⑥

Релация на Майхил-Нероуд за $L$

$$xR_L y \iff \forall z \in \Sigma^* \left( xz \in L \iff yz \in L \right)$$

зад1 Нека $\Sigma = \{a, b\}$

а) Постройте автомата на Нероуд за:

$$L = \{ab, bb, a, b\}$$

б) Кои класове на $R_L$ са безкрайни?

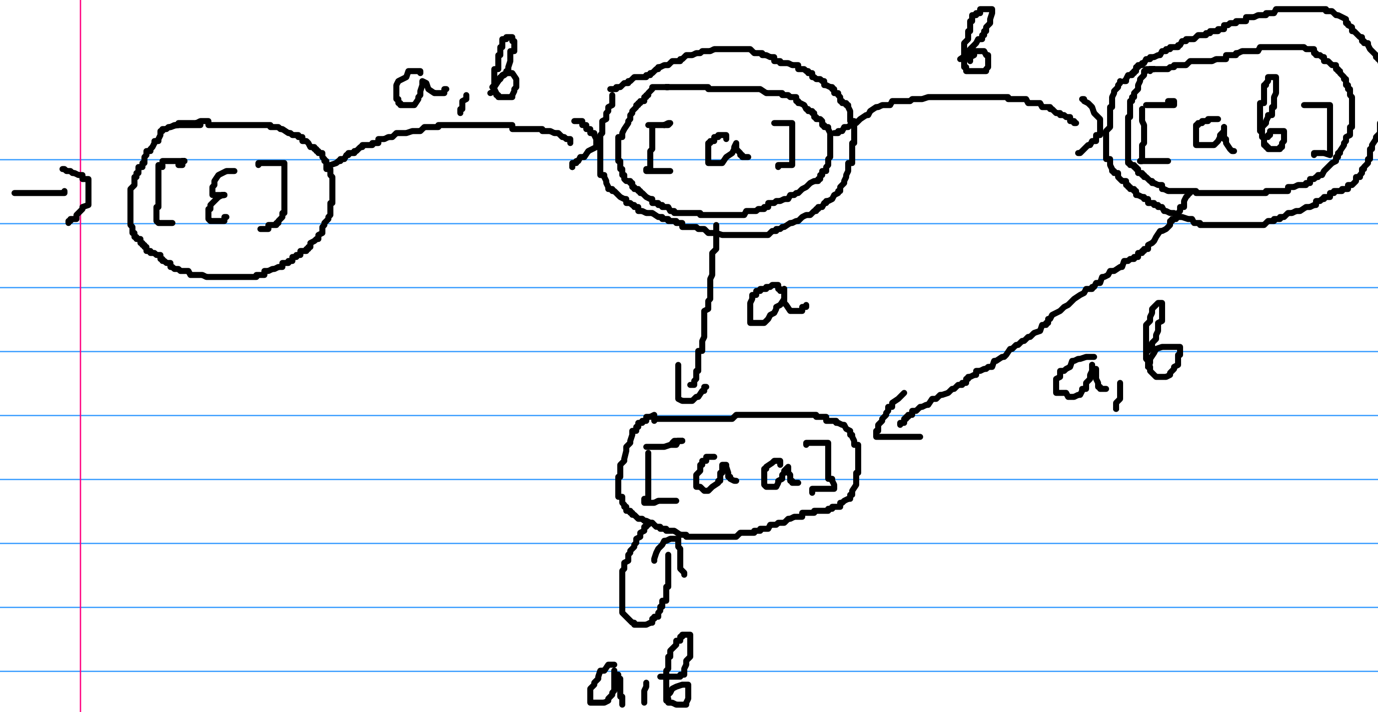
$[\varepsilon] = \{\varepsilon\}$

$[a] = \{a, b\}$ $\subseteq L$

$[ab] = \{ab, bb\}$ $\subseteq L$

$[aa] = \{aa, abb, bab \dots\}$

$\infty$




! Кл. на екв., които съдържат ∞ брой елементи, са част от цикъл в автомата на Нероуд.

