

# Técnicas Estatísticas de Predição

Otaviano Francisco Neves



# Séries Temporaires



# Roteiro

- Introdução
- Séries Temporais
- Modelos Automáticos



# Séries temporais

Uma série temporal é uma sequência de observações sobre uma variável de interesse. A variável é observada em pontos temporais discretos, usualmente equidistantes, e a análise de tal comportamento temporal envolve a descrição do processo ou fenômeno que gera a sequência.



# Padrões de Séries Temporais



Processamentos que permanecem **constantes** sobre um certo nível todo o tempo, com variações de período a período devido a causas aleatórias.

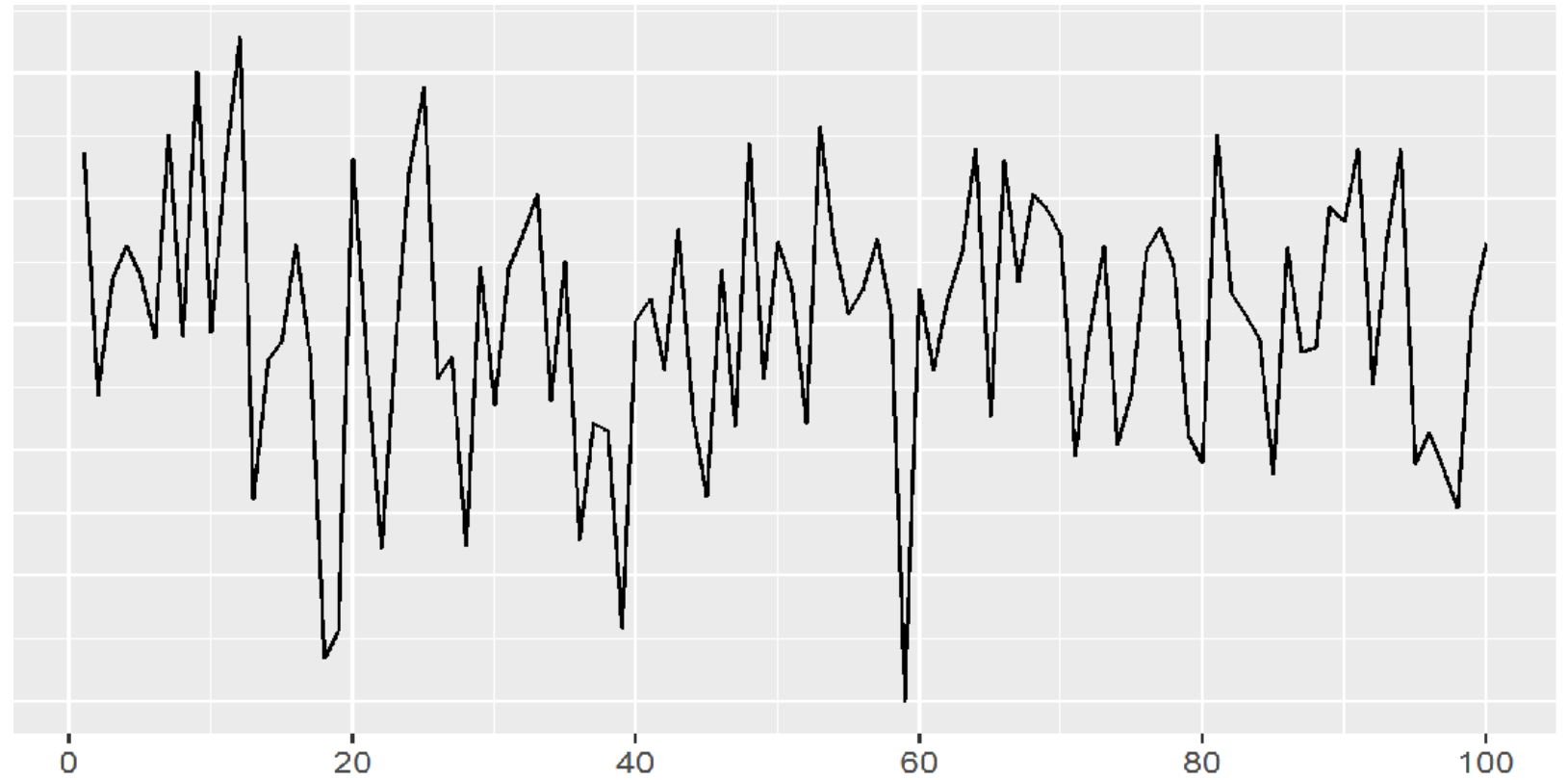


Padrões que ilustram **tendências** no nível dos processos, de maneira que a variação de um período ao outro é atribuída a uma tendência mais uma variação aleatória.

