

ЕАИ

1. Оценяване

- Контролно 1 (Зад. + Теория)
- Контролно 2 (Зад. + Теория)
- Изпит - задачи (≥ 3.00)
- Изпит - Теория (≥ 3.00)

Преди всяко контролно-тест в модул

①

- def: Азбука - крайно мн-во от символи
бележим с Σ
 $\Sigma_{\text{cyrilic}} = \{a, б, в \dots \vartheta\}$
- def: дума над азбука (Σ)
 $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n : \forall i \{1 \dots n\} \alpha_i \in \Sigma$
 n - дължина на думата
при $n=0$ - празната дума ϵ
- def: Език - множество от думи над Σ
 $\Sigma = \{a, б\} \quad L = \{ab, bb, \epsilon\}$

Операции над езици.
($\mathcal{F}(\text{език}_1, \text{език}_2) = \text{език}_3$)

1) Обединение

L_1, L_2 - езици над Σ

$$L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \vee w \in L_2\}$$

Пример:

$$L_1 = \{a\} \quad L_2 = \{ba, b\}$$

$$L_1 \cup L_2 = \{a, ba, b\}$$

$$|L_1| = n \wedge |L_2| = m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \max(n, m) \leq |L_1 \cup L_2| \leq n + m$$

○ ○ ○
↑ ↑
диаграммы на Вен

2) Конкатенация

L_1, L_2 езичи на Σ

$$L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$$

$$L_1 = \{\underline{a}b, \underline{b}\} \quad L_2 = \{\underline{bb}, \underline{a}\}$$

$$L_1 \cdot L_2 = \{\underline{a}b\underline{a}, \underline{a}b\underline{bb}, \underline{b}a, \underline{b}b\underline{b}\}$$

$$\left. \begin{matrix} L_1 = n \\ L_2 = m \end{matrix} \right\} \Rightarrow |L_1 \cdot L_2| \leq n \cdot m$$

Неутрални елементи на \cup и \cdot ?

def: Неутрален елемент на \cup е \emptyset , а на \cdot е $\{a\}$, ако $\forall a \in A \{a \cup \emptyset = \emptyset \cup a = a\}$

Пример:

Неутрален элемент на:

1) $+$ 0

2) $-$ 0

3) $*$ (умножение) 1

4) \cup \emptyset

5) $.$ (конкатенация) $\{\epsilon\}$

3) Звезда на клин

! унарна операция

L - език над Σ

$$L^* = \{w_1 w_2 \dots w_n \mid n \in \mathbb{N} \wedge \forall i \in \{1..n\} w_i \in L\}$$

пример: $L = \{ \underline{a} \underline{b}, \underline{b}, \underline{a} \underline{a} \}$

$$L^* = \{ \epsilon, \underline{a} \underline{b}, \underline{b}, \underline{a} \underline{a}, \underline{a} \underline{b} \underline{b}, \underline{a} \underline{b} \underline{a} \underline{a}, \underline{a} \underline{a} \underline{b} \dots \}$$

$\epsilon_0 \quad \epsilon_1 \quad \epsilon_1 \quad \epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_2$

$$L^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} L^n$$

$$L^n = \underbrace{L \cdot L \cdot L \cdot \dots \cdot L}_n$$

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup \dots$$



За всеки език L : $L^0 = \{\epsilon\}$

$L^0 \rightarrow 0$ защото конкатенира $L \Rightarrow \{\epsilon\}$
неутр. ел.

$(x^0 \rightarrow 0$ защото умножи $x \Rightarrow 1)$
неутр. ел.



$$|L| = n \Rightarrow |L^*| = \begin{cases} 1 & n = 0 \quad (L = \emptyset) \\ \infty & n > 0 \end{cases}$$

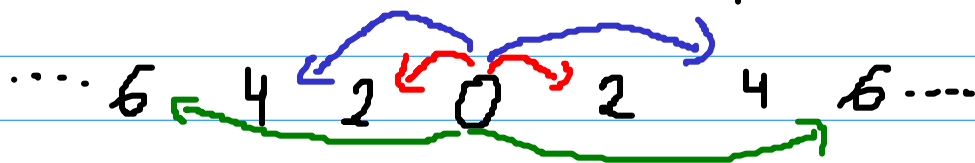
Индуктивно дефиниране мн-ва

• Пример - четните цели числа.

БАЗА: 0 е четно.

И.С: Ако d е четно. то

$d-2$ е четно
 $d+2$ е четно



def Регулярен език над Σ

База: \emptyset е рег. език.

