⑥

Релация на Майхил-Нероуд за L

$$x R_L y \leftrightarrow \forall z \in \Sigma^* \left[xz \in L \leftrightarrow yz \in L \right]$$

зад 1 Нека $\Sigma = \{a, b\}$

а) Постройте автомата на Нероуд за:

$$L = \{ab, bb, a, b\}$$

б) Кои класове на R_L са безкрайни?

$[\varepsilon] = \{\varepsilon\}$

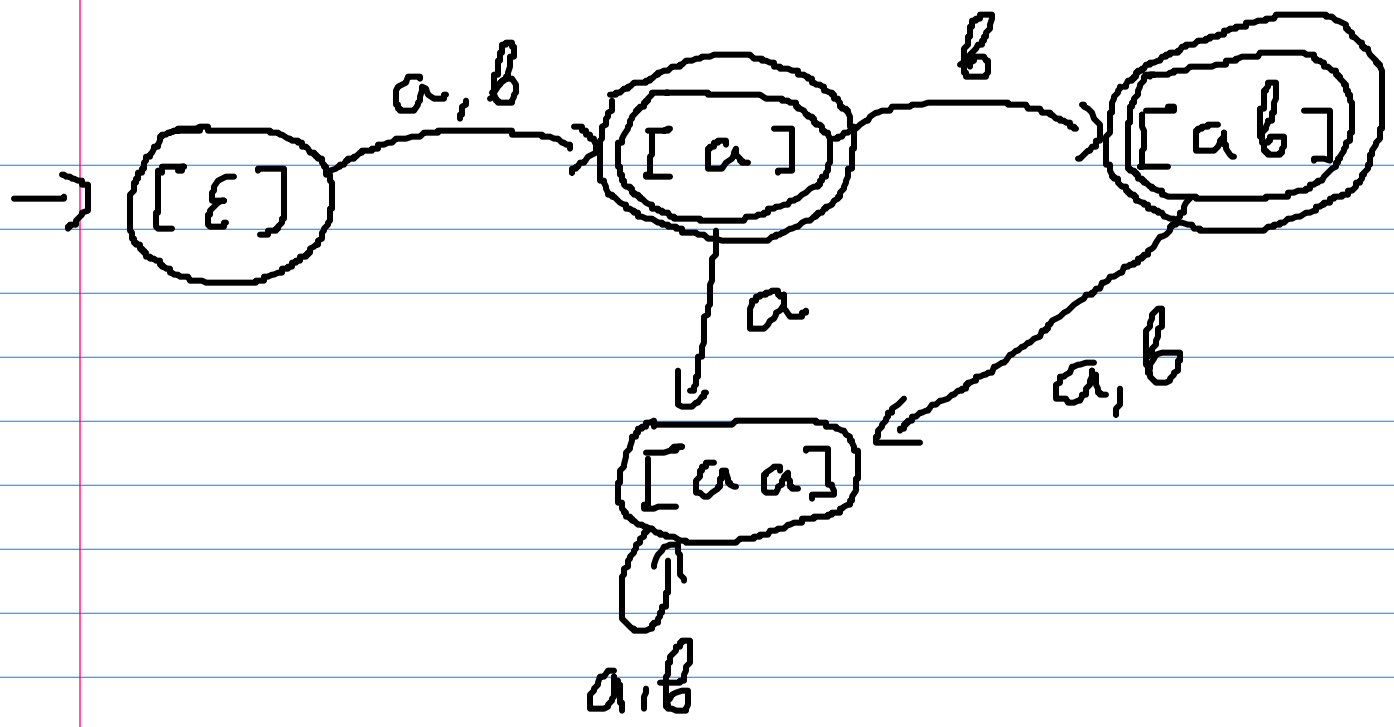
$[a] = \{a, b\} \subseteq L$

$[ab] = \{ab, bb\} \subseteq L$

$[aa] = \{aa, abb, bab \ldots\}$

↑

∞



! Кл. на екв., които съдържат ∞ брой елементи, са част от езика на автомата на Нероуд.

