⑦

Операции, относно които са затворени регулярните езици

от деф: $\cup$, $\cdot$, * други: $\overline{}$, $\cap$, $\setminus$, Δ, ^{rev}

Ако L_1 е рег. език, то $\overline{L_1}$ е рег?

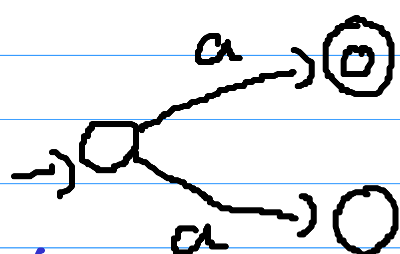
$\mho = \Sigma^*$

Щом L_1 е рег, то $\exists$ автомат A

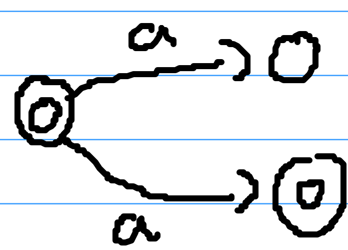
$L(A) = L_1$

Обръщаме финалните с нефиналните състояния

Пример:



$L(A) = \{a\}$



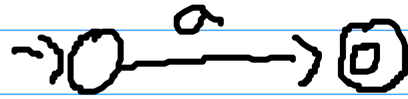
$L(A) = \{\varepsilon, a\}$

Проблем:

Автоматът е недетерминистичен

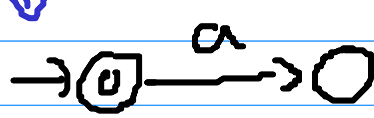
Трябва да е детерминистичен!

A:



$L(A) = \{a\}$

A':



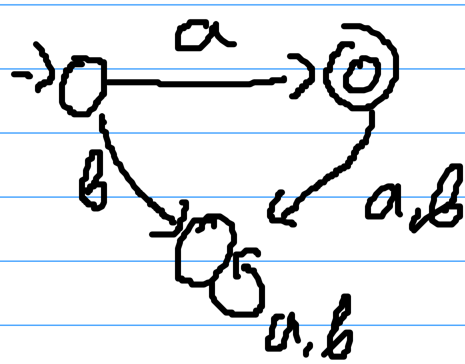
$L(A') = \{\varepsilon\}$

Проблем:

Автоматът не е тотален

Трябва да е тотален!

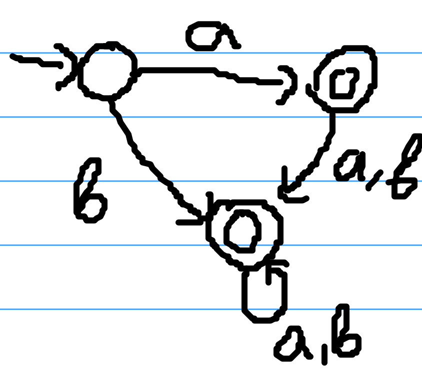
A:



$L(A) = \{a\}$

A':

compl(A')



$L(A') = \{\varepsilon, b, ab \ldots\} =$

$= \overline{\{a\}}$

L_1 - рег. $\overline{L_1}$ е рег.

щом L_1 е рег, то с

$$A = \langle Q, \Sigma, s, F, \delta \rangle$$

$$L(A) = L_1$$

търсим A': $L(A') = \overline{L(A)} = \overline{L_1}$

$$A' = \langle Q, \Sigma, s, Q \setminus F, \delta \rangle$$

бележим с $compl(A)$

Твърдение: Ако L е регулярен и A е минимален автомат за L, то $compl(A)$ е минимален автомат за $\overline{L}$

- Ако L_1 и L_2 са регулярни, то $L_1 \cap L_2$ е регулярен?

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

само регулярни операции

$\Rightarrow L_1 \cap L_2$ е рег.

- Ако L_1 и L_2 са рег, то $L_1 \setminus L_2$ е рег?

$$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$$

само рег. операции

$\Rightarrow L_1 \setminus L_2$ е регулярен.