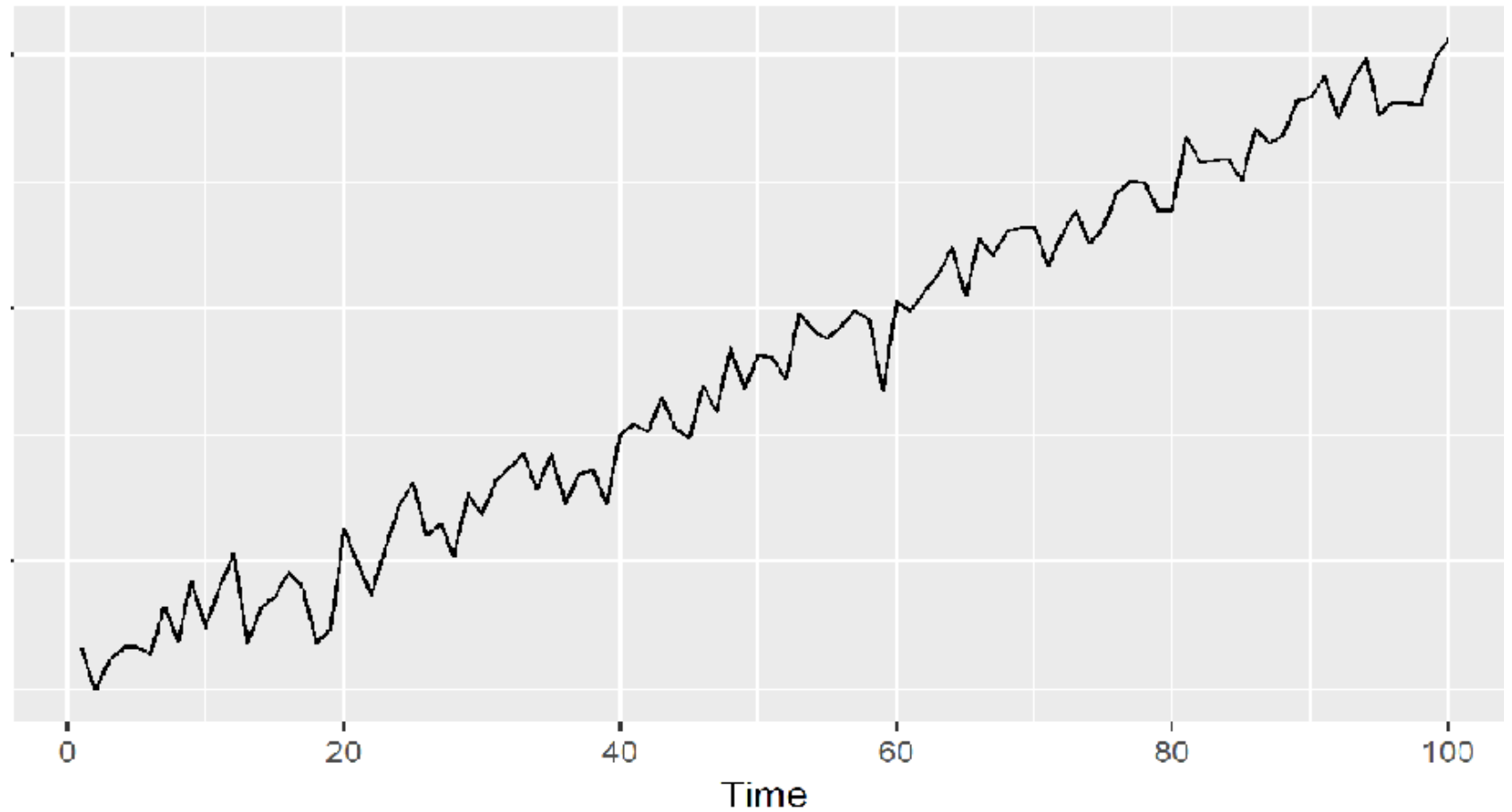


Processos que **variam ciclicamente** no tempo, como em processos sazonais (exemplo: o clima, vendas de Natal, ).

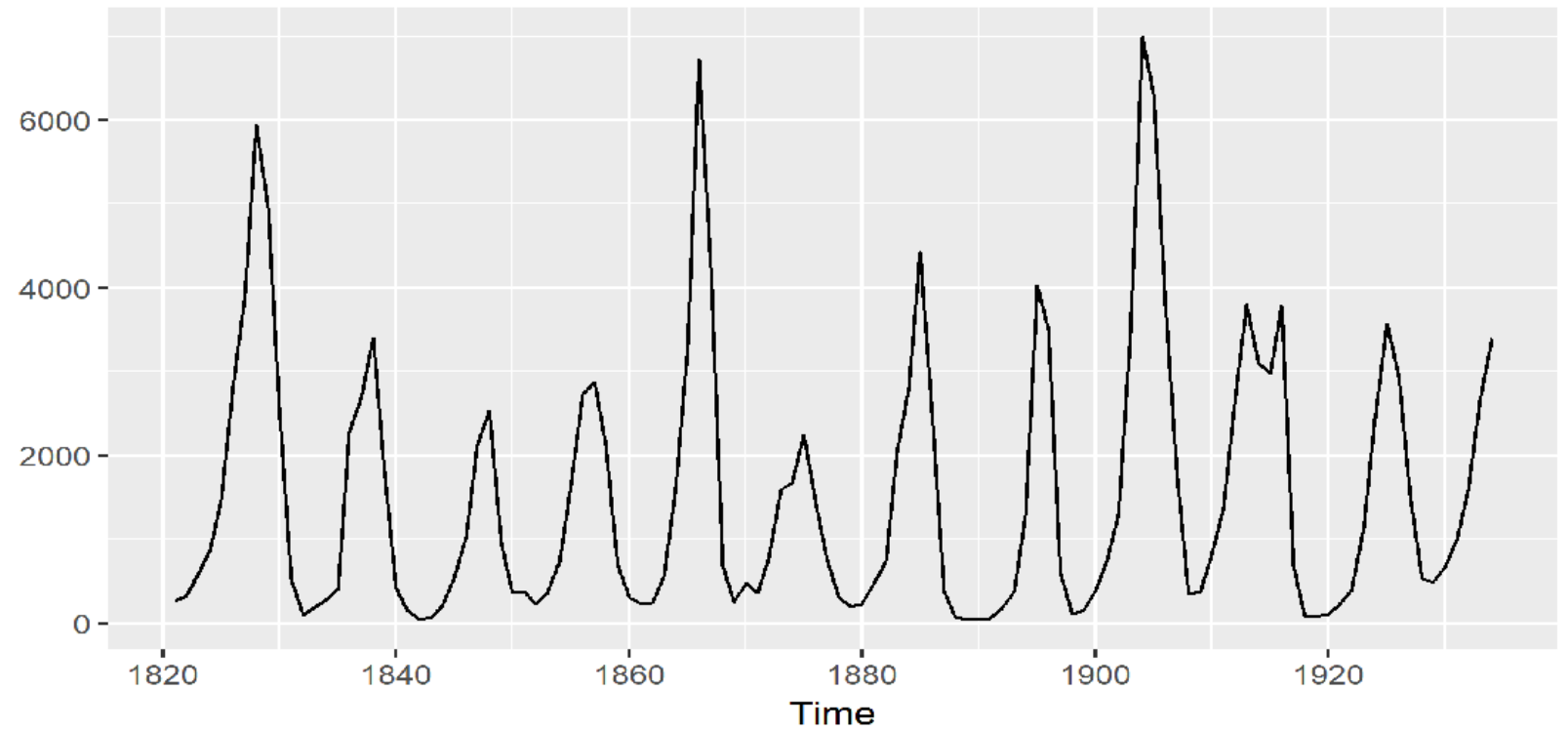
Padrões de  
Séries  
Temporais  
(Constante)



