Задачи по Дискретни структури

Ангел Димитриев

1 Логика

Задача 1

Вярно ли е, че съставното съждение е противоречие ?
$(\neg(\neg p \vee q) \rightarrow \neg q) \oplus ((t \iff r) \vee (r \oplus t))$

Задача 2

Представете следните съждения използвайки само $\rightarrow$ и $\neg$?
$p \wedge q$
$p \vee q$
$p \iff q$
$p \oplus q$
$(p \iff q) \oplus (p \wedge q)$
$(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \oplus (p \wedge q))$

Задача 3

Ако знаем, че $p \oplus q = T$, то каква е стойността на следното съждение?
$p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \iff q \oplus p) \wedge (q \vee p) \wedge q \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Задача 4

Ако знаем, че $p \wedge q = F$ и $p \vee q = T$, то каква е стойността на следното съждение?
$(p \oplus q \iff p) \vee (q \wedge p) \vee q \vee (\neg p \vee \neg q) \vee p$

Задача 5

Ако знаем, че $p \iff q = F$, то каква е стойността на следното съждение?
$p \oplus q \oplus q \oplus q \oplus p \oplus p \oplus q \oplus p \oplus p \oplus q$

Задача 6

Ако знаем, че $\neg(p \oplus q) = F$, то каква е стойността на следното съждение?
$(p \vee (p \wedge q)) \oplus (q \vee (q \wedge p))$

Задача 7

Имаме дъска 9x9. Искаме да попълним всички полета на дъската с числа от 1 до 9, така че квадратът да е попълнено судоку. Дефинираме следния предикат:

placed(n,r,c) $\iff$ **числото n е на ред r и колона c.**

Дайте формулировка на задачата, използвайки съждителна логика, така че да са изпълнение условията за валидно судоку.

2 Множества

Задача 8

Доказете или опровергайте, че ако $x \in A \to x \in C \land x \notin B$, то:

$\overline{\overline{\mathrm{B}} \cap \overline{\mathrm{C}}} \setminus B = \overline{\mathrm{B}} \cap (C \cup A)$.

Задача 9

Доказете или опровергайте, че ако $x \in A \iff x \in B \land x \notin C$, то:

$A \cap (B \triangle C) \setminus (C \setminus B) = B \setminus ((C \cap A) \cup C)$

Задача 10

Доказете или опровергайте, че $(A \triangle B) \cup C = A \triangle (B \cup C)$

Задача 11

Нека A и B са множества и нека |A| = n и |B| = m. Какъв е максималният и минималният брой елементи на следните множества:

$A \cup B$

$A \cap B$

Ако знаем, и че n>=m, то какъв е максималният и минималният брой елементи на следните множества:

$A \setminus B$

$A \triangle B$

Задача 12

Нека A и B са множества и нека |A| = n и |B| = m и n>=m и $A \subseteq B$. Колко са всички подмножества на B, такива че A е тяхно подмножество?

Задача 13

Нека A и B са множества и нека |A| = n и |B| = m и $A \cap B \ = \emptyset$. Колко са всички множества X, такива че: $X \cap A \neq \emptyset$ и $X \cap B \neq \emptyset$?

Задача 14

Нека $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и $B \subseteq A$ и |B| $= 3$. Вярно ли е че:
$\forall X \in 2^A(|X| >= 5 \rightarrow X \cap A \neq \emptyset)$

Задача 15

Нека A е крайно непразно множество. Докажете, че: $|A| <= |2^A|$

3 Релации