Ejercicio 6

Ricardo Ruiz

October 7, 2017

Proposición

Todo número natural es mayor que 1 y divisible por al menos un número primo.

Demostración

Sea G un conjunto que te devuelve los múltiplos de x, siendo primo:

$$C(x) = \{n : n \geq x \quad \forall x \in P : n \in \{f(x,a) \quad \forall a \in \omega\}\, a > 1\}$$

P es un conjunto de números primos que luego definiremos, pero para que tenga sentido: $P = \emptyset$

Observación 1

Todo elemento contenido en C es como mínimo múltiplo del primer elemento del conjunto, y, por definición ese primer elemento es siempre múltiplo.
Sea A un conjunto definido por inducción tal que

$$A(0) = \emptyset A(1) = C(2) A(2) = C(2) \bigcup C(3)$$

y, generalizando

$$A(n) = C(n+1) \cup (n+2)$$

Definimos P, el conjunto de los números primos

$$P = \{x : x > 1 \quad \forall x \in \omega : x \notin A(x-1)\}$$

Para todo elemento perteneciente a P, su único múltiplo > 1, será él mismo.

El resto de elementos $N = \omega - P \quad N \subset A$ y como A está construido a partir de C, se cumple `observación anterior 1`, luego todo $n \in N$ tiene al menos un múltiplo, el primero de C al que pertenezca, que, por definición es primo. Luego todo número natural mayor que 1 es múltiplo al menos de un número primo.