1.

$n \in \mathbb{N}$

$n \neq 0$ $\qquad P(n): \prod_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2} \qquad n>0$

1) Paso base:

$P(1): 1 - \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1+2}{2\cdot 1+2}$ $\qquad$ Por lo que para $n=1$ es cierta.

$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$3/4 = 3/4$

2) Paso de inducción: Supongamos que $1 \leq k$ y que $P(k)$ es cierta (hipótesis de inducción) y demostremos que de ello se deduce que $P(k+1)$ es cierta:

$¿\prod_{k=1}^{n+1} \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+1+2}{2(n+1)+2} = \frac{n+3}{2n+2+2} = \frac{n+3}{2n+4}?$

$\prod_{k=1}^{n+1} \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2} \cdot \left(1 - \frac{1}{(n+2)^2}\right) =$

$= \left(\prod_{k=1}^{n} 1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right)\left(1 - \frac{1}{(n+2)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2} \cdot \left(\frac{(n+2)^2-1}{(n+2)^2}\right) = \frac{(n+2)^2-1}{(2n+2)(n+2)} = \frac{n^2+4+4n-1}{2n^2+2n+4n+4} =$

$= \frac{n^2+4n+3}{2n^2+6n+4} = \frac{(n+1)(n+3)}{2(n+1)(n+2)} = \boxed{\frac{n+3}{2n+4}}$

Por el principio de inducción finita, $P(n)$ es cierta para todo $n>0$