$\{a\}$ е рег. език ($\forall a \in \Sigma$)

→ синглети

И.С. Ако L_1 и L_2 са рег. езици, то

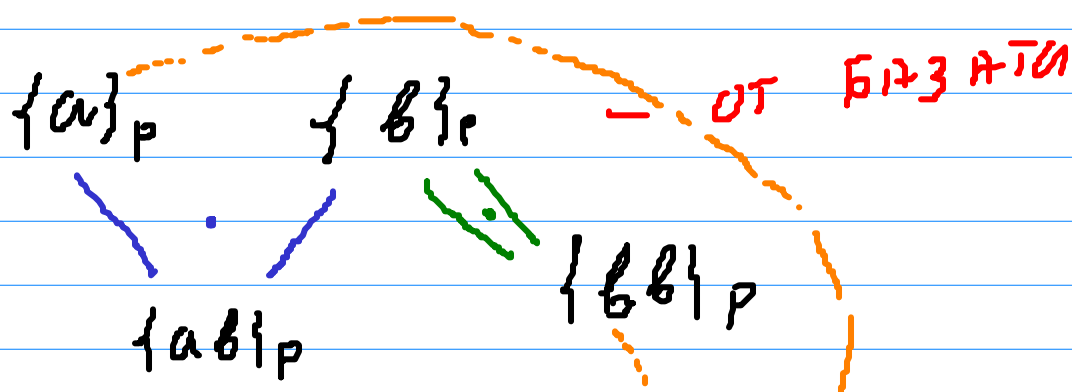
$L_1 \cup L_2$ е рег. език

$L_1 \cdot L_2$ е рег. език

L_1^* и L_2^* са рег. езици

! тези операции се прилагат
красн дроб лѳти.

~~зад~~ Докажете, че $L = \{ab, bba\}$
е регулярен ($\Sigma = \{a, b\}$)



$\{ab, bba\}_P$ $\{bba\}_P$



Твърдение

Всички краен език е регулярен

Скица на указанията:

- КРАЕН брой убеждения на уу ли
- уу - краен брой конкатенации на синглети $\{a\}$
регулярен.

За $\Sigma = \{a\}$ покажете, че

$L = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е четно}\}$
е регулярен.

Решение:

$\{aa\}_P$ (защото е краен)

Да разглеждаме $\{aa\}_P^*$ (* запазва регулярността)

$$\begin{aligned}\{aa\}^* &= \{ \epsilon, aa, aaaa, aaaaaa \dots \} = \\ &= \{ a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е четно} \} = L \\ &\Rightarrow L \text{ е регулярен}\end{aligned}$$

зад. Нека $\Sigma = \{a\}$. Докажете,
че $L = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е нечетно}\}$
е регулярен.

Решение:

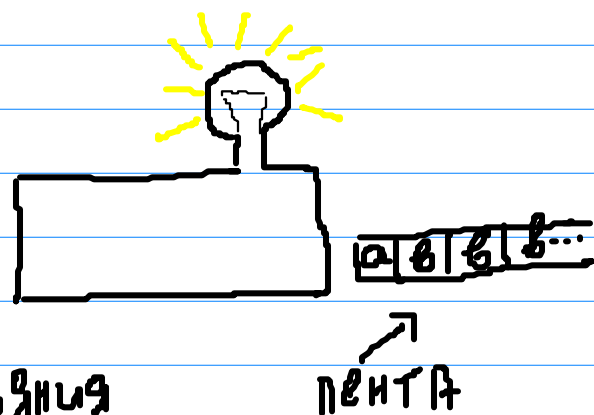
Докажем, че $\{a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е четно}\}$
е регулярен.

Разглеждаме:

$$\begin{aligned}&\underline{\{a\}} \cdot \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е четно}\} = \\ &= \{ \underline{a}a^0, \underline{a}a^2, \underline{a}a^4, \underline{a}a^6 \dots \} = \\ &= \{ a^1, a^3, a^5, a^7 \dots \} = \\ &= \{ a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ е нечетно} \} \\ &\Rightarrow \text{регулярен.}\end{aligned}$$