Метод на Brzozowski

- Строене на мин. ДА, който разпознава

def: $w^{-1}L = \{u \in \Sigma^* \mid wu \in L\}$

(rem)

$rem: \Sigma^* \times 2^{\Sigma^*} \to 2^{\Sigma^*}$

$L = \{a, ab, ba, aa\}$

$a^{-1}L = \{\varepsilon, b, a\}$

$ab^{-1}L = b^{-1}(a^{-1}(L))$

! тв. $(\alpha\beta)^{-1}L = \beta^{-1}(\alpha^{-1}(L))$

Твърдение: $w \in L \leftrightarrow \varepsilon \in w^{-1}L$

Д-во: Ако $w \in L$, то $w\varepsilon \in L$

$\Rightarrow \varepsilon \in w^{-1}(L)$ (от дефиницията на $\cdot$)

Твърдение:

$w^{-1}L = u^{-1}L \leftrightarrow wR_L u$

зад 1 с метода на Brzozovski

$a^{-1}L = \{b, \varepsilon\}$ L_1

$b^{-1}L = \{b, \varepsilon\}$ L_1

$L_1 \neq L$

$\varepsilon \in L_1$

$\varepsilon \notin L$

$a^{-1} L_1 = \emptyset$ L_2

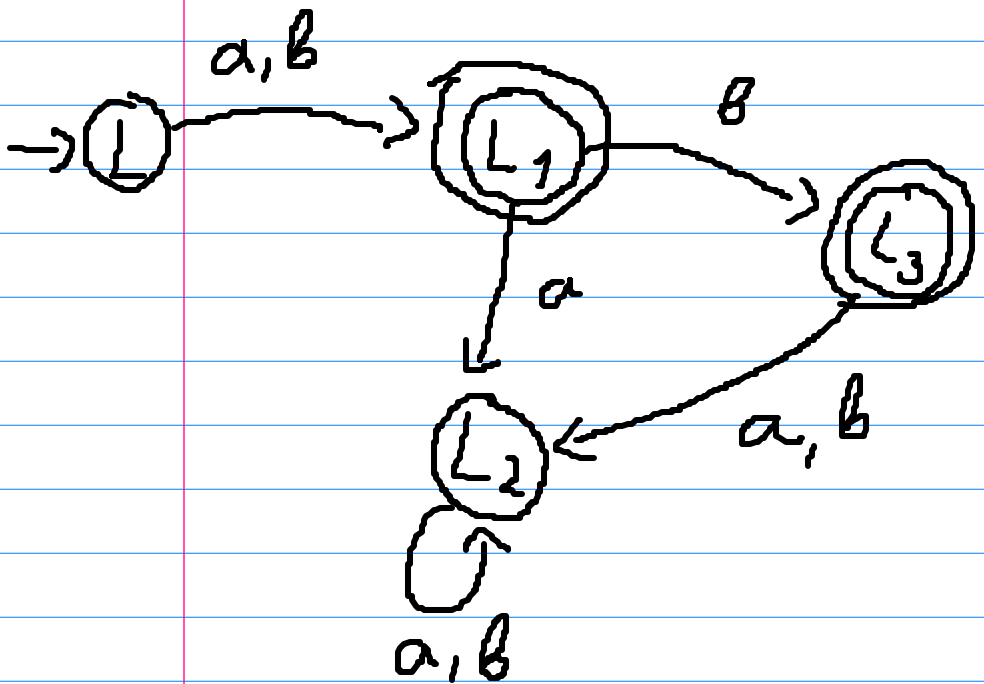
$b^{-1} L_1 = \{\varepsilon\}$ L_3

$a^{-1} L_2 = \emptyset$ L_2

$b^{-1} L_2 = \emptyset$ L_2

$a^{-1} L_3 = \emptyset$ L_2

$b^{-1} L_3 = \emptyset$ L_2



Навсякъде вместо множеството (езика) ще пишем рег. израз

def : Линейно разпаване на L

$$L = \{w_1, w_2, w_3 \dots w_n\}^*$$

$$L = w_1 L + w_2 L + w_3 L + \dots + w_n L + \varepsilon$$

Пример:

$$L = (b + ba)^* = \overbrace{b}^{L}\overbrace{(b + ba)^*}^{L} + ba\overbrace{(b+ba)^*}^{L} + \varepsilon$$

