Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Информатика, искусственный интеллект и системы управления

КАФЕДРА Теоретическая информатика и компьютерные технологии

Домашняя работа

по курсу «Моделирование»

«Построение марковской модели и модели СМО»

Студент группы ИУ9-82Б Виленский С. Д.

Преподаватель Домрачева А. Б.

Москва, 2025 г.

ЦЕЛЬ

Изучение процесса построения и свойств имитационных моделей систем массового обслуживания. Получение навыков реализации описанных имитационных моделей в среде GPSS. Формирование представлений о построении марковских моделей и их анализе.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Оценить количество дней, требующихся на успешную сдачу домашнего задания с момента выдачи. Построить имитационную модель систем массового обслуживания и реализовать в среде GPSS. Сравнить полученный результат с оценкой количества дней, требующихся на успешную сдачу домашнего задания, полученной по марковской модели.

ОПИСАНИЕ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

В программе университета имеется некоторый предмет X, с первого раза который сдают далеко не все студенты курса, на котором он читается, в следствии чего уходят в академический отпуск.

Предположим, что после статистического анализа информации по успеваемости студентов по предмету X за все года существования данного предмета в учебном плане кафедра предоставила некоторые вероятностные характеристики модели сдачи предмета X студентами. Студент, не закрывший долги с прошлого семестра из-за чего не приступивший к сдаче предмета X, уходит в академ с вероятностью $p1 = 0.1$. Студент, сдающий предмет X впервые, уходит в академ с вероятностью $p2 = 0.3$. Студент, вышедший из академического отпуска после неудачной попытки сдачи предмета X уходит в очередной академический отпуск с вероятностью $p3 = 0.3$.

Требуется оценить количество академических лет, необходимых для успешной сдачи предмета X.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

Обозначим S_0 за состояние ситуации, когда студент не приступал к сдаче предмета X, S_1 — состояние, характеризующее ситуацию, в которой студент совершил хотя бы одну попытку сдачи предмета X, но не закрыл его, и S_2 — состояние, при котором предмет X успешно сдан студентом.

Таким образом можно построить таблицу переходов между состояниями с указанием вероятностей соответствующих событий (таблица 1) и представить марковскую цепь в виде графа (рисунок 1).

Таблица 1 − Сравнение выбранных моделей

p_i□	S_0	S_1	S_2
S_0	0.1	0.3	0.6
S_1	0	0.3	0.7
S_2	0	0	1

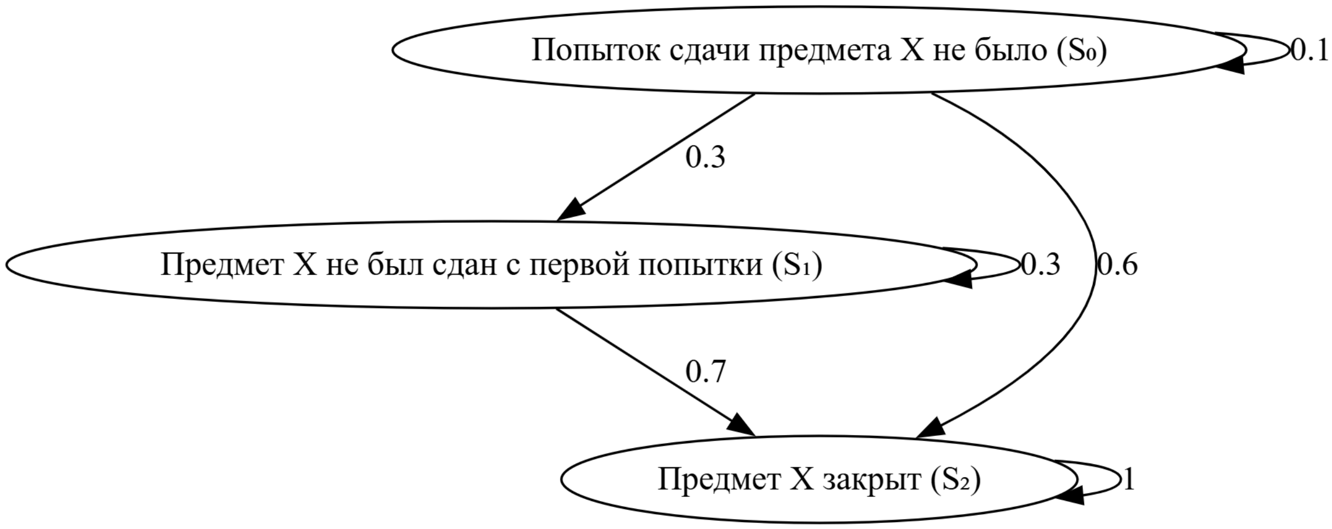

Рисунок 1 − Представление марковской цепи в форме графа

Для оценки количества переходов, требуемых для достижения состояния S_2, введем данное обозначение для состояния S_i:

$E_i = \sum_{j=0}^{2}(p_{ij}(1 + E_j)),\ i = 0, 1;\ E_2 = 0$. Описанная формула следует из того, что в состоянии S_i можно перейти в состояние S_j с вероятностью p_{ij} и инкрементацией счетчика количества переходов, требуемых для достижения S_2 из вершины S_j.

