



**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ Информатика, искусственный интеллект и системы управления

КАФЕДРА Теоретическая информатика и компьютерные технологии

## **Домашняя работа**

по курсу «Моделирование»

«Построение марковской модели и модели СМО»

Студент группы ИУ9-82Б Виленский С. Д.

Преподаватель Домрачева А. Б.

*Москва, 2025 г.*

## **ЦЕЛЬ**

Изучение процесса построения и свойств имитационных моделей систем массового обслуживания. Получение навыков реализации описанных имитационных моделей в среде GPSS. Формирование представлений о построении марковских моделей и их анализе.

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Оценить количество дней, требующихся на успешную сдачу домашнего задания с момента выдачи. Построить имитационную модель систем массового обслуживания и реализовать в среде GPSS. Сравнить полученный результат с оценкой количества дней, требующихся на успешную сдачу домашнего задания, полученной по марковской модели.

## **ОПИСАНИЕ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ**

В программе университета имеется некоторый предмет  $X$ , с первого раза который сдают далеко не все студенты курса, на котором он читается, в следствие чего уходят в академический отпуск.

Предположим, что после статистического анализа информации по успеваемости студентов по предмету  $X$  за все года существования данного предмета в учебном плане кафедра предоставила некоторые вероятностные характеристики модели сдачи предмета  $X$  студентами. Студент, не закрывший долги с прошлого семестра из-за чего не приступивший к сдаче предмета  $X$ , уходит в академ с вероятностью  $p_1 = 0.1$ . Студент, сдающий предмет  $X$  впервые, уходит в академ с вероятностью  $p_2 = 0.3$ . Студент, вышедший из академического отпуска после неудачной попытки сдачи предмета  $X$  уходит в очередной академический отпуск с вероятностью  $p_3 = 0.3$ .

Требуется оценить количество академических лет, необходимых для успешной сдачи предмета  $X$ .

## ФОРМАЛИЗАЦИЯ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

Обозначим  $S_0$  за состояние ситуации, когда студент не приступал к сдаче предмета  $X$ ,  $S_1$  — состояние, характеризующее ситуацию, в которой студент совершил хотя бы одну попытку сдачи предмета  $X$ , но не закрыл его, и  $S_2$  — состояние, при котором предмет  $X$  успешно сдан студентом.

Таким образом можно построить таблицу переходов между состояниями с указанием вероятностей соответствующих событий (таблица 1) и представить марковскую цепь в виде графа (рисунок 1).