Аналогично за $L_1 \triangle L_2$

Автоматни конструкции за $\cap, \setminus, \triangle$

$A_1 = \langle Q_1, \Sigma, s_1, F_1, \delta_1 \rangle$

$A_2 = \langle Q_2, \Sigma, s_2, F_2, \delta_2 \rangle$

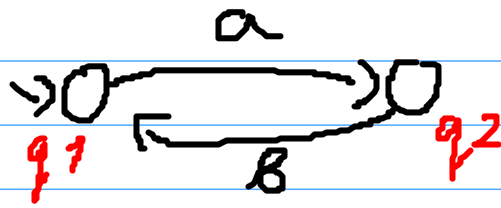
Търсим A', A'', A'''.

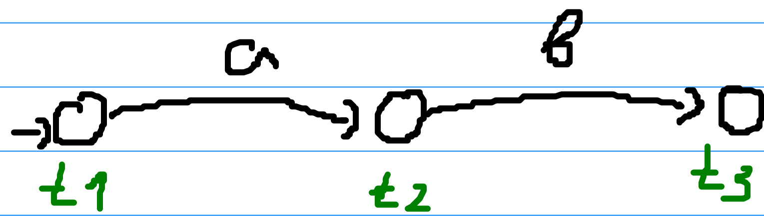
$$L(A') = L(A_1) \cap L(A_2)$$

$$L(A'') = L(A_1) \setminus L(A_2)$$

$$L(A''') = L(A_1) \triangle L(A_2)$$

пример за дек. произв. на автомати





$$\langle q_1, t_1 \rangle \xrightarrow{a} \langle q_2, t_2 \rangle \xrightarrow{b} \langle q_1, t_3 \rangle$$

$$A' = \langle Q_1 \times Q_2, \Sigma, \langle s_1, s_2 \rangle, F', \delta' \rangle$$

$$A'' = \langle Q_1 \times Q_2, \Sigma, \langle s_1, s_2 \rangle, F'', \delta'' \rangle$$

$$A''' = \langle Q_1 \times Q_2, \Sigma, \langle s_1, s_2 \rangle, F''', \delta''' \rangle$$

$$F' = F_1 \times F_2$$

$$F'' = F_1 \times Q_2 \setminus F_2$$

$$F''' = (F_1 \times Q_2 \setminus F_2) \cup (Q_1 \setminus F_1 \times F_2)$$

$$\delta'(\langle q, t\rangle, a) = \delta''(\langle q, t\rangle, a) = \delta'''(\langle q, t\rangle, a) =$$

$$= \langle \delta_1(q, a), \delta_2(t, a) \rangle$$

предвижване двата автомата

L е регулярен, то L^{rev} е регулярен

L^{rev} регулярен ?

база

$$\varepsilon^{rev} = \varepsilon$$

$$a^{rev} = a$$

$$\emptyset^{rev} = \emptyset$$

стъпка

$$(L_1 \cup L_2)^{rev} = L_2^{rev} \cup L_1^{rev}$$

$$(L_1 \cdot L_2)^{rev} = L_2^{rev} L_1^{rev}$$

$$(L_1^*)^{rev} = ((L_1)^{rev})^*$$

Зад Постройте КТДМА за L

$$L = \{w \mid w \text{ не съдържа } aab\}$$

труден за измисляне $\longrightarrow$ $b^*(abb^*)^*a^*$

Решение:

Разглеждаме $\overline{L} = \{w \mid w \text{ съдържа } aab\}$

$$\overline{L} = \underbrace{(a+b)^*}_{a(a+b)^* + b(a+b)^* + \varepsilon} aab(a+b)^*$$

$$\overline{L} = a\overline{L} + b\overline{L} + aab(a+b)^*$$

$$a^{-1}\overline{L} = \overline{L} + ab(a+b)^* \quad L_1$$

$$b^{-1}\overline{L} = \overline{L}$$

$$a^{-1}L_1 = \underbrace{a^{-1}(\overline{L})}_{L_1} + \underbrace{a^{-1}(ab(a+b)^*)}_{b(a+b)^*} = \quad L_2$$