$$= bL + baL + \varepsilon$$

Зад 2 Постройте МКТА за

$$L = \{ w \mid w \text{ започва с } a \text{ и не съдържа } aa \}$$

$$L = a(b + ba)^*$$

$a^{-1}L = (b + ba)^*$ L_1

$b^{-1}L = \emptyset$ L_2

- $L_1 \neq L$
  $b \in L_1$
  $b \& L$

(!) $L_1 = bL_1 + baL_1 + \varepsilon$

- $L_2 \neq L$
  $\Rightarrow L_2 \neq L$
  $a \in L$
  $a \notin L_2$

$a^{-1}L_1 = \emptyset$ L_2

$b^{-1}L_1 = L_1 + aL_1$ L_3

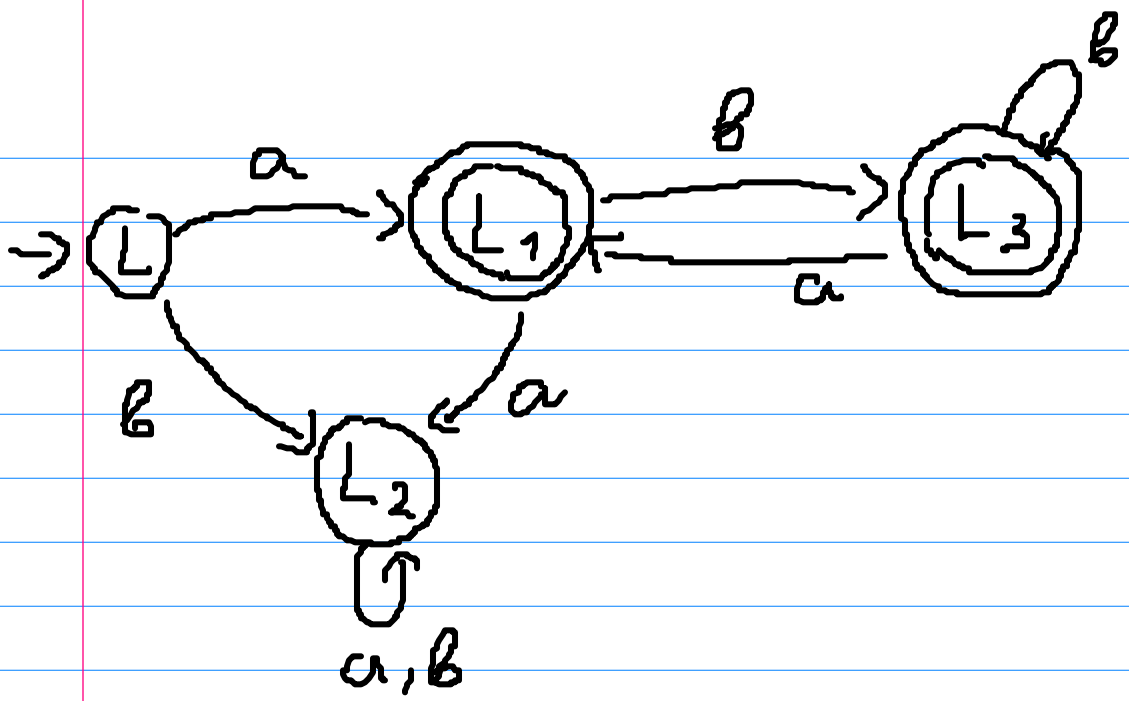
- $L_2 \neq L_1$
  $b \in L_1$
  $b \& L_2$

$a^{-1}L_2 = \emptyset$ L_2

$b^{-1}L_2 = \emptyset$ L_2

$a^{-1}L_3 = a^{-1}(L_1) + a^{-1}(aL_1) = \emptyset + L_1$ L_1

$b^{-1}L_3 = b^{-1}(L_1) + b^{-1}(aL_1) = L_3 + \emptyset$ L_3



Проверки:

- $L_1 \neq L$
  $b \in L_1$
  $b \notin L$
- $L_2 \neq L$
  $a \in L$
  $a \notin L_2$
- $L_2 \neq L_1$
  $b \in L_1$
  $b \notin L_2$
- $L_3 \neq L$
  $b \in L_3$
  $b \notin L$
- $L_3 \neq L_1$
  $ab \in L_3$
  $ab \notin L_1$
- $L_3 \neq L_2$
  $b \in L_3$
  $b \notin L_2$

