

# ДАА

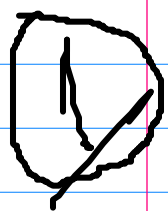
- КН 2 поток / 4 нр.

4 занятия - 2.5 %

сем. контр	45 %	} <u>призвиги</u>
изпит	45 %	

СТС ~~г~~ ~~н~~ ~~т~~ от мнн. 20% -  $\frac{\text{САН}}{\text{изпит}}$  (100%)

- КН 1 поток - информация  
на лекция



което рязко се интересува алгоритма от:

- простота
- Коректност
- Гордостта

Способност на алгоритма:

функция по входни данни  
вход

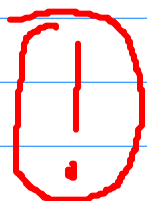
$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

Зона на  
на вход

брос  
стъп

пример за зона на вход:

- сортиране на масив - зона на масив
- пресмятане  $n!$  -  $n$



попечител на вход  
и свещане го число!

Интересува ни

как се гърми асимптотика

при

$n \rightarrow \infty$

!

[ Не ни интересува  
конкретната ф-я !!! ]

!

[ интересува ни само  
как нараства ф-ята ]

Как асимптотично да изберем?

Alg 1:	$n$	ка
Alg 2:	$n^2$	
Alg 3:	$n \cdot \log(n)$	ф-я
Alg 4:	$n^n$	нараства
Alg 5:		
Alg 6:	$n!$	исц-добро??

Анализ на асимптотичното  
нарастване на ф-ите

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бързо от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Theta(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно, колкото } f\}$$



$$\Theta(f) = O(f) \cap \Omega(f)$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бързо от } f\}$$

$$n \text{ не нараства по-бързо от } n^2 \quad n \in O(n^2)$$

записване  
трак4:

$$n^2 + n \in \Theta(n^2)$$

$$n^2 + n = O(n^2)$$

на контролни:

дадено е множество от ф-ции  
и трябва да ги подредим

по асимптотично израстване

$$f \leq g \Leftrightarrow f \in O(g)$$

$$f \geq g \Leftrightarrow f \in \Omega(g)$$

$$f \sim g \Leftrightarrow f \in \Theta(g)$$

$$f \gg g \Leftrightarrow f \in \omega(g)$$

$$f \ll g \Leftrightarrow f \in o(g)$$



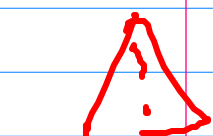
Проблема:

⚠  $\log(n) \ll n^2 \ll a^n \ll n! \ll n^n \ll 2^{n^2}$

•  $f \sim g \rightarrow \log(f) \sim \log(g)$

•  $\log(f) \ll \log(g) \Rightarrow f \ll g$

$$\begin{array}{c} \{ \\ \vdots \\ \} \end{array} \quad \begin{array}{c} \{ \\ \vdots \\ \} \end{array}$$



⚠  $f > g \not\Rightarrow \log(f) > \log(g)$

⚠  $\log(f) \sim \log(g) \not\Rightarrow f \sim g$

$f$  vs  $\dot{g}$



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g} \rightarrow \infty \quad f > g$   
 $\rightarrow \text{const} \neq 0 \quad f \sim g$   
 $\rightarrow 0 \quad f \ll g$

$$f = g + k$$

$$f \approx \max(g, k)$$

$$n^2 + \log(n) + n \approx n^2$$

Let's imagine 11 functions  
 trying to find a  $g$  that works

точно 10 гуректн

$$f_1 \leq f_2 \leq f_3 \leq f_4 \dots \leq f_{10}$$

правим 10 (не 55) сравнения, доказываем  
 их транзитивностью на  $\leq$

Решение:

$$1) \log(\log(n)) \text{ vs } \log(n)$$

**Не!**  $\log(n) \neq \log(\log(n))$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n)}{\log(\log(n))} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n \cdot \log(n)}} =$$



$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(n)}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(\log(n)) \prec \log(n)$$

②  $\log(n)$  vs  $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\sqrt{\log(n)} \cdot \sqrt{\log(n)}}$$

$$= \frac{5n^3}{\sqrt{\log(n)}} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)}$$

③  $5n^3 \sqrt{\log(n)}$  vs  $7n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 \sqrt{\log(n)}}{5n^3 \sqrt{\log(n)}} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow 5n^3 \sqrt{\log(n)} \sim 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

4

$$7n^3 \sqrt{\log(n)} \text{ vs }$$

пороситы base

$$\log(7n^3 \sqrt{\log(n)})$$

||

$$\log(7) + 3 \log(n) + \log(\sqrt{\log(n)})$$

$$\Theta(\log(n))$$

$$\Rightarrow 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$4^n n^2$$

$$\log(4^n n^2)$$

$$n \cdot \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$4^n n^2$$

5

$$4^n n^2 \text{ vs } 9^n n$$

vs

$$9^n n$$

пороситы base

$$n \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$\Rightarrow \text{X}$$

$$n \cdot \log(9) + \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

тогда метос не стала

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n \cdot n}{4^n \cdot n^2} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{n \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9}{4} \right)^n \cdot \frac{1}{n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.5^n}{n} = \infty \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow 4^n \cdot n^2 \prec 9^n \cdot n$$

⑥

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad \underbrace{(10 + \sin(n))}_{[-1.1, 1.1]} 9^n \cdot n$$

Notizgizur hier  $10 + \sin(n)$

$$\Rightarrow 9^n n \sim (10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$$

$$(7) (10 + 5 \log n) \cdot 9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$

ще разгледаме:

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$



$$\log(n!) \sim n \cdot \log(n)$$

Д-во: 1) с формулата на Стирлинг  
2) със сравнение на скорост на израстване

показателно

$$n \cdot \log(9) + \log(n) \quad \text{vs} \quad n \cdot \log(n)$$

$$\Rightarrow 9^n \cdot n \quad \{ n! \}$$

⑧

$n!$  vs  $n^n$

1) поразително

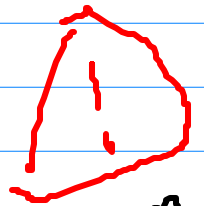
$\log(n!)$

$\log(n^n)$

$$n \cdot \log(n) \approx n \log(n)$$

~~НЕ~~ ~~НЕ~~ ~~НЕ~~!

формула:  $n! \approx n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}$



$$\Rightarrow n! \prec n^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}}{n^n} = \frac{e^n}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty$$

⑨

$n^n$  vs  $3^{n^2}$

поразително

$\log(n^n)$

$\log(3^{n^2})$

$$n \cdot \log(n) \prec n^2 \log(3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)}$$

$$= \infty$$

10

$$3^{n^2} \text{ vs } 2^{n^3}$$

not trying to be

$$n^2 \cdot \log(3) \prec n^3 \cdot \log(2)$$

or:

$$\log(\log(n)) \prec \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)} \prec 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$\prec 4^n n^2 \prec 9^n \cdot n \prec (5 \cdot 10^{10} + 10) \cdot 9^n \cdot n \prec n!$$

$$\prec n^n \prec 3^{n^2} \prec 2^{n^3} \quad \checkmark$$