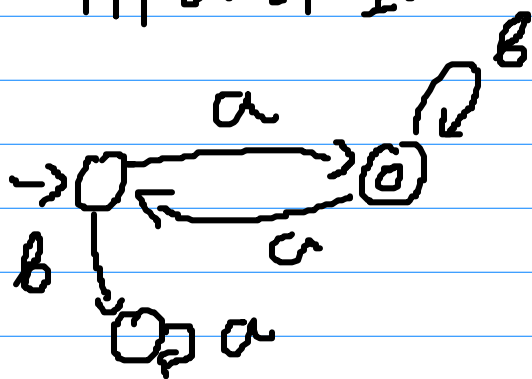
def: Краен автомат

$$A = \langle Q, \Sigma, s, F, \delta \rangle$$



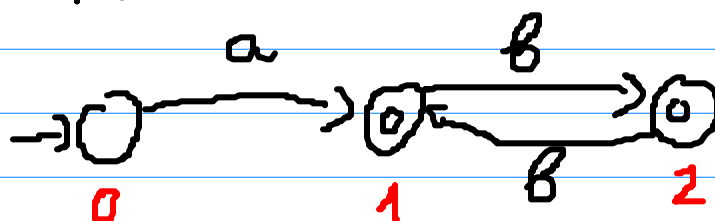
- Q - крайно мн-во от състояния
- Σ - азбука на автомата
- $s \in Q$ - начално състояние
- $F \subseteq Q$ - м-во от заключителни състояния
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ - ф-я на преходите

Пример 1:



abbb ✓
abab ✗

Пример 2:



$$A = \langle \{0, 1, 2\}, \{a, b\}, 0, \{1, 2\}, \delta \rangle$$

$$\delta = \{ \langle \langle 0, a \rangle, 1 \rangle, \langle \langle 1, b \rangle, 2 \rangle, \langle \langle 2, b \rangle, 1 \rangle \}$$

Неформално:

$$L(A) = \{ w \mid \text{существует път от стартового} \\ \text{состояние до некое фин.} \\ \text{состояние с этикет } w \\ \text{в } A. \}$$

но-формално:

Разпознава ли A сумата aab ?

$$\delta(\delta(\delta(0, a), a), b) \stackrel{?}{\in} F$$

$$\text{def: } \delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

↑
разширение
на δ

сума

$$\delta^*(q, w) = \begin{cases} q \\ \delta^*(\delta(q, a), u) \end{cases}$$

$$w = \epsilon \\ (|w| = 0)$$

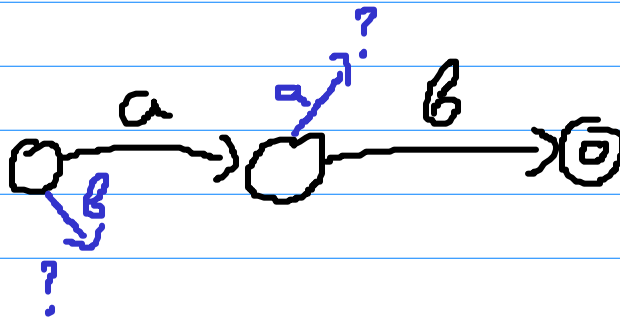
$$w = au \\ (|w| \geq 1)$$

$$① L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid \delta^*(s, w) \in F \}$$

def: Тотален автомат

$A = \langle Q, \Sigma, s, F, \delta \rangle$ е тотален $\Leftrightarrow \delta$ е тотален

Пример:



"Тотализация"

не тотален

Даден е автомат $A = \langle Q, \Sigma, s, F, \delta \rangle$

Търсим тотален автомат A' ,

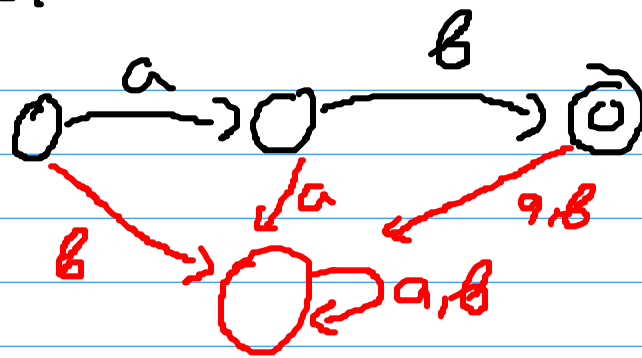
такъв че $L(A') = L(A)$

$$A' = \langle Q \cup \{e\}, \Sigma, s, F, \delta' \rangle$$

$e \notin Q$

$$\delta'(q, a) = \begin{cases} \delta(q, a) & q \neq e \wedge \delta(q, a) \\ e & q \neq e \wedge !\delta(q, a) \\ e & q = e \end{cases}$$

Пример:



[error состояние]