6 проверки = $\frac{4.3}{2}$ ✓

зад 3 Постройте МКТДА за

$$L = \{ w \mid w \text{ започва и завършва с различна буква} \}$$

$$L = a(a+b)^* b + b(a+b)^* a$$

$$a^{-1}L = (a+b)^* b \qquad L_1$$

$$b^{-1}L = (a+b)^* a \qquad L_2$$

$$L_1 = \underbrace{(a+b)^*}\, b =$$

$$a(a+b)^* + b(a+b)^* + \varepsilon$$

$$= a\underbrace{(a+b)^* b}_{L_1} + b\underbrace{(a+b)^* b}_{L_1} + b$$

(!) $$L_1 = aL_1 + bL_1 + b$$

$$a^{-1}L_1 = L_1 + \emptyset + \emptyset = L_1$$

$$b^{-1}L_1 = L_1 + \varepsilon \qquad L_3$$

(!) $L_2 = aL_2 + bL_2 + a$

$a^{-1}L_2 = L_2 + \varepsilon \quad L_4$

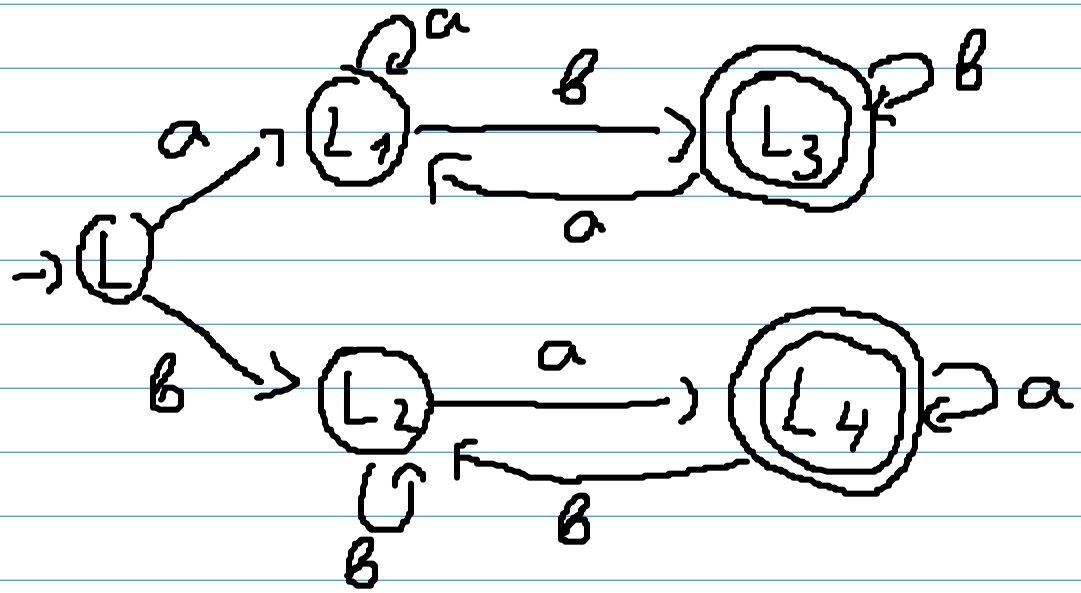
$b^{-1}L_2 = L_2$

$a^{-1}L_3 = L_1 + \emptyset = L_1$

$b^{-1}L_3 = b^{-1}(L_1) + b^{-1}(\varepsilon) = L_3 + \emptyset = L_3$

$a^{-1}L_4 = a^{-1}(L_2) + a^{-1}(\varepsilon) = L_4 + \emptyset = L_4$

$b^{-1}L_4 = b^{-1}(L_2) + b^{-1}(\varepsilon) = L_2 + \emptyset = L_2$



Проверки:

- $L_1 \neq L$
  $b \in L_1$
  $b \notin L$
- $L_2 \neq L$
  $a \in L_2$
  $a \notin L$
- $L_2 \neq L_1$
  $a \in L_2$
  $a \notin L_1$

... $L_3 \neq L, L_1, L_2$

$\varepsilon \in L_3$ $\varepsilon \notin L, L_1, L_2$

... $L_4 \neq L, L_1, L_2$

$\varepsilon \in L_4$ $\varepsilon \notin L, L_1, L_2$

- $L_3 \neq L_4$
  $a \in L_4$
  $a \notin L_3$

10 проверок $= \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ ✓ (5 — рост состояния)