$$b^{-1}L_1 = \overline{L} + \varnothing = \overline{L}$$

$a^{-1}L_2 = L_2$

$b^{-1}L_2 = \overline{L} + (a+b)^* = (a+b)^*$ L_3

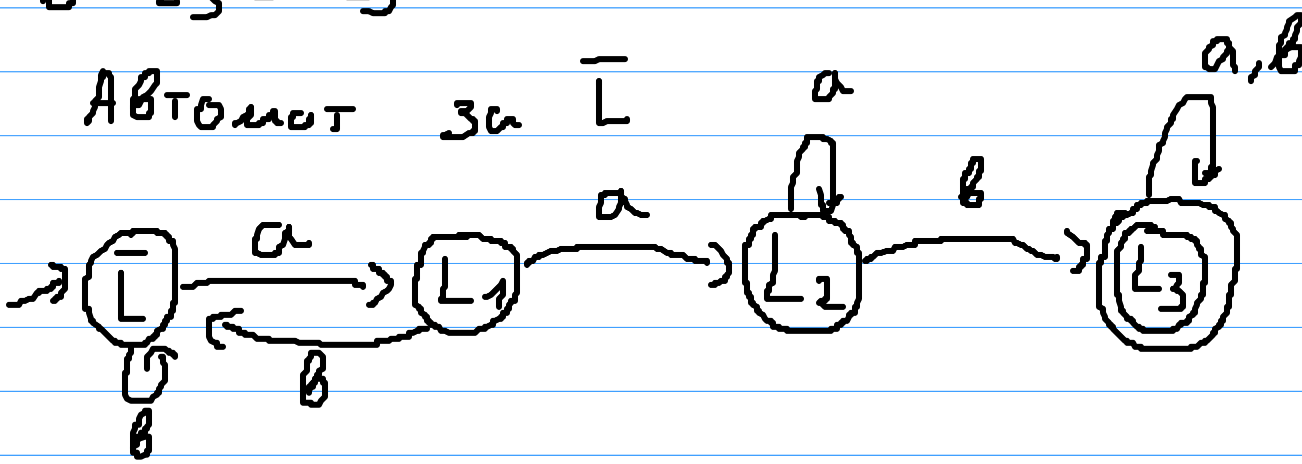
$L_3 = (a+b)^* = a(a+b)^* + b(a+b)^* + \varepsilon =$

$= aL_3 + bL_3 + \varepsilon$

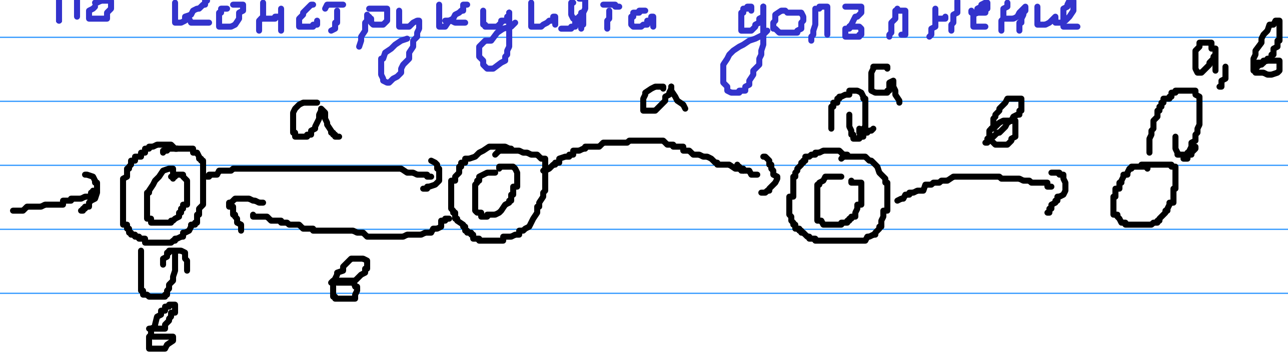
$a^{-1}L_3 = L_3$

$b^{-1}L_3 = L_3$

Автомат за $\overline{L}$



По конструкцията допълнение



Автомат за $L^{\complement}$

Проверки:

