4 Demostrar: $(((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta))\to\delta)\to\beta \models (\beta\to\alpha)\to(\delta\to\alpha)$

Aplico el teorema de la deducción:

$$(((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta))\to\delta)\to\beta,\ \beta\to\alpha \models \delta\to\alpha$$

Aplico teorema de la deducción:

$$(((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta))\to\delta)\to\beta,\ \beta\to\alpha,\ \delta \models \alpha$$

Por lo que hay que demostrar es que el conjunto de fórmulas

$$\{(((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta))\to\delta)\to\beta,\ \beta\to\alpha,\ \delta,\ \neg\alpha\}$$

es insatisfacible.

Calculamos la forma clausular / normal conjunt. de cada una de las fórmulas:

- $(((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta))\to\delta)\to\beta \equiv \neg(\neg(\neg(\neg\alpha\vee\beta)\vee(\neg\neg\gamma\vee\neg\delta))\vee\delta)\vee\beta \equiv$

$$\equiv (\neg\neg(\neg(\neg\alpha\vee\beta)\vee(\gamma\vee\neg\delta))\wedge\neg\delta)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv (((\alpha\wedge\neg\beta)\vee(\gamma\vee\neg\delta))\wedge\neg\delta)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv (((\alpha\vee\gamma\vee\neg\delta)\wedge(\neg\beta\vee\gamma\vee\delta))\wedge\neg\delta)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv \Big((\alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \gamma \vee \delta \vee \beta) \Big) \wedge \Big(\neg\delta \vee \beta \Big) \equiv$$

$$\equiv \Big((\alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta) \wedge (\gamma \vee \delta) \Big) \wedge \Big(\neg\delta \vee \beta \Big)$$

- $\beta \rightarrow \alpha \equiv \neg\beta \vee \alpha$
- δ
- $\neg\alpha$

Por tanto, hemos de probar que el conjunto de cláusulas

$$\{ \alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta, \ \gamma \vee \delta, \ \neg\delta \vee \beta, \ \neg\beta \vee \alpha, \ \delta, \ \neg\alpha \}$$

es insatisfacible.

$$\{ \alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta, \ \gamma \vee \delta, \ \neg\delta \vee \beta, \ \neg\beta \vee \alpha, \ \delta, \ \neg\alpha \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\alpha \ ; \ \lambda^c = \alpha$$

$$\{ \gamma \vee \neg\delta \vee \beta, \ \gamma \vee \delta, \ \neg\delta \vee \beta, \ \neg\beta, \ \delta \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\beta \ ; \ \lambda^c = \beta$$

$$\{ \gamma \vee \neg\delta, \ \gamma \vee \delta, \ \neg\delta, \ \delta \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\delta \ ; \ \lambda^c = \delta$$

$$\{ \gamma \} \xrightarrow[\mathrm{II} \mid \lambda = \gamma]{} \emptyset$$ es satisfacible $\Rightarrow$ El enunciado no se cumple.