Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Introdução à Inteligência Artificial

A Teoria da Utilidade Tem Suas Raízes na Economia

A teoria da utilidade tem suas raízes na economia, e a economia apresenta um candidato óbvio para se tornar uma medida de utilidade: o dinheiro (ou, mais especificamente, os bens líquidos totais de um agente). A quase universal capacidade de troca do dinheiro por todos os tipos de mercadorias e serviços sugere que o dinheiro desempenha um papel significativo nas funções humanas de utilidade.

Normalmente, o agente vai preferir mais dinheiro a menos dinheiro, sendo todos os outros itens iguais. Dizemos que o agente exiba uma preferência monotônica por mais dinheiro. No entanto, isso não significa que o dinheiro se comporta como função utilidade porque ele não diz nada sobre as preferências entre loterias que envolvem dinheiro.

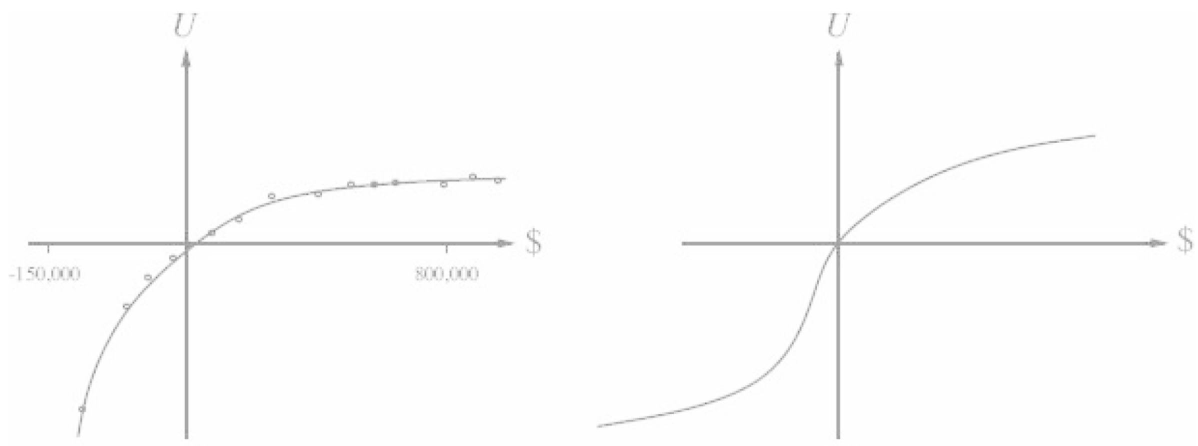
Vamos supor que você tenha triunfado sobre os outros concorrentes em um programa de jogos pela televisão. Agora, o apresentador lhe oferece uma opção: levar o prêmio de $1.000.000 ou apostar tudo no lançamento de uma moeda (cara ou coroa). Se der cara, você acabará sem nada, mas, se der coroa, você ganhará US$2.500.000,00. Se for como a maioria das pessoas, você recusará o jogo e embolsará o milhão. Nesse caso, você estará sendo irracional?

Supondo que você acredite que a moeda é justa, o valor monetário esperado (VME) do jogo é ($0) + ($2.500.000) = $1.250.000, que é mais que o prêmio original de $1.000.000. Porém, isso não significa necessariamente que aceitar a aposta seja uma decisão melhor. Suponha que utilizamos Sn para indicar o estado de possuir a riqueza total $n e que sua riqueza atual seja $k. Então, as utilidades esperadas das duas ações de aceitar e recusar o jogo são:

$$UE(Aceitar) = \frac{1}{2}U(S_k) + \frac{1}{2}U(S_{k+2.500.000})$$
$$UE(Recusar) = U(S_{k+1.000.000})$$

Para determinar o que fazer precisamos atribuir utilidades aos estados resultantes. A utilidade não é diretamente proporcional ao valor monetário porque a utilidade para o seu primeiro milhão é muito alta (é o que achamos), enquanto a utilidade para um milhão adicional é menor. Suponha que você atribua a utilidade 5 ao seu status financeiro atual (Sk), 9 ao estado Sk+2.500.000 e 8 ao estado Sk+1.000.000. Então, a ação racional seria recusar porque a utilidade esperada de aceitar é apenas 7 (menos que a utilidade 8 de recusar). Por outro lado, é mais provável que um bilionário tenha uma função utilidade que seja localmente linear no intervalo de poucos milhões a mais e, assim, aceitaria a aposta.

Em um estudo pioneiro das funções utilidade reais, Grayson (1960) descobriu que a utilidade do dinheiro era quase exatamente proporcional ao logaritmo da quantia (essa ideia foi sugerida primeiro por Bernoulli em 1738). Uma curva específica, para um certo Mr. Bob, é mostrada na figura a abaixo. Os dados obtidos para as preferências de Mr. Bob são consistentes com uma função utilidade.



(a) (b)

$$U(S_{k+n}) = -263{,}31 + 22{,}09\log(n + 150.000)$$

para o intervalo entre n = –\$150.000 e n = \$800.000. Não devemos supor que essa seja a função utilidade definitiva para valor monetário, mas é provável que a maioria das pessoas tenha uma função utilidade côncava para riquezas positivas.

Contrair dívidas é em geral considerado desastroso, mas as preferências entre diferentes níveis de dívidas podem exibir uma inversão da concavidade associada com riqueza positiva. Por exemplo, alguém que já deve \$10.000.000 poderia muito bem aceitar uma aposta em um lançamento de moeda justo com um ganho de \$10.000.000 para caras e uma perda de \$20.000.000 para coroas. Isso gera a curva em forma de S mostrada na figura b acima.

Vamos limitar nossa atenção à parte positiva das curvas, onde a declividade está diminuindo; então, para qualquer loteria L, a utilidade de se defrontar com essa loteria é menor que a utilidade de receber o valor monetário esperado da loteria como algo certo:

$$U(L) < U(S_{\mathrm{VME}}(L))$$

Isto é, agentes com curvas dessa forma são avessos ao risco: eles preferem algo certo com compensação menor que o valor monetário esperado de uma aposta. Por outro lado, na região "desesperada" de grande riqueza negativa da figura b, o comportamento é de busca do risco.

O valor que um agente aceitará em vez de se arriscar em uma loteria é chamado equivalente de certeza da loteria. Os estudos mostram que a maioria das pessoas aceitará cerca de $400 em vez de uma aposta que ofereça $1.000 na metade do tempo e $0 na outra metade, ou seja, o equivalente de certeza da loteria é $400, enquanto o valor monetário esperado é $500. A diferença entre o valor monetário esperado de uma loteria e seu equivalente de certeza é chamado prêmio de seguro. A aversão ao risco é a base da indústria de seguros porque significa que os prêmios de seguros são positivos. As pessoas preferem pagar um prêmio de seguro pequeno a apostar o valor de sua casa contra a chance de um incêndio. Do ponto de vista da companhia de seguros, o preço da casa é muito pequeno comparado às reservas totais da firma. Isso significa que a curva de utilidade da seguradora é aproximadamente linear sobre essa pequena região, e o jogo não custa quase nada para a empresa.

Note que, no caso de pequenas mudanças de riqueza em relação à riqueza atual, quase qualquer curva será aproximadamente linear. Um agente que tenha uma curva linear é dito neutro ao risco. Portanto, no caso de apostas com pequenas somas, esperamos a neutralidade ao risco. De certo modo, isso justifica o procedimento simplificado que propôs pequenas apostas para avaliar as probabilidades e justificar os axiomas de probabilidade.

Referências:

Livro: Inteligência Artificial
Autor: Peter Norvig