Padrões de  
Séries  
Temporais  
(Tendência)



Padrões de  
Séries  
Temporais  
(Constante)





# Modelos de Previsão de Séries Temporais

Os procedimentos de previsão de séries temporais podem ser divididos, grosseiramente, em duas categorias:

- 1. Automáticos**, que são aplicados diretamente, com a estilização de programas simples de computador;
- 2. Não-Automáticos**, que exigem a intervenção de pessoal especializado, para serem aplicados



# Tipos Modelos Automáticos

1. Média Móvel Simples (MMS)
2. Alisamento Exponencial Simples (AES)
3. Alisamento Exponencial Duplo (AED)
4. Modelo Holt-Winters (sazonalidade) (HW)
  - Sazonalidade Aditiva
  - Sazonalidade Multiplicativa



# Abordagens

Modelo	SEM Sazonalidade	COM Sazonalidade
SEM Tendência	Média Móvel Simples (MMS) Alisamento Exponencial Simples (AES)	Modelo Sazonal (aditivo / multiplicativo)
COM Tendência	Alisamento Exponencial Duplo (AED)	Modelos Holt – Winters (aditivo / multiplicativo)



# Médias Móveis Simples (MMS)

Cálculo da média aritmética das  $r$  últimas observações

Previsão

$$\hat{Z}_t(h) = M_t \quad M_t = \frac{Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-r+1}}{r}$$



# Alisamento Exponencial Simples (AES)

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

Com  $0 < \alpha < 1$ , constante de alisamento



# Alisamento Exponencial Duplo (AED)

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(E_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - E_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t+k} = E_t + kT_t$$

$E_t$  é a componente de nível;

$T_t$  é a componente de tendência;

$h$  é o horizonte de previsão;

$k = 1, 2, \dots, h$ ;

$\hat{y}_{t+k}$  é a previsão;



# Modelos Holt - Winters

Previsão de Séries com Tendência

$$X_t = \pi + at + S_t + \varepsilon_t$$

Onde:  $t = 1, 2, \dots$

$X_t$  é uma variável aleatória observada no tempo  $t$ ;

$a$  é a tendência do modelo;

$\pi$  é o valor constante do modelo;

$S_t$  é a componente sazonal no tempo  $t$ ;

$\varepsilon_t$  é o erro aleatório ocorrido no tempo  $t$



# Modelos Holt – Winters - Aditivo

$$L_t = \alpha(x_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(x_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$$

$$\hat{x}_{t+k} = L_t + kT_t + S_{t-s+k}$$





# Modelos Holt – Winters - Multiplicativo

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}$$

$$\hat{y}_{t+k} = (L_t + nT_t)S_{t-s+\text{mod}(n-1,s)+1}$$



$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \times 100$$

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_t - \hat{y}_t|$$

$$MSD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2$$

Qualidade dos Ajustes

- MAPE - Erro Médio Percentual
- MAD - Erro Médio Absoluto
- MSD - Erro Quadrático Médio

