www.datascienceacademy.com.br

Introdução à Inteligência Artificial

Lógica de Primeira Ordem

A lógica proposicional que estudamos anteriormente possui algumas limitações importantes. Primeiro, a lógica proposicional é simples demais para representar alguns problemas do mundo real. Segundo, em problemas complexos pode ser necessário a utilização de um número muito grande de sentenças para a criação de um agente realmente inteligente.

A linguagem da lógica proposicional não é adequada para representar relações entre objetos. Por exemplo, se fôssemos usar uma linguagem proposicional para representar "**João é pai de Maria e José é pai de João**" usaríamos duas letras sentenciais diferentes para expressar idéias semelhantes (por exemplo, P para simbolizar "João é pai de Maria" e Q para simbolizar "José é pai de João") e não estaríamos captando com esta representação o fato de que as duas frases falam sobre a mesma relação de parentesco entre João e Maria e entre José e João. Outro exemplo do limite do poder de expressão da linguagem proposicional, é sua incapacidade de representar instâncias de uma propriedade geral. Por exemplo, se quiséssemos representar em linguagem proposicional “Qualquer objeto é igual a si mesmo" e "3 é igual a 3", usaríamos letras sentenciais distintas para representar cada uma das frases, sem captar que a segunda frase é uma instância particular da primeira. Da mesma forma, se por algum processo de dedução chegássemos à conclusão que um indivíduo arbitrário de um universo tem uma certa propriedade, seria razoável querermos concluir que esta propriedade vale para qualquer indivíduo do universo. Porém, usando uma linguagem proposicional para expressar "um indivíduo arbitrário de um universo tem uma certa propriedade " e "esta propriedade vale para qualquer indivíduo do universo" usaríamos dois símbolos proposicionais distintos e não teríamos como concluir o segundo do primeiro.

A lógica de primeira ordem (LPO), conhecida também como cálculo de predicados de primeira ordem (CPPO), é um sistema lógico que estende a lógica proposicional. As sentenças atômicas da lógica de primeira ordem têm o formato P (t1, …, tn) (um predicado com um ou mais "argumentos") ao invés de serem símbolos sentenciais sem estruturas.

O ingrediente novo da lógica de primeira ordem não encontrado na lógica proposicional é a quantificação. Os valores das variáveis são tirados de um universo de discurso pré-determinado. Um refinamento da lógica de primeira ordem permite variáveis de diferentes tipos, para tratar de diferentes classes de objetos.

Para expressar propriedades gerais (que valem para todos os indivíduos) ou existenciais (que valem para alguns indivíduos) de um universo são utilizados os *quantificadores* $\forall$ (universal) e $\exists$ (existencial), respectivamente. Estes quantificadores virão sempre seguidos de um símbolo de *variável*, captando, desta forma, a ideia de estarem simbolizando as palavras "para qualquer" e “para algum".

Considere as sentenças:

- "Sócrates é homem"
- "Todo aluno do departamento de Ciência da Computação estuda lógica"

A primeira frase fala de uma propriedade (ser homem) de um indivíduo distinto ("Sócrates") de um domínio de discurso. A segunda frase fala sobre objetos distintos como "departamento de Ciência da Computação" e "lógica". Tais objetos poderão ser representados usando os símbolos, soc para "Sócrates", cc para "departamento de Ciência da Computação", lg para "lógica". Tais símbolos são chamados de símbolos de *constantes*.

As propriedades "ser aluno de", "estuda" relacionam objetos do universo de discurso considerado, isto é, "ser aluno de" relaciona os indivíduos de uma universidade com os seus departamentos, "estuda" relaciona os indivíduos de uma universidade com as matérias. Para representar tais relações serão usados símbolos de *predicados* (ou *relações*). Nos exemplos citados podemos usar Estuda e Aluno que são símbolos de relação binária. As relações unárias expressam propriedades dos indivíduos do universo (por exemplo "ser par", "ser homem"). A relação "ser igual a" é tratada de forma especial, sendo representada pelo símbolo de igualdade $\approx$.

