Resumen de lógica

Mapachana

1 de febrero de 2018

1. Inducción

1.1. Principio de inducción

2. Recurrencias

2.1. Recurrencias lineales homogéneas

Sea k $\in \mathbb{N}$ una recurrencia lineal homogénea es cualquier igualdad de la forma:

$$u_n = a_1 u_{n-1} + ... + a_k u_k$$

donde $a_1, ..., a_K$ son constantes. Si a_k es distinto de 0, k es el orden de la relación de recurrencia y

$$p(x) = x^k - a_1 x^{k-1} - ... - a_k$$

es su polinomio característico. Si este polinomio se iguala a 0, se obtiene su ecuación característica. Para resoolver la recurrencia, calcularemos las solucion de la ecuación característica, obteniendo así raíces. Llamaremos m a la multiplicidad de una raíz (por ejemplo, si una ecuación tiene soluciones 2 y 2, solo tiene una ráiz pero con multiplicidad 2). LLamaremos t al número de raíces. Veremos dos casos:

- k=1
  t=1 m=1
  $$X_n = \alpha \cdot r^n$$
- k=2
  - t=2, $t \in \mathbb{R}$ $m_1 = m_2 = 1$
    $$X_n = (\alpha_{10} + \alpha_{11} n) \cdot r^n$$
  - t=2, $t \in \mathbb{C}$ $m_1 = m_2 = 1$
    $$X_n = r^n (K_1 \cos(n\theta) + K_2 \sin(n\theta)$$
    Donde r y θ se calculan como:
    $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\theta = 2 \arctan(\frac{b}{a+r}$
    $K_1 = 2a$ $K_2 = -2b$

Si bien no deberían caer recurrencias de grado mucho mayor de 2, por si acaso, conviene generalizar los casos donde las raíces son reales. La expresión es:

$$X_n = r_1^n(\alpha_{1,0} + \alpha_{1,1}n + ... + \alpha_{1,m-1}n^{m-1}) + ... + r_t^n(\alpha_{t,0} + \alpha_{t,1}n + ... + \alpha_{t,m-1}n^{m-1})$$

Donde cada m varía para cada raíz. Para calcular un recurrencia determinada (nos dan valores de $u_0, u_1, ...u_n$ basta sustituir en la expresión el valor de n que nos dan e igualar al número que queremos obtener para ese valor de n e ir despejeando y hallando incó

2.2. Recurencias lineales no homogéneas

Estas recurrencias son de la forma:

$$u_n = a_1u_{n-1} + ... + a_ku_k + f(n)$$

Donde f(n) está formada por dos partes:

- q(n): Es un polinomio que va multiplicando.
- S: Es un número que va elevado a n.

Esto es: $f(n) = q(n) \cdot S^n$ Para resolver estas recurrencias calcularemos dos cosas: La solución a la recurrencia lineal homogénea asociada (quitando el f(n)) que será $\{X_n^{(h)}\}$ y la solución $\{X_n^{(p)}\}$ que, al sumarlas, nos dará la solución de la recurrencia. Para calcular $\{X_n^{(p)}\}$ Simplemente localizaremos S y q(n) por separado y comprobaremos si S es una solución de la ecuación homogénea asociada, m será la multiplicidad de S en las raíces de la ecuación. Llamaremos por ejemplo g al grado de q(n), entonces:

$$\{X_n^{(p)}\} = n^m \cdot (c_1 + c_2n + ... + c_gn^g) \cdot S^n$$

Para calcular las constantes del polinomio $c_1, c_2, ..., c_n$ se sustituirá la solución en la recurrencia variando n de acuerdo a la expresión y se resolverá el sistema o ecuación para calcular estos valores.

2.3. Recurrencias no lineales

Si cae esto, llorad. Es básicamente probar lo que se te ocurra y tener suerte

3. Lógica proposicional

3.1. Introducción

3.2. Algoritmo de Davis-Putnam

4. Álgebra de Boole

4.1. Álgebras de Boole

4.2. Mapas de Karnaugh

4.3. Algoritmo de Quentin-Mc Cluskey

5. Lógica de primer orden

5.1. Introducción

5.2. Forma prenexa

5.3. Resolución por reducción