(f) \approx \log(g)$

- $\log(f) \nmid \log(g) \Rightarrow f \nmid g$

$$\log(f) \mid \log(g) \Rightarrow f \mid g$$

$$\log(f) \perp \log(g) \Rightarrow f \perp g$$

$$\log(f) \leq \log(g) \Rightarrow f \leq g$$

$$\log(f) \approx \log(g) \not\Rightarrow f \approx g$$

$$f \succ g \not\Rightarrow \log(f) \succ \log(g)$$

$$f \nmid g \quad \nRightarrow \quad \log(f) \nmid \log(g)$$

Метод с LPH и g на 4GCTHOTO

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g} = \begin{matrix} \infty & (f > g) \\ \text{const} & (f \sim g) \\ 0 & (f \ll g) \end{matrix}$$

$$f = g + k$$

$$f \approx \max(g, k)$$

$$n^2 + \log(n) + n \approx n^2$$

Let's imagine 11 functions
 trying to find the correct
 point 10

точно 10 директних сравнения

$$f_1 \leq f_2 \leq f_3 \leq f_4 \dots \leq f_{10}$$

правильно 10 (не 55) сравнения, доказательство
 на транзитивности на \leq

Решение:

$$1) \log(\log(n)) \text{ vs } \log(n)$$

Не! $\log(n) \neq \log(\log(n))$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n)}{\log(\log(n))} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n \cdot \log(n)}} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(n)}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(\log(n)) \prec \log(n)$$

② $\log(n)$ vs $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\sqrt{\log(n)} \cdot \sqrt{\log(n)}}$$

$$= \frac{5n^3}{\sqrt{\log(n)}} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)}$$

③ $5n^3 \sqrt{\log(n)}$ vs $7n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 \sqrt{\log(n)}}{5n^3 \sqrt{\log(n)}} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow 5n^3 \sqrt{\log(n)} \sim 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

4

$$7n^3 \sqrt{\log(n)} \text{ vs }$$

нотация base

$$\log(7n^3 \sqrt{\log(n)})$$

||

$$\log(7) + 3 \log(n) + \log(\sqrt{\log(n)})$$

$$\Theta(\log(n))$$

$$\Rightarrow 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$4^n n^2$$

$$\log(4^n n^2)$$

$$n \cdot \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$4^n n^2$$

5

$$4^n n^2 \text{ vs } 9^n n$$

vs

$$9^n n$$

нотация base

$$n \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$n \cdot \log(9) + \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$\Rightarrow \text{X}$$

тогда метас he cтало!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n \cdot n}{4^n \cdot n^2} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{n \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{4} \right)^n \cdot \frac{1}{n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.5^n}{n} = \infty \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow 4^n \cdot n^2 \prec 9^n \cdot n$$

⑥

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad \underbrace{(10 + \sin(n))}_{[-1.1, 1.1]} 9^n \cdot n$$

[0, 1.1]

Notigzuvor hier $10 + \sin(n)$

$$\Rightarrow 9^n \cdot n \sim (10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$$

7) $(10 + 5 \log n) \cdot 9^n \cdot n$ vs $n!$

ще разгледаме:

$9^n \cdot n$ vs $n!$



$$\log(n!) \sim n \cdot \log(n)$$

Д-во: 1) с формулата на Стирлинга
2) със сравнение на скорост на израстване

показателно

$$n \cdot \log(9) + \log(n) \sim n \cdot \log(n)$$

$$\Rightarrow 9^n \cdot n \sim n!$$

② $n!$ vs n^n

1) поразительное

$$\log(n!) \quad \log(n^n)$$

$$n \cdot \log(n) \approx n \log(n)$$

\Rightarrow Нууко!!

формула: $n! \approx n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}$

$$\Rightarrow n! \prec n^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}}{n^n} = \frac{e^n}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty$$

③ n^n vs 3^{n^2}

поразительное

$$\log(n^n)$$

$$\log(3^{n^2})$$

$$n \cdot \log(n) \prec n^2 \log(3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)}$$

$$= \infty$$

10

$$3^{n^2} \text{ vs } 2^{n^3}$$

накратко

$$n^2 \cdot \log(3) < n^3 \cdot \log(2)$$

or:

$$\log(\log(n)) < \log(n) < 5n^3 \sqrt{\log(n)} \approx 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$4^n n^2 < 9^n \cdot n \approx (5 \cdot 10^7 + 10) \cdot 9^n \cdot n < n!$$

$$n^n < 3^{n^2} < 2^{n^3} \quad \checkmark$$