# Exemplo – Séries Temporais

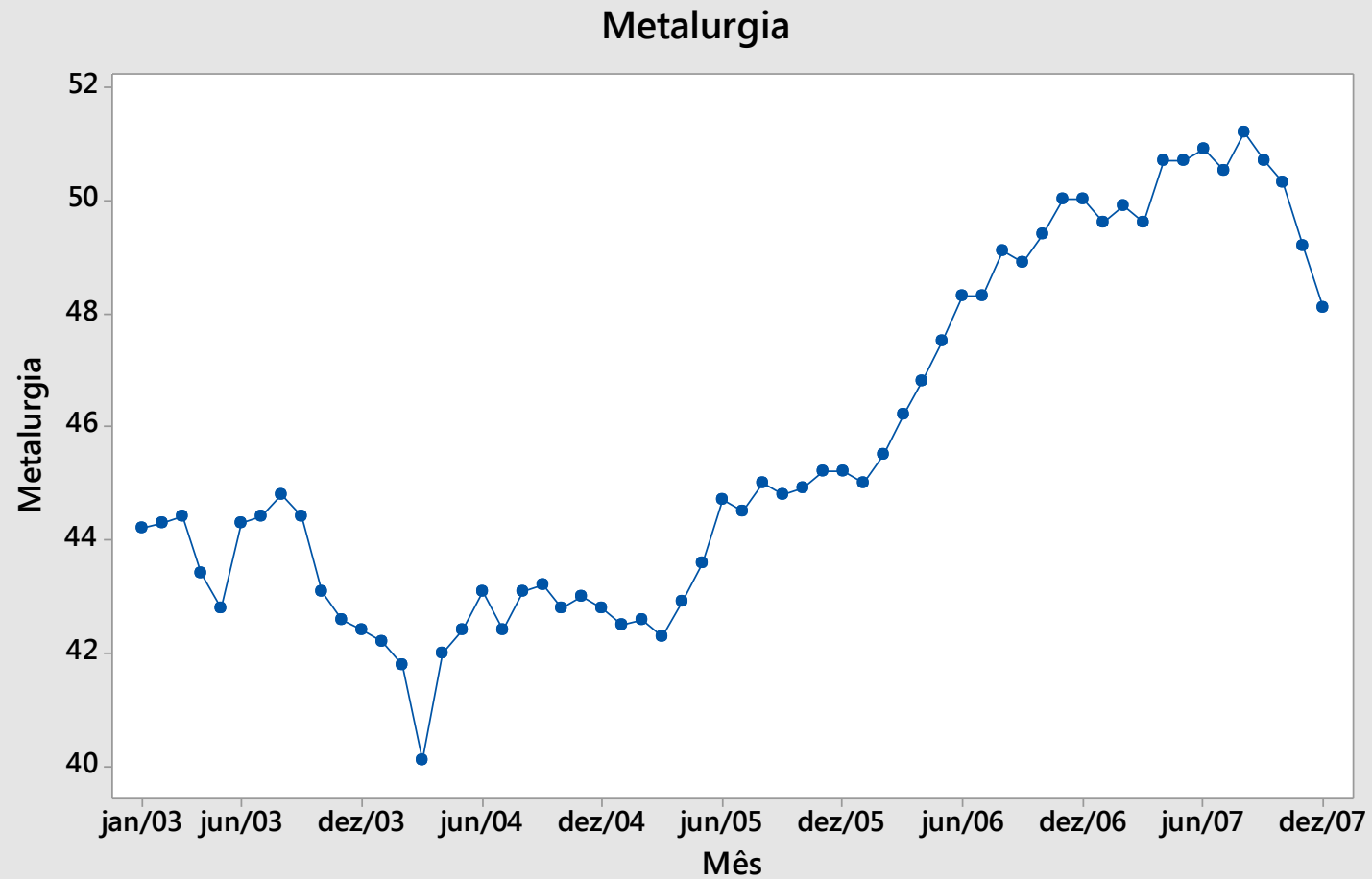


# Exemplo

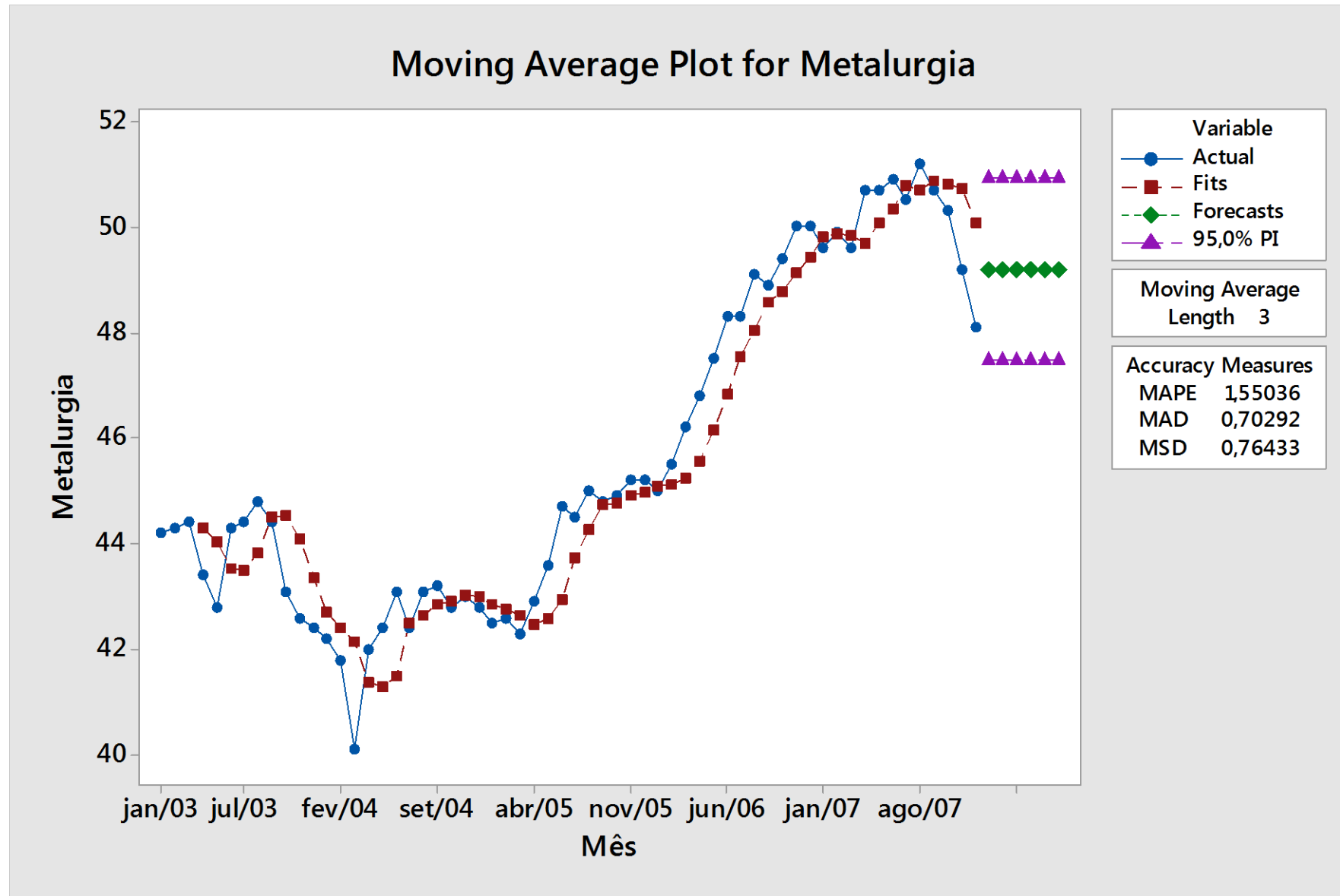
Você deseja prever o emprego nos próximos 6 meses em 3 segmentos (comercio, alimentos, metelugia). Foram coletados dados ao longo de 60 meses de jan 2003 a dez 2007. Dados Emprego - IA.xls



