

13

Докажете, че  $L$  е к-с.

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid N_a(w) = N_b(w)\}$$

$$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \varepsilon$$

Ще докажем, че  $L(G) = L$

$$1) L(G) \subseteq L$$

$$S \xrightarrow{*} w (w \in \Sigma^*) \Rightarrow w \in L$$

На всяка стъпка генерираме  
равен брой  $a$ -та и  $b$ -та. ✓

$$2) L \subseteq L(G)$$

$$\forall w \in L (S \xrightarrow{*} w)$$

инд. по дължината на думата

База:

$\varepsilon$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

$$|w| = 0$$

И.П. Допускаме, че за  $\forall u \in L$   $|u| < k$   
 $S \vdash u$ .

И.С. разглеждаме произволна дума  
 $w \in L$   $|w| = k$

1 сл.  $w$  започва и завършва с различна буква

1.1)  $w = aua$   $u \in L$   $|u| = k-2 < k$

$S \rightarrow aSb \rightarrow aua = w$   
И.П.

1.2)  $w = bua$   $u \in L$   $|u| = k-2 < k$

$S \rightarrow bSa \rightarrow bua = w$   
И.П.

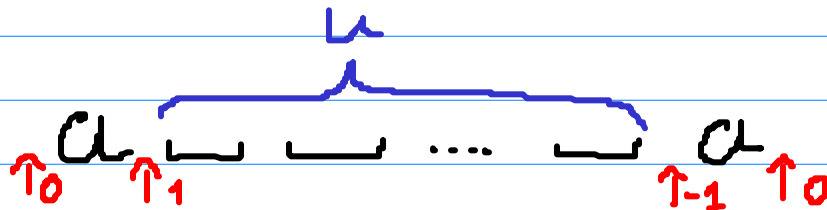
2 сл.  $w$  започва и завършва с една и съща буква

2.1)  $w = aua$   $u \in L$

2.2)  $w = ubu$   $u \in L$

$$B.O.O \quad w = aua$$

Ще покажем, че  $w = x.y$   $x \in L \wedge y \in L$   
 $x \neq \epsilon \wedge y \neq \epsilon$

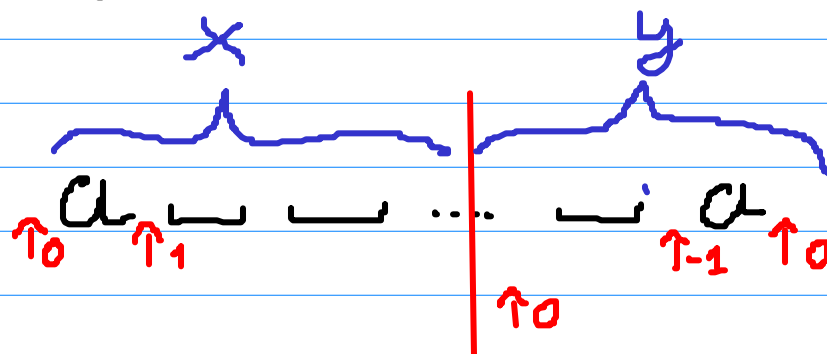


Въвеждаме брояч  $\uparrow_k$  при  $a: k++$   
 при  $b: k--$

$$\uparrow_1 \quad \text{---} \quad \uparrow_{-1}$$

На всеки символ броячът се променя с 1

$\Rightarrow$  Някъде в  $u$  броячът става 0



$$w = aua \Rightarrow w = xy \quad x \in L \wedge y \in L$$

$$x \neq \epsilon \wedge y \neq \epsilon$$

$$\Rightarrow |x| < k \wedge |y| < k$$

$$S \rightarrow \underline{SS} \xrightarrow{u.n} \underline{XS} \xrightarrow{u.n} xy = w \quad \checkmark$$

Задача домашно

$$L = \{w \mid N_a(w) + N_b(w) = N_c(w)\}$$

Недетерминістичні  
стекові автомати

Краще автомат + пам'ять (стек)

Stack <int> s.

s.push(1)

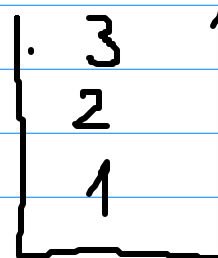
s.push(2)

s.push(3)

s.pop(); // 3

s.pop(); // 2

s.pop(); // 1



W

$$P = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \#, \Delta, q_{start}, q_{final} \rangle$$