Таким образом мы можем построить три линейных уравнения, описывающих аналитическую модель:

$E_0 = p_{00}(1 + E_0) + p_{01}(1 + E_1) + p_{02}(1 + E_2);$

$E_1 = p_{10}(1 + E_0) + p_{11}(1 + E_1) + p_{12}(1 + E_2);$

$E_2 = 0.$

При подстановке значений вероятностей переходов получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$E_0 = 0.1(1 + E_0) + 0.3(1 + E_1) + 0.6(1 + E_2);$

$E_1 = 0.3(1 + E_1) + 0.7(1 + E_2);$

$E_2 = 0.$

После решения данной системы были получены следующие значения: $E_0 = 100/63 = 1.587$; $E_1 = 10/7 = 1.429$; $E_2 = 0$. Следовательно количество академических лет, необходимое для сдачи предмета X, можно оценить числом 2.

ПОСТРОЕНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СМО

Для построения описанной имитационной модели системы массового обслуживания и реализации ее в среде GPSS (листинг 1) было сделано допущение о том, что при генерации случайных величин из диапазона [0, 1] использовался генератор равномерно распределенных в этом диапазоне случайных величин. В результате запуска полученной реализации имитационной модели системы массового обслуживания были получены данные, описанные в листинге 2.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Таблица 1 – Сравнение моделей

Модель	Средняя оценка количество академических лет для сдачи предмета X	Верхняя оценка количества академических лет для сдачи предмета X
Марковская модель	1.587	2
Стохастическая модель (GPSS)	1.586	2

ФРАГМЕНТЫ ИСХОДНОГО КОДА

Листинг 1 – Реализация имитационной модели системы массового обслуживания

```
10            SIMULATE

20   SAVEVALUE CNT_STEPS,0
30   SAVEVALUE CNT_RUNS,0

40   GENERATE  0
50   TRANSFER  ,STATE0

60   STATE0    TRANSFER .6,STATE0_,GOTO2
70   STATE0_   TRANSFER .25,GOTO1,GOTO0
80   STATE1    TRANSFER .7,GOTO1,GOTO2

90   GOTO0          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
              TRANSFER  ,STATE0
100  GOTO1          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
              TRANSFER  ,STATE1
110  GOTO2          SAVEVALUE CNT_STEPS+,1
              SAVEVALUE CNT_RUNS+,1
```

```
              TERMINATE 1

120           START 1000000
```

Листинг 2 – Отчет по результату моделирования имитационной модели

```
 LABEL                  LOC   BLOCK  TYPE      ENTRY  COUNT  CURRENT  COUNT
RETRY
                   1    SAVEVALUE          0             0        0
                   2    SAVEVALUE          0             0        0
                   3    GENERATE     1000000             0        0
                   4    TRANSFER     1000000             0        0
STATE0             5    TRANSFER     1110648             0        0
STATE0_            6    TRANSFER      443352             0        0
STATE1             7    TRANSFER      475643             0        0
GOTO0              8    SAVEVALUE     110648             0        0
                   9    TRANSFER      110648             0        0
GOTO1             10    SAVEVALUE     475643             0        0
                  11    TRANSFER      475643             0        0
GOTO2             12    SAVEVALUE    1000000             0        0
                  13    SAVEVALUE    1000000             0        0
                  14    TERMINATE    1000000             0        0
SAVEVALUE              RETRY       VALUE
 CNT_STEPS               0     1586291.000
 CNT_RUNS                0     1000000.000
CEC XN   PRI          M1      ASSEM   CURRENT   NEXT   PARAMETER    VALUE
1000001    0           0.000   1000001      0      3
```

ВЫВОДЫ

В результате выполнения домашнего задания для поставленной задачи были построены марковская модель и имитационная модель системы массового обслуживания и получены оценки интересующей величины, совпавшие с допустимой погрешностью. В следствии чего можно говорить об адекватности построенных моделей.