Desta forma podemos simbolizar as sentenças consideradas nos exemplos da seguinte forma:

- "Todo mundo é igual a si mesmo " por $\forall x\ x \approx x$;
- "Existem números naturais que são pares" por $\exists x Par(x)$;
- "Sócrates é homem" por Homem (soc);
- "Todo aluno do departamento de Ciência da Computação estuda lógica" por $\forall x(Aluno(x,cc) \rightarrow Estuda(x,lg))$.

A lógica de primeira ordem tem poder expressivo suficiente para formalizar praticamente toda a matemática. Uma teoria de primeira ordem consiste em um conjunto de axiomas (geralmente finito ou recursivamente enumerável) e de sentenças dedutíveis a partir deles. A teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel é um exemplo de uma teoria de primeira ordem, e aceita-se geralmente que toda a matemática clássica possa ser formalizada nela. Há outras teorias que são normalmente formalizadas na lógica de primeira ordem de maneira independente (embora elas admitam a implementação na teoria dos conjuntos).

A principal diferença entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem é o compromisso ontológico, ou seja, o que cada linguagem pressupões sobre a natureza da realidade:

– **Lógica Proposicional**: pressupõe que existem fatos que são válidos ou não-válidos no mundo.

– **Lógica de Primeira Ordem**: pressupõe que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são válidas ou não-válidas.

Os modelos de uma linguagem lógica são as estruturas formais que constituem os mundos possíveis sob consideração. Cada modelo liga o vocabulário das sentenças lógicas aos elementos do mundo possível, para que a verdade de qualquer sentença possa ser determinada. Assim, modelos de lógica proposicional ligam símbolos de proposição com valores verdade predefinidos. Os modelos para lógica de primeira ordem são muito mais interessantes. Em primeiro lugar, eles contêm objetos! O domínio de um modelo é o conjunto de objetos ou elementos do domínio que ele contém. Exige-se que o domínio seja não vazio — todos os mundos possíveis devem conter pelo menos um objeto. Matematicamente falando, não importa o que são esses objetos — tudo o que importa é quantos há em cada modelo em particular.

Os elementos sintáticos básicos da lógica de primeira ordem são os símbolos que representam objetos, relações e funções. Por essa razão, os símbolos são de três tipos: **símbolos de constantes**, que representam objetos, **símbolos de predicados**, que representam relações, e **símbolos de funções**, que representam funções.

Sentença	$\rightarrow$	*SentençaAtômica* | *SentençaComplexa*
SentençaAtômica	$\rightarrow$	*PredicadoPredicado*(*Termo*, . . .) | *Termo* = *Termo*
SentençaComplexa	$\rightarrow$	(*Sentença*) | [*Sentença*]
	|	$\neg$ *Sentença*
	|	*Sentença* $\wedge$ *Sentença*
	|	*Sentença* $\vee$ *Sentença*
	|	*Sentença* $\Rightarrow$ *Sentença*
	|	*Sentença* $\Leftrightarrow$ *Sentença*
	|	*Quantificador*, *Variável*,... *Sentença*
Termo	$\rightarrow$	*Função*(*Termo*, . . .)
	|	*Constante*
	|	*Variável*
Quantificador	$\rightarrow$	$\forall$ | $\exists$
Constante	$\rightarrow$	*A* | *X*1 | *João* | . . .
Variável	$\rightarrow$	*a* | *x* | *s* | . . .
Predicado	$\rightarrow$	*Verdadeiro* | *Falso* | *Depois* | *Ama* | *Chovendo* | . . .
Função	$\rightarrow$	*Mãe* | *PernaEsquerda* | . . .
Precedência de operador	:	$\neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Referências:

Livro: Inteligência Artificial
Autor: Peter Norvig