Таблица 1 – Сравнение выбранных моделей

$p_i \square$	$S_0$	$S_1$	$S_2$
$S_0$	0.1	0.3	0.6
$S_1$	0	0.3	0.7
$S_2$	0	0	1

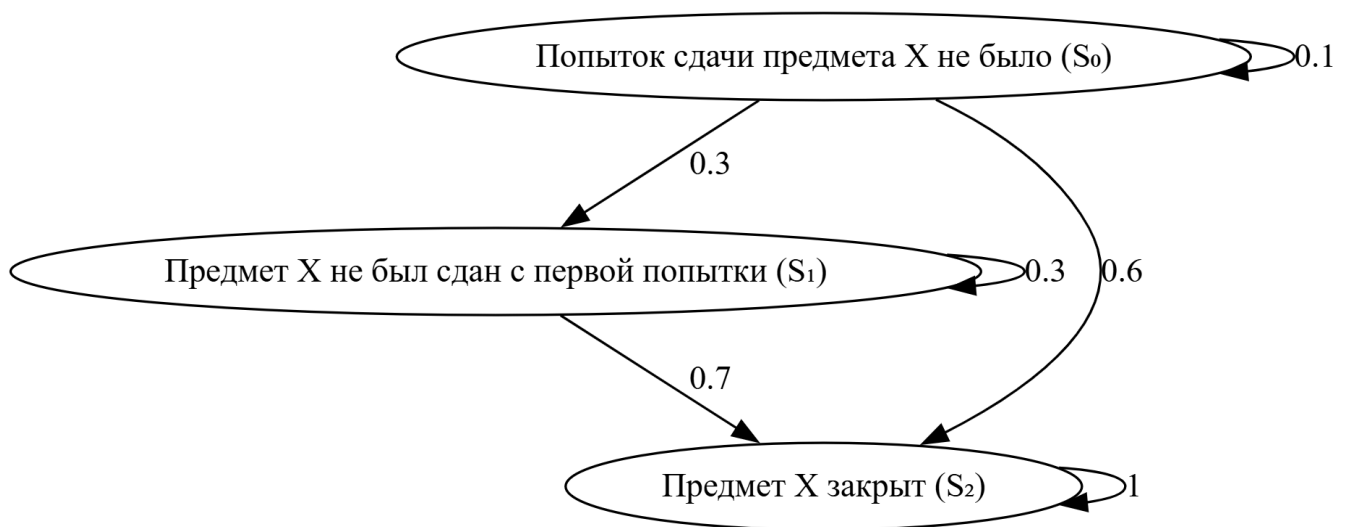


Рисунок 1 – Представление марковской цепи в форме графа

Для оценки количества академических лет, необходимых для сдачи предмета

Х возьмем некоторое количество случайных сценариев:

- $S_0 \rightarrow S_2$ ;
- $S_0 \rightarrow S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2$ ;
- $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2$ ;
- $S_0 \rightarrow S_0 \rightarrow S_2$ ;
- $S_0 \rightarrow S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2$ ;
- $S_0 \rightarrow S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2$ .

По Вентцель вычисление искомой величины подразумевает построение графика накопления статистики наблюдаемых экспериментов, который изображен на рисунке 2.