- $\overline{L} \neq L_1$

  $ab \in L_1$

  $ab \notin \overline{L}$

- $\overline{L} \neq L_2$ $\qquad b \in L_2$

  $L_1 \neq L_2$ $\qquad b \notin L_1, \overline{L}$

- $L_3 \neq \overline{L}, L_1, L_2$

  $\varepsilon \in L_3$ $\qquad \varepsilon \notin \overline{L}, L_1, L_2$

зад

$L_1 = ba(a+b)^* ab$

$L_2 = bb(b+bb)^*$

$L_3 = \{ w \mid$ ако w започва с bb, то w не съдържа $a \}$

Постройте КТДМА за $L_1 \cup L_2 \cup L_3$

Решение:

$L_1 \subseteq L_3 \qquad L_2 \subseteq L_3$

$\Rightarrow L_1 \cup L_2 \cup L_3 = L_3$

p	q	p→q
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

$\neg(p \to q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$

Разглеждаме $\overline{L_3}$

$L' = \overline{L_3} = \{ w \mid w$ започва с bb и съдържа $a \}$

$$L' = bb(a+b)^* a (a+b)^*$$

$$a^{-1}L' = \emptyset \quad L'_1$$

$$b^{-1}L' = b(a+b)^* a (a+b)^* \quad L'_2$$

$$a^{-1} L'_1 = L'_1$$

$$b^{-1} L'_1 = L'_1$$

$$a^{-1} L'_2 = \emptyset = L'_1$$

$$b^{-1} L'_2 = (a+b)^* a (a+b)^* \quad L'_3$$

$$L'_3 = a L'_3 + b L'_3 + a (a+b)^*$$

$$a^{-1} L'_3 = L'_3 + (a+b)^* = (a+b)^* \quad L'_4$$

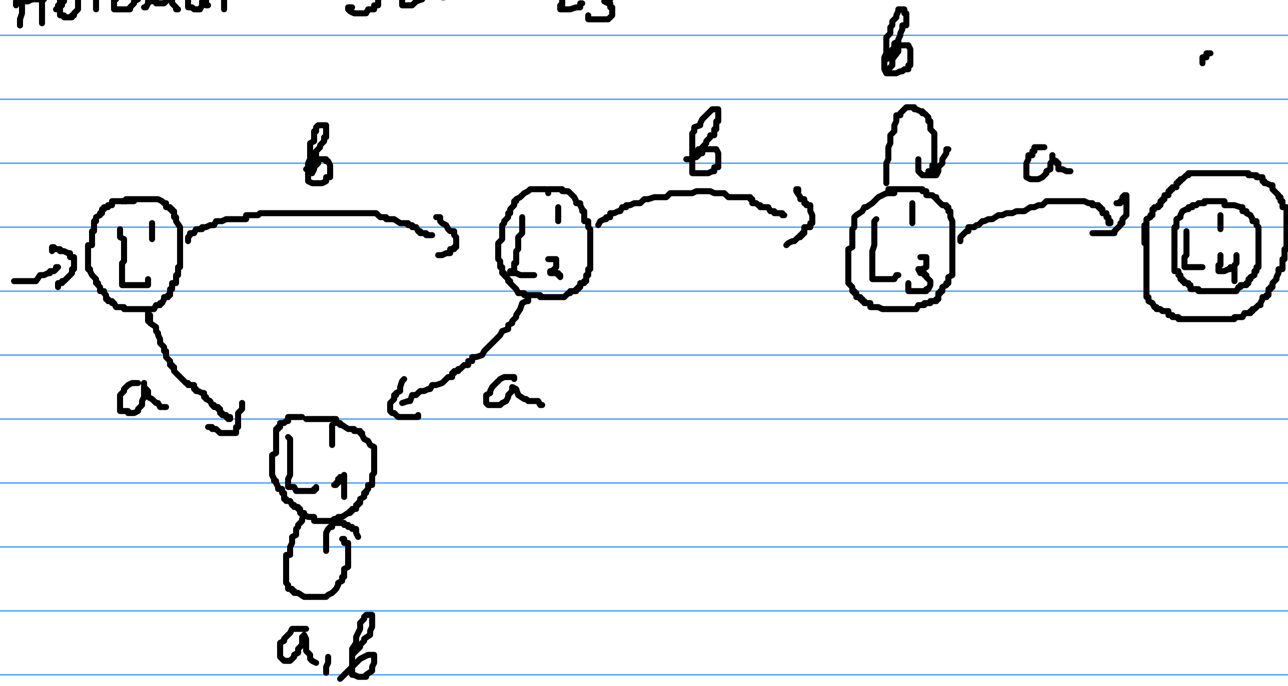
$$b^{-1} L'_3 = L'_3$$

$$L'_4 = a L'_4 + b L'_4 + \varepsilon$$

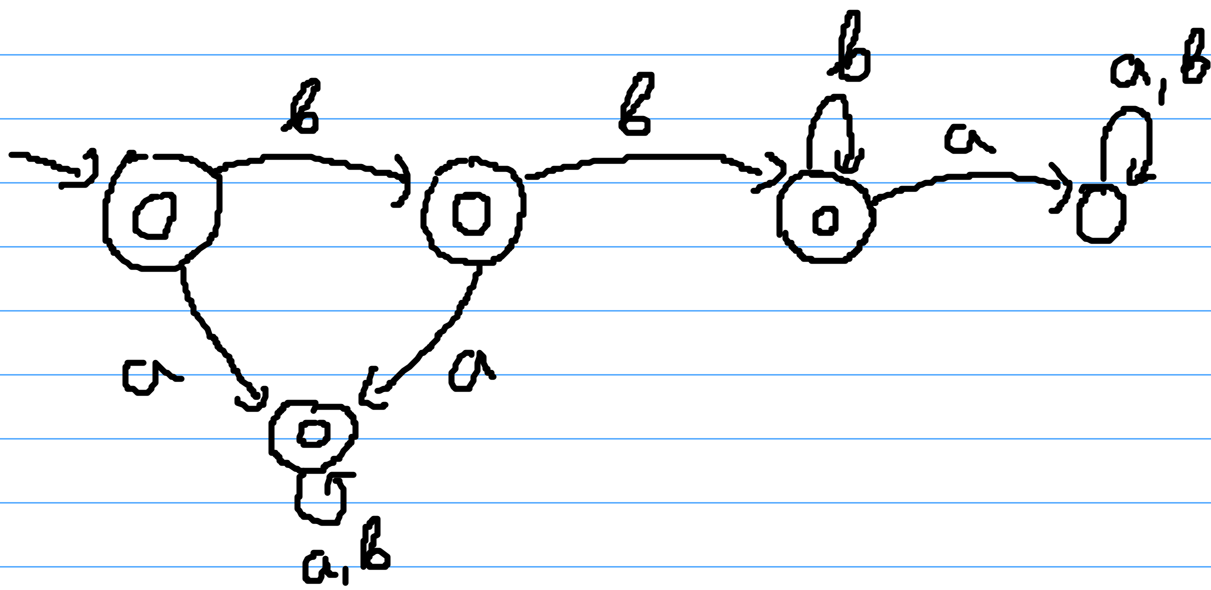
$$a^{-1} L'_4 = L'_4$$

$$b^{-1} L'_4 = L'_4$$

Автомат за $\overline{L_3}$



По конструкцията допълнение



Проверки:

· $L'_1 \neq L'$ $\quad$ $bba \in L'$ $\quad$ $bbo \notin L'_1$

·· $L'_2 \neq L', L'_1$ $\quad$ $ba \in L'_2$ $\quad$ $ba \notin L', L'_1$

··· $L'_3 \neq L', L'_1, L'_2$

$a \in L'_3$ $\quad$ $a \notin L', L'_1, L'_2$

···· $L'_4 \neq L', L'_1, L'_2, L'_3$

$\varepsilon \in L'_4$ $\quad$ $\varepsilon \notin L', L'_1, L'_2, L'_3$