## Метод на Brzozowski

- Строене на мин. тот. дет. автомат

def: $w^{-1}L = \{ u \in \Sigma^* \mid wu \in L \}$

(rem)

$$rem : \Sigma^* \times 2^{\Sigma^*} \to 2^{\Sigma^*}$$

$L = \{a, ab, ba, aa\}$

$a^{-1}L = \{\varepsilon, b, a\}$

$ab^{-1}L = b^{-1}(a^{-1}(L))$

! Тв. $(\alpha\beta)^{-1}L = \beta^{-1}(\alpha^{-1}(L))$

Твърдение: $w \in L \Leftrightarrow \varepsilon \in w^{-1}L$

Д-во: Ако $w \in L$, то $w\varepsilon \in L$

$\Rightarrow \varepsilon \in w^{-1}(L)$ (от дефиницията на rem)

Твърдение:

$w^{-1}L = u^{-1}L \Leftrightarrow w R_L u$

Зад 1 С метода на Brzozovski

$a^{-1}L = \{b, \underline{\varepsilon}\}$ $L_1$

$b^{-1}L = \{b, \underline{\varepsilon}\}$ $L_1$

$a^{-1} L_1 = \emptyset$ $\quad L_2$

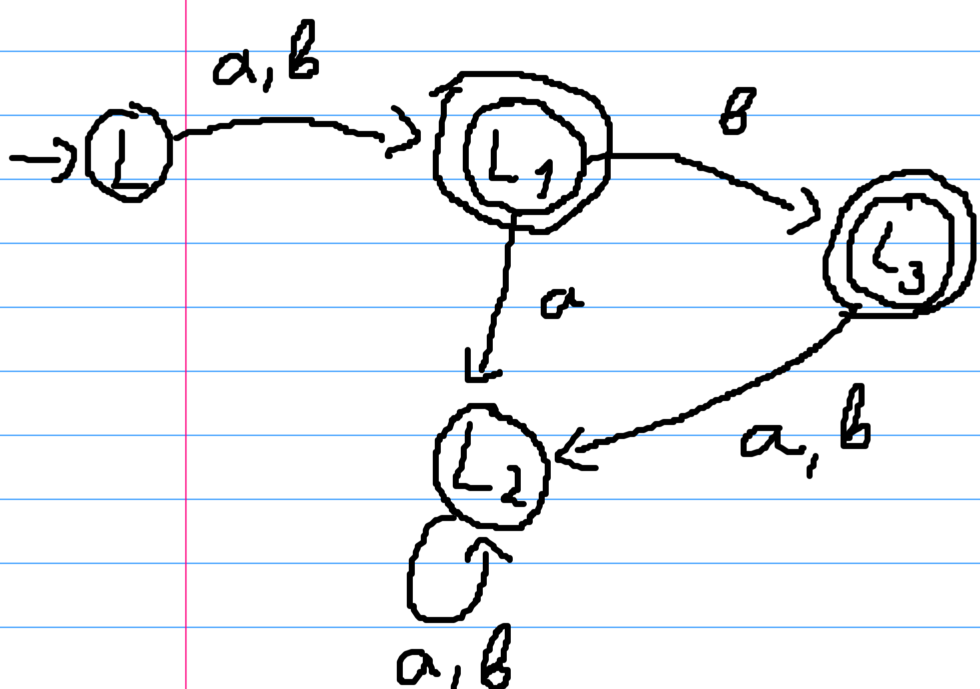
$b^{-1} L_1 = \{\varepsilon\}$ $\quad L_3$

$a^{-1} L_2 = \emptyset$ $\quad L_2$

$b^{-1} L_2 = \emptyset$ $\quad L_2$

$a^{-1} L_3 = \emptyset$ $\quad L_2$

$b^{-1} L_3 = \emptyset$ $\quad L_2$




! Навсякъде вместо множеството (езика) ще пишем рег. израз def : Линейно разлагане на $L$

$$L = \{w_1, w_2, w_3 \dots w_n\}^*$$

$$L = w_1 L + w_2 L + w_3 L + \dots + w_n L + \varepsilon$$

Пример:

$$L = (b + ba)^* = b\,\overbrace{(b + ba)^*}^{L} + ba\,\overbrace{(b+ba)^*}^{L} + \varepsilon$$