азбука на стека  
символ за  
гено на  
стека

$$\# \in \Gamma$$

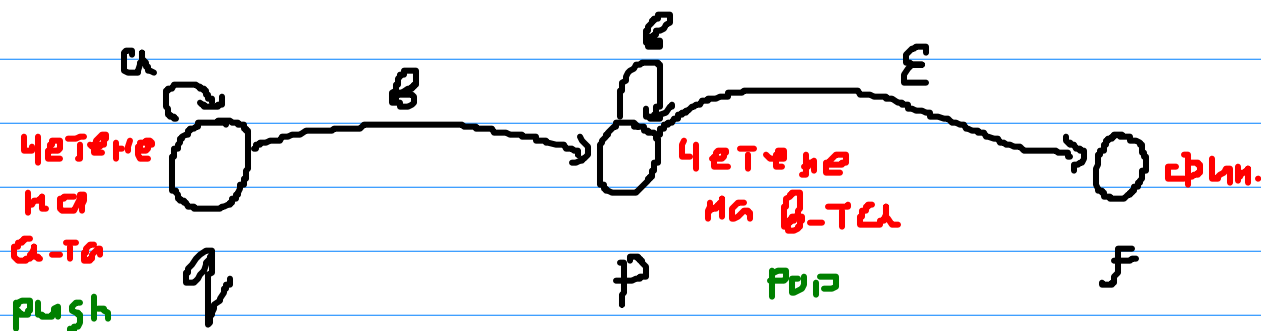
$$\Delta: Q \times \Sigma \cup \{\epsilon\} \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^{\leq 2}}$$

