

А А А

1. Оценяване

- КН 2 потока / 4 нр.

4 домашни 4x2.50

сем. контролно

45

90

изпит

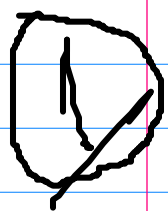
45

90

при изпити

- Студенти от мин. 20% - 100% изпит

- КН 1 поток - информатика
за оценяването
на лекци



което рязко се интересува алгоритма от:

- простота
- Коректност
- Гордостта

Способност на алгоритма:

функция по входите на входа

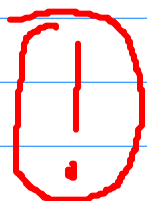
$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

вход
на входа

брос
стъп

пример за входите на входа:

- сортиране на масив - входите на масив
- пресмятане $n!$ - n



попечител на входа
и свещта го чиста!

Интересува ни

как се гърми асимптотика

при

$n \rightarrow \infty$

!

[Не ни интересува
конкретната ф-я !!!]

!

[интересува ни само
как нараства ф-ята]

Коя асимптотика да изберем?

Alg 1:	\cdot	n	ка
Alg 2:	\cdot	n^2	
Alg 3:	\cdot	$n \cdot \log(n)$	ф-я
Alg 4:	\cdot	n^n	нараства
Alg 5:	\cdot	n^n	
Alg 6:	\cdot	$n!$	исц-добро??

Анализ на асимптотичното
нарастване на ф-ите

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бързо от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ не нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Theta(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно, но не по-бързо от } f\}$$



$$\Theta(f) = O(f) \cap \Omega(f)$$

$$O(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бавно от } f\}$$

$$\Omega(f) = \{g \mid g \text{ нараства по-бързо от } f\}$$

n не нараства по-бързо от n^2

$$n \in O(n^2)$$

записване
трак4:

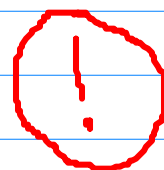
$$n^2 + n \in \Theta(n^2)$$

$$n^2 + n = \Theta(n^2)$$

НА КОНТРОЛНО/ИЗЛИТ:

Дадено е м-во от ф-ии.

Трябва да ги подредим
по асимптотично нарастване



$$f \leq g \Leftrightarrow f \in O(g)$$

$$f \geq g \Leftrightarrow f \in \Omega(g)$$

$$f \sim g \Leftrightarrow f \in \Theta(g)$$

$$f \gg g \Leftrightarrow f \in \omega(g)$$

$$f \ll g \Leftrightarrow f \in o(g)$$

1) $\{, \}, \{, \}, \{, \}, \{, \}, \{, \}, \{, \}$

сә ТРАНСИТИВН

$$f \leq g \wedge g \leq k \Rightarrow f \leq k$$

3а) Поурядете по асимптотично
ННПСТВАНЕ следните ф-ии.

1) $7n^3 \sqrt{\log(n)}$, 2) $\log(\log(n))$

3) $9^n \cdot n$, 4) $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

5) $n!$, 6) $\log(n)$

7) n^n , 8) 2^{n^3}

9) 4^{n^2} , 10) 3^{n^2}

11) $(10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$

ПРАВИЛА:

⚠ $\log(n) \prec n^2 \prec a^n \prec n! \prec n^n \prec 2^{n^2}$

⚠ $f \sim g \rightarrow \log(f) \sim \log(g)$

$\log(f) \prec \log(g) \Rightarrow f \prec g$

⚠ $\log(f) \succ \log(g) \Rightarrow f \succ g$

$\log(f) \leq \log(g) \Rightarrow f \leq g$

$\log(f) \geq \log(g) \Rightarrow f \geq g$

⚠ $\log(f) \sim \log(g) \not\Rightarrow f \sim g$

⚠ $f \succ g \not\Rightarrow \log(f) > \log(g)$

⚠ $f \prec g \not\Rightarrow \log(f) \prec \log(g)$

Метод с ЛПННУА на частото
 f vs g

ⓘ
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g} = \begin{cases} \infty & (f \succ g) \\ \text{const} & (f \sim g) \\ 0 & (f \prec g) \end{cases}$$

$$f = g + k$$

$$f \approx \max(g, k)$$

$$n^2 + \log(n) + n \approx n^2$$

Имеем точно 11 функций

\Rightarrow требуется до извращения точно

10 сравнения на непосредственные
связи в поурядках.