$$= bL + baL + \varepsilon$$

Зад 2 Постройте МКТДА за

$L = \{ w \mid w$ започва с $a$ и не съдържа $aa \}$

$L = a(b + ba)^*$

$a^{-1} L = (b + ba)^* \quad L_1$

$b^{-1} L = \emptyset \quad L_2$

! $L_1 = b L_1 + ba L_1 + \underline{\varepsilon}$

$a^{-1} L_1 = \emptyset \quad L_2$

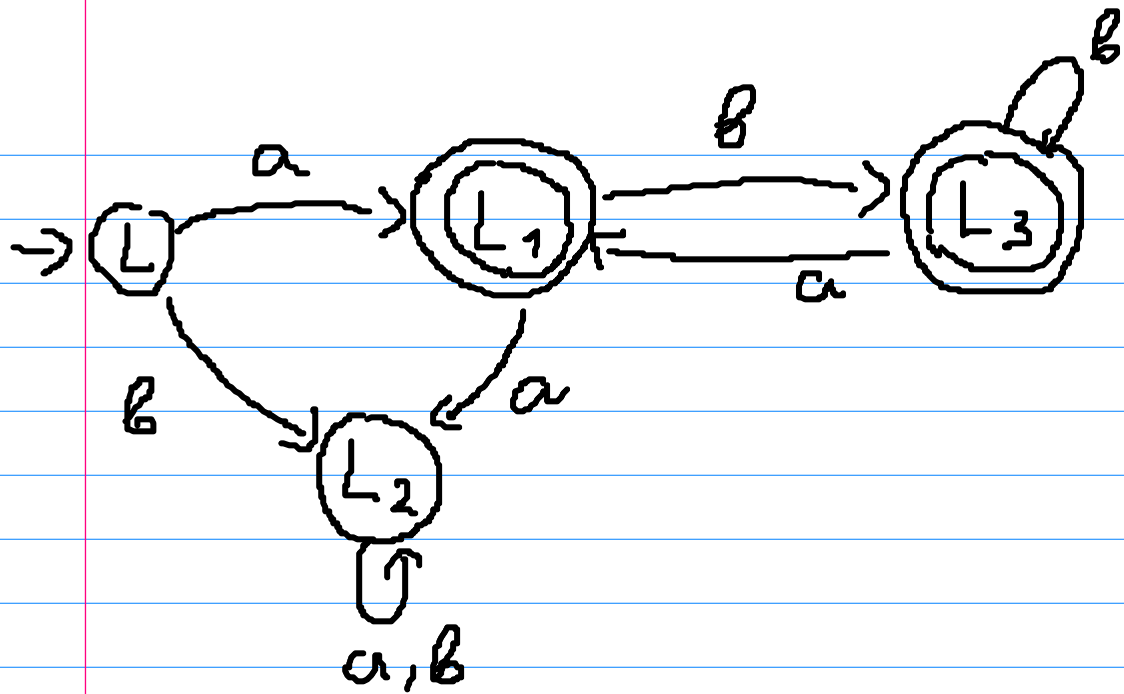
$b^{-1} L_1 = \underline{L_1} + a L_1 \quad L_3$

$a^{-1} L_2 = \emptyset \quad L_2$

$b^{-1} L_2 = \emptyset \quad L_2$

$a^{-1} L_3 = a^{-1}(L_1) + a^{-1}(a L_1) = \emptyset + L_1 \quad L_1$

$b^{-1} L_3 = b^{-1}(L_1) + b^{-1}(a L_1) = L_3 + \emptyset \quad L_3$




Проверки:

- $L_1 \neq L$
  $b \in L_1$
  $b \notin L$
- $L_2 \neq L$
  $a \in L$
  $a \notin L_2$
- $L_2 \neq L_1$
  $b \in L_1$
  $b \notin L_2$
- $L_3 \neq L$
  $b \in L_3$
  $b \notin L$
- $L_3 \neq L_1$
  $ab \in L_3$
  $ab \notin L_1$
- $L_3 \neq L_2$
  $b \in L_3$
  $b \notin L_2$