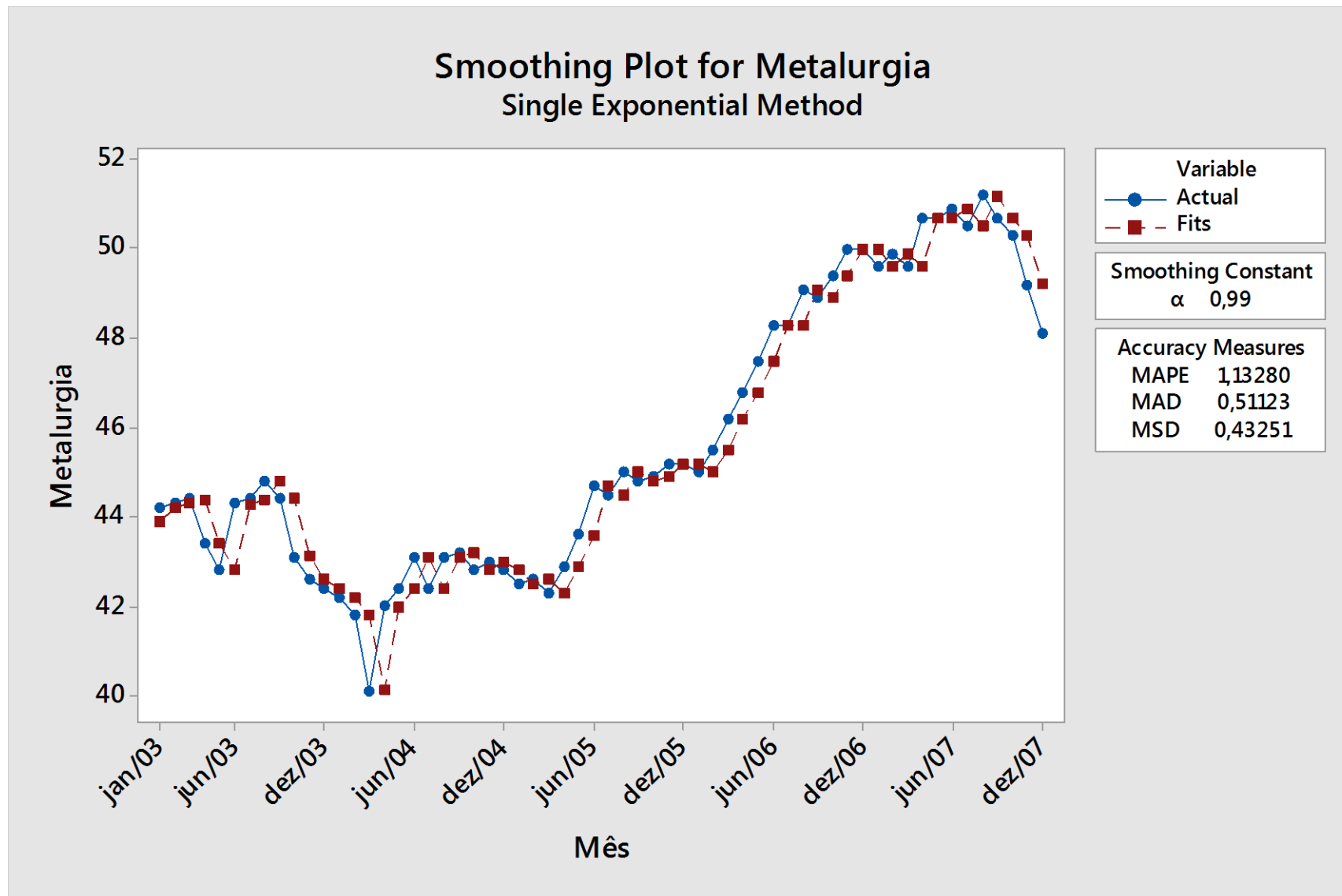
# Metalurgia



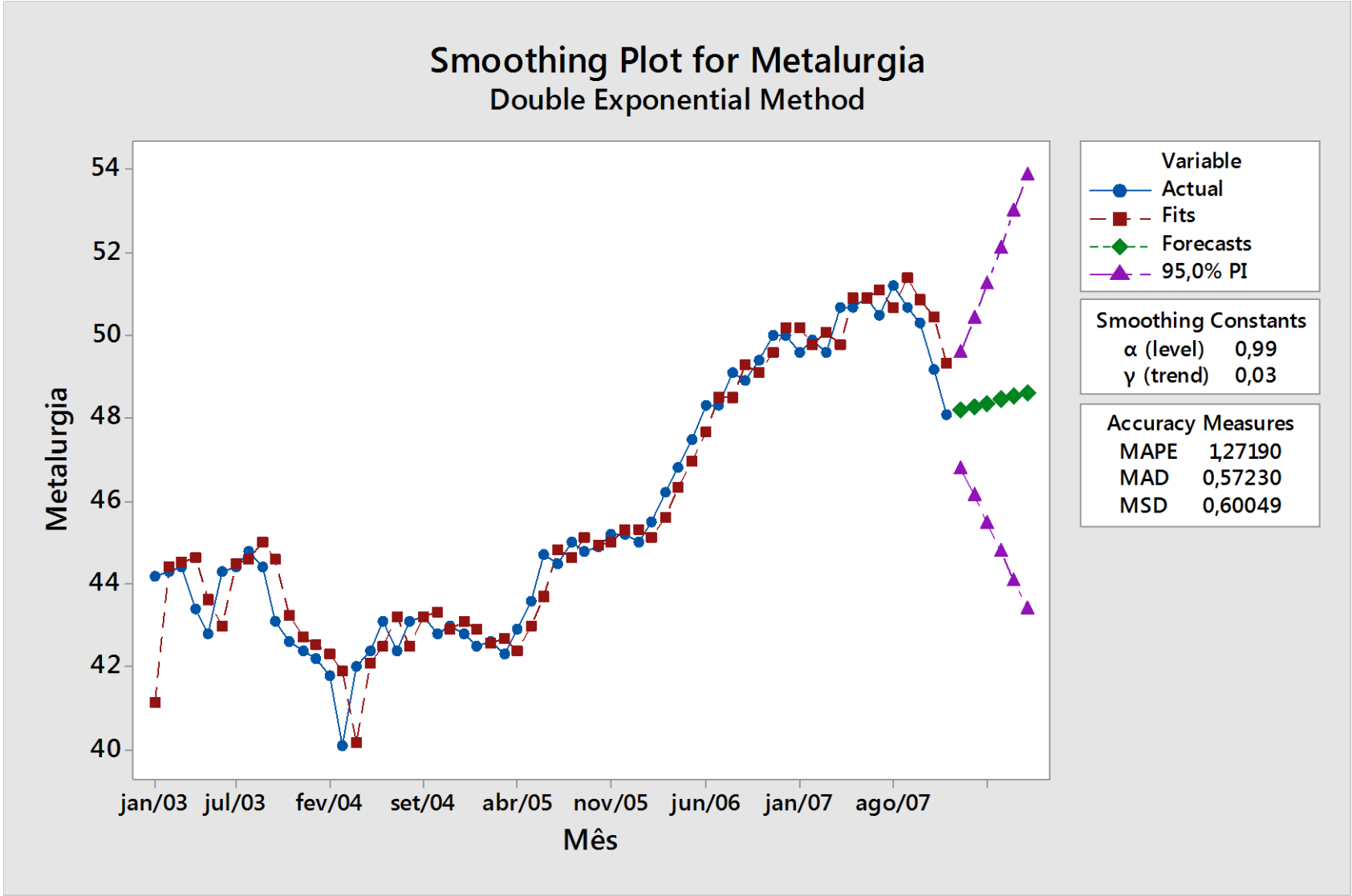
