

Примерно решение на домашна работа 1 по
Дискретни структури, специалност
Информационни системи, първи курс, зимен
семестър на 2019/2020 г.

Задача 1

Нека $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 1\}$ и $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq \frac{1}{2}\}$. Намерете: $A \cup B$.

Решение:

$$A \cup B = (-\infty, -1) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$$

Задача 2

Нека $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 2\}$ и $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 1\frac{1}{3}\}$. Намерете: $A \cap B$.

Решение:

$$A \cap B = (2, 2\frac{1}{3}]$$

Задача 3

Нека $A = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ е множество. Колко елемента има множеството 2^A ?

Решение:

A има 2 елемента. Следователно 2^A има 4 елемента.

Задача 4

Нека $R = \{(x, y) \mid (x - y) \text{ е рационално число} \} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Кое от следните е вярно?

- а) R е релация на еквивалентност и има безкраен брой класове.
- б) R е частична наредба и има най-голям елемент, но няма най-малък елемент.
- в) R е релация на еквивалентност и има краен брой класове.

Решение:

R е релация на еквивалентност и има безкраен брой класове.

Задача 5

Нека R е релация над $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ дефинирана чрез $aRb \leftrightarrow a = b \vee a = 5$. Кой е минималният елемент на R ?

Решение:

Елементът a е минимален елемент по отношение на R , ако не съществува друг елемент b , за който bRa . Това е елементът 5.

Задача 6

Кое от следните множества е (тотална) функция над \mathbb{Z} ?

- а) $\{(a, |a|) \mid a \in \mathbb{Z}\}$.
- б) $\{(|a|, a) \mid a \in \mathbb{Z}\}$.
- в) $\{(a, a + 1) \mid a \in \mathbb{Z}\}$.

Решение:

а) и в) са тотални функции. б) не е тотална функция, понеже е дефинирана само над неотрицателните цели числа.

Задача 7

Вярно ли е, че $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x^3 + 9$ е биекция.

Решение:

Да, функцията е дефинирана над реалните числа и от дефиницията и лесно се вижда, че е сюрекция и инекция.

Задача 8

Вярно ли е, че $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = x^2 - 1$ е инекция.

Решение:

Не, защото $f(4) = f(-4)$ (както и всяко x с $-x$). От това следва, че не е инекция.

Задача 9

Вярно ли е, че $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad g(x) = x + 1$ е сюрекция ?

Решение:

Не, елементът $0 \in \mathbb{N}$ няма първообраз.

Задача 10

Колко са всички биекции $f : A \rightarrow B$ ($|A| = |B| = n$).

Решение:

Всяка биекция може да се представи като наредена n -орка с различни елементи от B . Броят такива n -орки е $n * (n - 1) * (n - 2) \dots 1 = n!$.