$$\Gamma^{\leq 2} = \{\epsilon\} \cup \Gamma \cup \Gamma^2$$

зад

Постройте стекон автомат за

$$L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

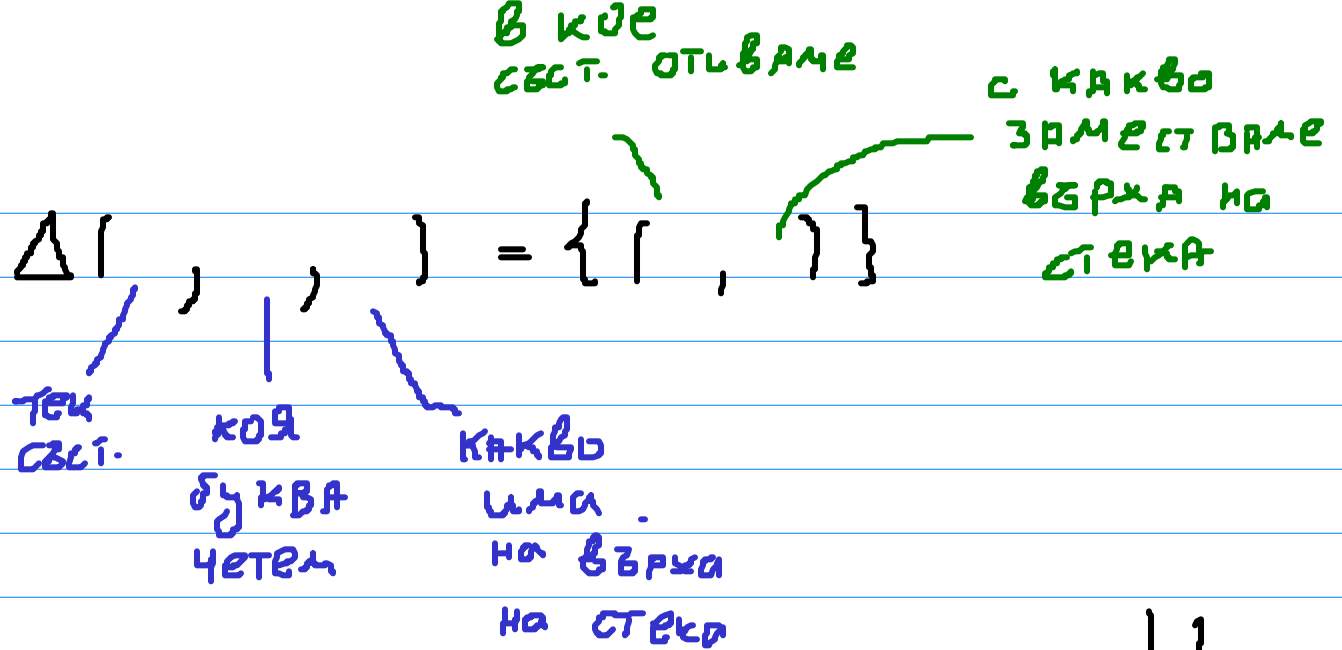


$$Q = \{q, p, f\}$$

$$\Gamma = \{A, \#\}$$

q стартово

f финално



$$\Delta(q, \epsilon, \#) = \{ (f, \epsilon) \}$$

$$\Delta(q, a, \#) = \{ (q, A\#) \}$$

$$\Delta(q, b, \#) = \emptyset \text{ (няма да се пише)}$$

$$\Delta(q, a, A) = \{ (q, \underline{A}A) \} \text{ // push}$$

$$\Delta(q, b, \underline{A}) = \{ (p, \epsilon) \} \text{ // pop}$$

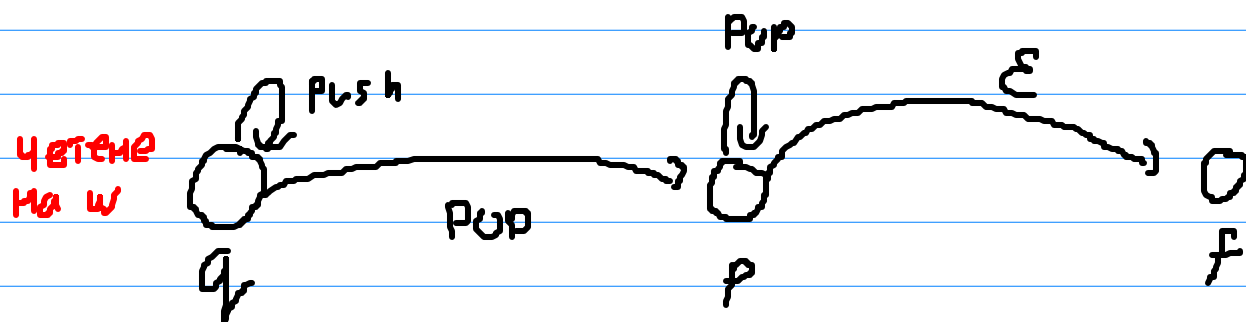
$$\Delta(p, b, A) = \{ (p, \epsilon) \}$$

$$\Delta(p, \epsilon, \#) = \{ (f, \epsilon) \}$$

Заг

Постройте стекъв автомат за

$$L = \{ w w^r \mid w \in \{a, b\}^* \}$$



$$\Gamma = \{ A, B, \# \}$$

$$q_{start} = q$$

$$q_{final} = f$$

$$\Delta(q, \epsilon, \#) = \{(f, \epsilon)\} \quad \text{!} \quad \epsilon \in L$$

$$\Delta(q, a/b, \#) = \{(q, A\#/B\#)\}$$

$$\Delta(q, b, A) = \{(q, BA)\}$$

$$\Delta(q, a, B) = \{(q, AB)\}$$

$$\Delta(q, a, A) = \{(q, AA), (p, \epsilon)\}$$

$$\Delta(q, b, B) = \{(q, BB), (p, \epsilon)\}$$

$$\Delta(p, a/b, A/B) = \{(p, \varepsilon)\}$$

$$\Delta(p, \varepsilon, \#) = \{f, \varepsilon\}$$

$$w = abbbba$$

$$q \sqcup \xrightarrow{a} q \begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline \end{array} \xrightarrow{b} q \begin{array}{|c|} \hline B \\ A \\ \hline \end{array} \xrightarrow{b} q \begin{array}{|c|} \hline B \\ B \\ A \\ \hline \end{array} \xrightarrow{b}$$

$$\xrightarrow{b} p \begin{array}{|c|} \hline B \\ A \\ \hline \end{array} \xrightarrow{b} p \begin{array}{|c|} \hline B \\ \hline \end{array} \xrightarrow{a} p \sqcup \xrightarrow{\varepsilon} f \quad \checkmark$$

Th.

Множеството от езиките,

които се разпознават от **недет. ст. авт.**

свързана с м-вото на **к.-с. езич.**