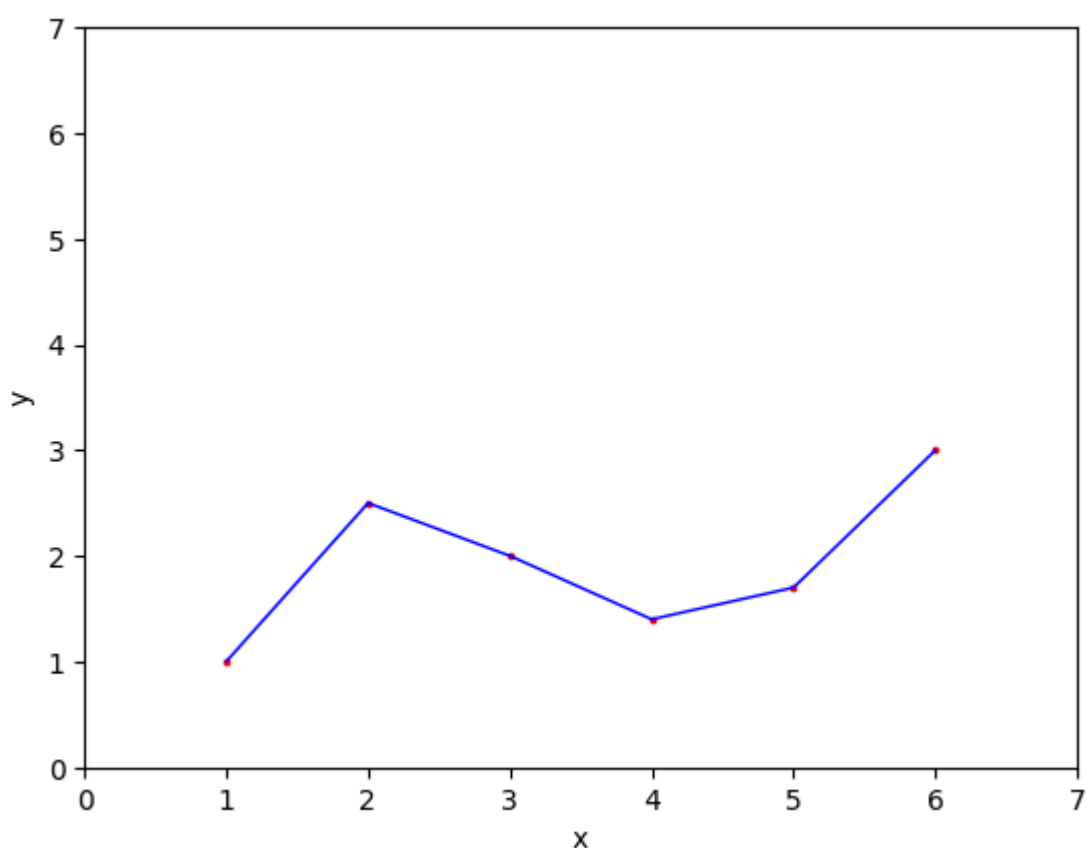


Рисунок 2 – Визуализация статистики случайно смоделированных экспериментов

Исходя из построенного графика можно заметить, что с округлением ближайшего большего целого значения, значение целевой величины равно 2 и 1.7 без округления.

## ПОСТРОЕНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СМО

Для построения описанной имитационной модели системы массового обслуживания и реализации ее в среде GPSS (листинг 1) было сделано допущение о том, что при генерации случайных величин из диапазона  $[0, 1]$  использовался генератор равномерно распределенных в этом диапазоне случайных величин. В результате запуска полученной реализации имитационной модели системы массового обслуживания были получены данные, описанные в листинге 2.

## СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Таблица 1 – Сравнение моделей

Модель	Средняя оценка количество академических лет для сдачи предмета X	Верхняя оценка количества академических лет для сдачи предмета X
Марковская цепь	1.7	2
Стохастическая модель (GPSS)	1.586	2

## ФРАГМЕНТЫ ИСХОДНОГО КОДА

Листинг 1 – Реализация имитационной модели системы массового обслуживания

```
10          SIMULATE

20  SAVEVALUE CNT_STEPS, 0
30  SAVEVALUE CNT_RUNS, 0

40  GENERATE  0
50  TRANSFER  , STATE0

60  STATE0    TRANSFER .6, STATE0_, GOTO2
70  STATE0_   TRANSFER .25, GOTO1, GOTO0
80  STATE1    TRANSFER .7, GOTO1, GOTO2
```

```

90    GOTO0          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
      TRANSFER      ,STATE0
100   GOTO1          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
      TRANSFER      ,STATE1
110   GOTO2          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
      SAVEVALUE CNT_RUNS+,1
      TERMINATE 1

120          START 1000000

```

## Листинг 2 – Отчет по результату моделирования имитационной модели

LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT
RETRY							
	1	SAVEVALUE		0		0	0
	2	SAVEVALUE		0		0	0
	3	GENERATE	1000000			0	0
	4	TRANSFER	1000000			0	0
STATE0	5	TRANSFER	1110648			0	0
STATE0_	6	TRANSFER	443352			0	0
STATE1	7	TRANSFER	475643			0	0
GOTO0	8	SAVEVALUE	110648			0	0
	9	TRANSFER	110648			0	0
GOTO1	10	SAVEVALUE	475643			0	0
	11	TRANSFER	475643			0	0
GOTO2	12	SAVEVALUE	1000000			0	0
	13	SAVEVALUE	1000000			0	0
	14	TERMINATE	1000000			0	0
SAVEVALUE		RETRY	VALUE				
CNT_STEPS	0		1586291.000				
CNT_RUNS	0		1000000.000				
CEC XN	PRI	M1	ASSEM	CURRENT	NEXT	PARAMETER	VALUE
1000001	0	0.000	1000001	0	3		

## **ВЫВОДЫ**

В результате выполнения домашнего задания для поставленной задачи были построены марковская модель и имитационная модель системы массового обслуживания и получены оценки интересующей величины, совпавшие с допустимой погрешностью. В следствии чего можно говорить об адекватности построенных моделей.