# Previsão Média Móvel – Tamanho 3



# Alisamento exponencial Simples

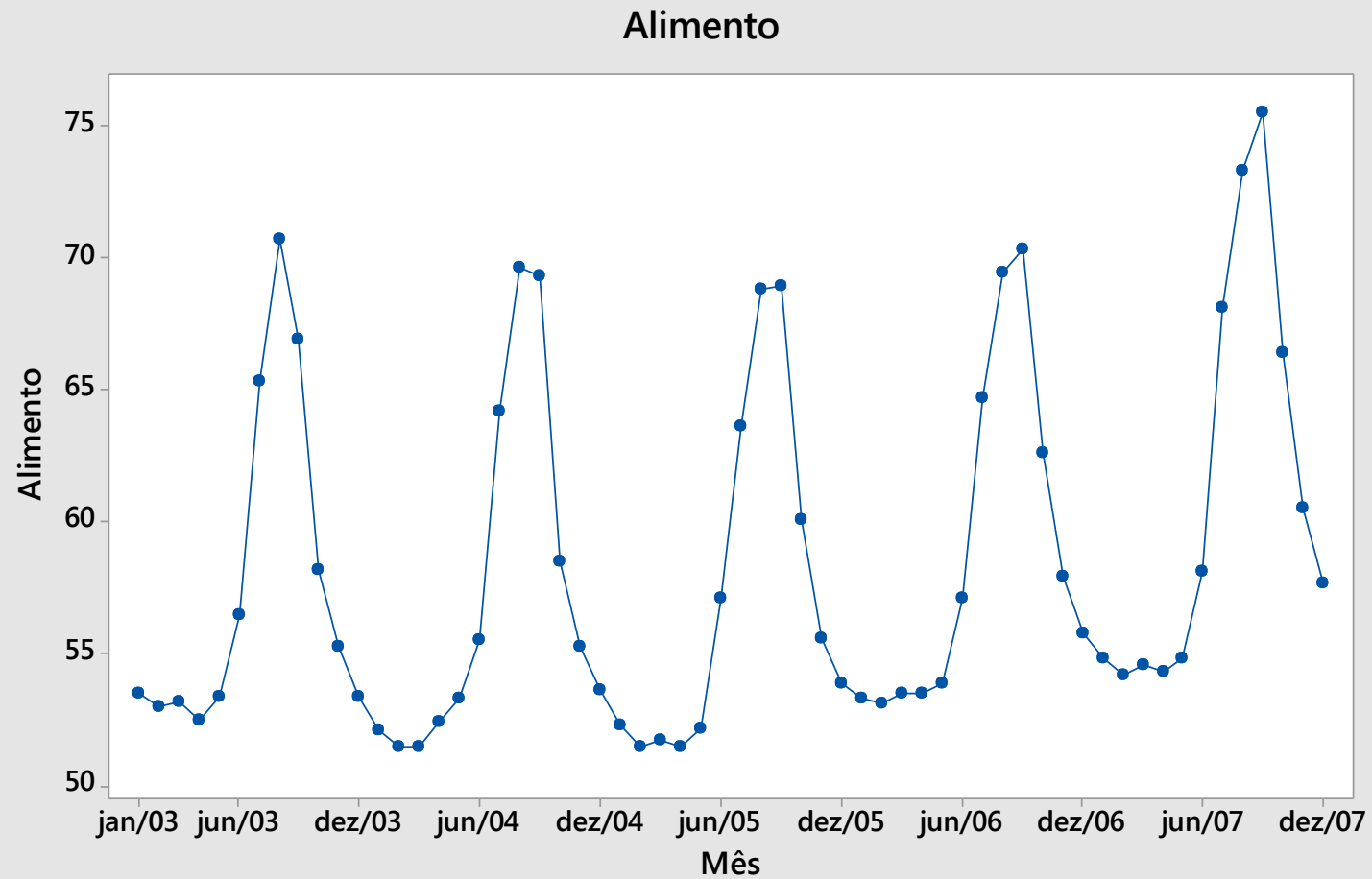