$$f_1 \mid f_2 \mid f_3 \dots \mid f_{11}$$

извращаем 10 (а не 55) сравнения

благодарение на транзитивности

РЕШЕНИЕ:

① $\log(\log(n))$ vs $\log(n)$

НЕ! $\log(n) \mid n \not\approx \log(\log(n)) \mid \log(n)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n)}{\log(\log(n))} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n \cdot \log(n)}} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(n)}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(\log(n)) \prec \log(n)$$

② $\log(n)$ vs $5n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 \sqrt{\log(n)}}{\sqrt{\log(n)} \cdot \sqrt{\log(n)}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3}{\sqrt{\log(n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^2}{\frac{1}{2n \sqrt{\log(n)}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{30n^3 \sqrt{\log(n)}}{1} = \infty$$

$$\Rightarrow \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)}$$

③ $5n^3 \sqrt{\log(n)}$ vs $7n^3 \sqrt{\log(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 \sqrt{\log(n)}}{5n^3 \sqrt{\log(n)}} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow 5n^3 \sqrt{\log(n)} \sim 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

④

$$7n^3 \sqrt{\log(n)} \text{ vs } 4^n n^2$$

ЛОГАРИТМИЗУЕМЕ

$$\log(7n^3 \sqrt{\log(n)})$$

$$\log(7) + 3 \cdot \log(n) + \log(\sqrt{\log(n)})$$

$$\Rightarrow 7n^3 \sqrt{\log(n)} \sim 4^n n^2$$

$$\begin{aligned} &4^n n^2 \\ &\downarrow \\ &\log(4^n n^2) \\ &\downarrow \\ &n \cdot \log(4) + 2 \log(n) \\ &\quad \sim \Theta(n) \end{aligned}$$

⑤

$$4^n n^2 \text{ vs } 9^n n$$

ЛОГАРИТМИЗУЕМЕ

$$n \log(4) + 2 \log(n)$$

$$\Theta(n)$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &n \cdot \log(9) + \log(n) \\ &\quad \sim \Theta(n) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4^n n^2 \not\sim 9^n n$$

този метод не става!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n \cdot n}{4^n \cdot n^2} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{n \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{4} \right)^n \cdot \frac{1}{n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.5^n}{n} = \infty$$

$$\Rightarrow 4^n \cdot n^2 \{ 9^n \cdot n$$

⑥

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad \underbrace{(10 + \sin(n))}_{[-1, 1]} 9^n \cdot n$$

$[-0, 1^+]$

⚠

попробовать на $10 + \sin(n) \in 0$

$$\Rightarrow 9^n n \sim (10 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n$$

7

$$(1 + \sin(n)) \cdot 9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$

различаваме:

$$9^n \cdot n \quad \text{vs} \quad n!$$

!

$$\log(n!) \sim n \cdot \log(n)$$

Д-во: 1) с формулата на Стирлинг
2) със свиване на сбора интеграл

получаваме:

$$\underbrace{n \cdot \log(9) + \log(n)}_{f(n)} \quad \left\{ \quad n \cdot \log(n) \right.$$

$$\Rightarrow \dots 9^n \cdot n \quad \{ n!$$

8

$n!$ vs n^n

Опытване с логаритмуване

$$\log(n!) \quad \log(n^n)$$

$$n \cdot \log(n) \approx n \log(n)$$

\Rightarrow НУЖО!!

!

$$n! \approx n^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{e^n}$$

!

$$\Rightarrow n! \prec n^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n!} = \frac{e^n}{\sqrt{n}} = \infty$$

9

n^n vs 3^{n^2}

ЛОГАРИТМУВАМЕ:

$$\log(n^n)$$

$$\log(3^{n^2})$$

$$n \cdot \log(n) \prec n^2 \log(3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log(3)}{n \cdot \log(n)}$$

= ∞

10

$$3^{n^2} \text{ vs } 2^{n^3}$$

ПОРЯДКОВЫЕ

$$n^2 \cdot \log(3) \prec n^3 \cdot \log(2)$$

или:

$$\log(\log(n)) \prec \log(n) \prec 5n^3 \sqrt{\log(n)} \prec 7n^3 \sqrt{\log(n)}$$

$$4^n n^2 \prec 9^n \cdot n \prec (5 \cdot 10^7 + 10) \cdot 9^n \cdot n \prec n!$$

$$\prec n^n \prec 3^{n^2} \prec 2^{n^3} \quad \checkmark$$