6 проверки $= \frac{4 \cdot 3}{2}$ ✓

зад 3 Постройте МКТДА за

$$L = \left\{ w \mid w \text{ започва и завършва с различна буква} \right\}$$

$$L = a(a+b)^*b + b(a+b)^*a$$

$$a^{-1}L = (a+b)^*b \quad L_1$$

$$b^{-1}L = (a+b)^*a \quad L_2$$

$$L_1 = \underbrace{(a+b)^*}_{a(a+b)^* + b(a+b)^* + \varepsilon} b =$$

$$= a\underbrace{(a+b)^*b}_{L_1} + b\underbrace{(a+b)^*b}_{L_1} + b$$

!

$$L_1 = aL_1 + bL_1 + b$$

$$a^{-1}L_1 = L_1 + \emptyset + \emptyset = L_1$$

$$b^{-1}L_1 = L_1 + \underline{\varepsilon} \quad L_3$$

(!) $L_2 = aL_2 + bL_2 + a$

$a^{-1} L_2 = L_2 + \underline{\varepsilon}$ $\quad L_4$

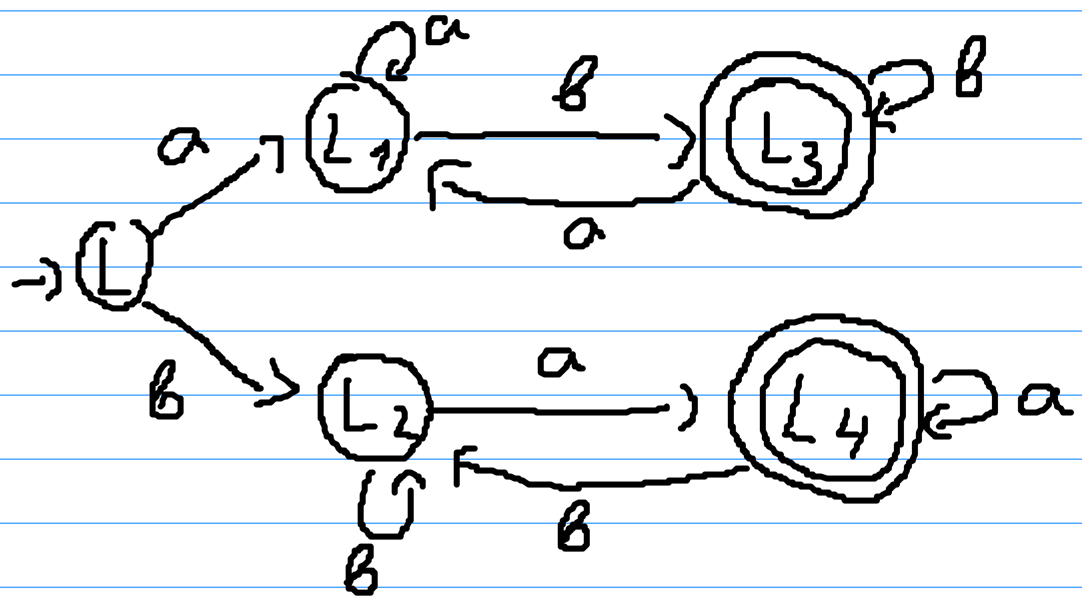
$b^{-1} L_2 = L_2$

$a^{-1} L_3 = L_1 + \emptyset = L_1$

$b^{-1} L_3 = b^{-1}(L_1) + b^{-1}(\varepsilon) = L_3 + \emptyset = L_3$

$a^{-1} L_4 = a^{-1}(L_2) + a^{-1}(\varepsilon) = L_4 + \emptyset = L_4$

$b^{-1} L_4 = b^{-1}(L_2) + b^{-1}(\varepsilon) = L_2 + \emptyset = L_2$



Проверки:

- $L_1 \neq L$
  $b \in L_1$
  $b \notin L$
- $L_2 \neq L$
  $a \in L_2$
  $a \notin L$
- $L_2 \neq L_1$
  $a \in L_2$
  $a \notin L_1$

... $L_3 \neq L, L_1, L_2$

$\varepsilon \in L_3$ $\quad$ $\varepsilon \notin L, L_1, L_2$

... $L_4 \neq L, L_1, L_2$

$\varepsilon \in L_4$ $\quad$ $\varepsilon \notin L, L_1, L_2$

- $L_3 \neq L_4$
  $a \in L_4$
  $a \notin L_3$

10 проверки $= \dfrac{\overset{\text{број состояния}}{5} \cdot 4}{2} = 10$ ✓