# Alisamento exponencial Duplo

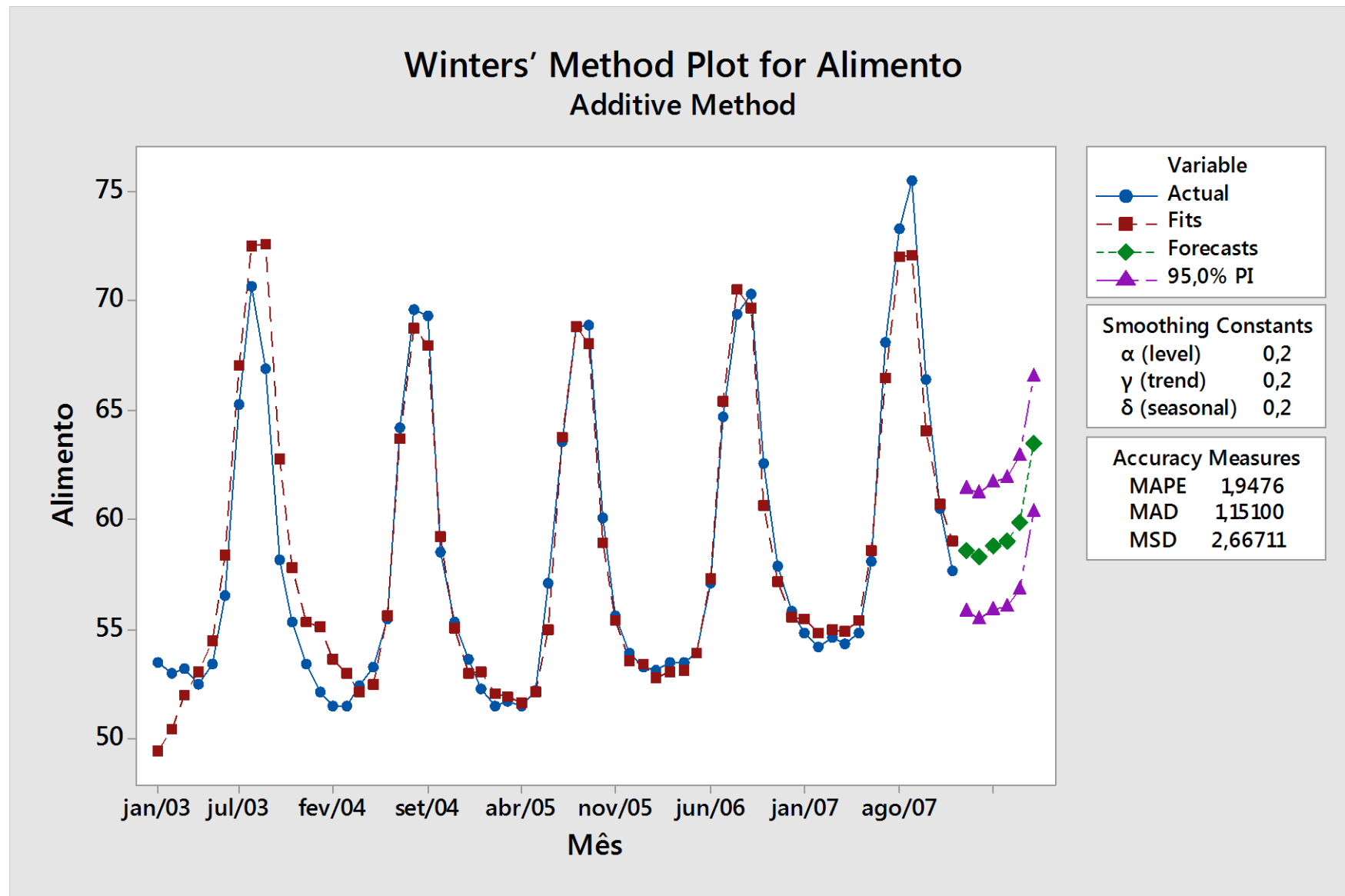




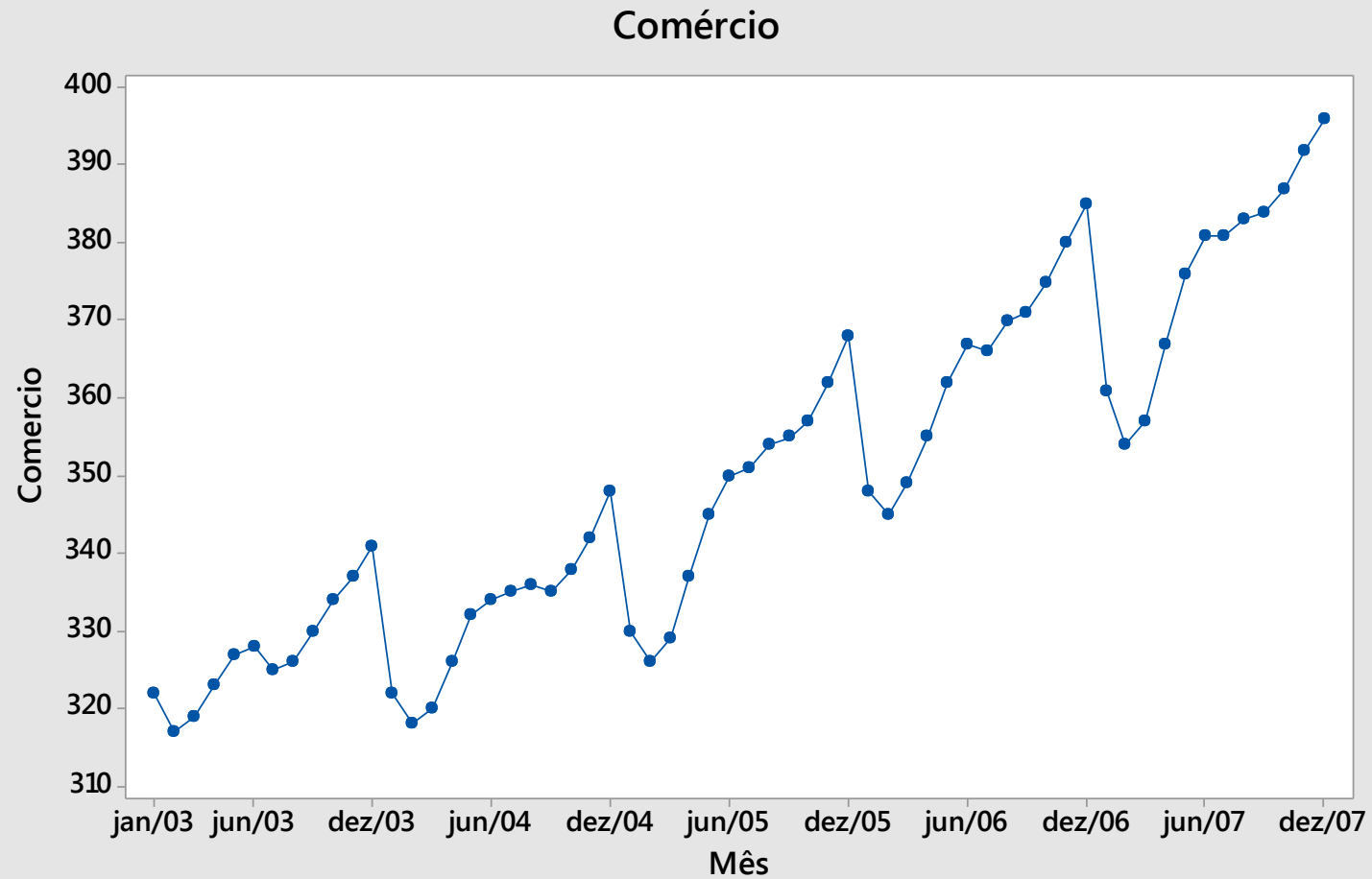
Alimento



# Modelo Holt Winters - Aditivo



Comércio



# Modelo Holt Winters - Aditivo

