Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Convergência de Sucessões

Dizemos que uma sucessão converge para um número fixo se, à medida que n aumenta, o valor de f(n) se aproxima desse valor fixo.

Formalmente, podemos dizer que uma sucessão (f(1), f(2), f(3), ...) converge para um número fixo **a** se para todo intervalo I centrado em **a** existir um número natural k tal que as imagens f(k + 1), f(k + 2), f(k + 3), ... pertencem todas a I. Considere esta sequência:

$$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right)$$

É fácil perceber que, à medida que n cresce, a sucessão se aproxima de 0. De fato, se tomarmos o intervalo I1 =]– 0,5; 0,5[, veremos que f(3), f(4), f(5), ... são todos elementos que caem em I1. Se tomarmos outro intervalo centrado em 0, por exemplo, I2 =]– 0,1; 0,1[, veremos que f11 = 0,0909, f12 = 0,0833, f13 = 0,0769 etc. são todos elementos que caem em I2. Qualquer intervalo centrado em 0, por menor amplitude que tenha, permite encontrar um termo a partir do qual os elementos da sucessão caem dentro do intervalo.

Se observarmos a sucessão abaixo definida por f(n) = n:

$$(1, 2, 3, 4, 5, \ldots)$$

veremos que, à medida que n aumenta, os valores de f(n) não convergem para nenhum valor fixo. Diremos que tal sucessão diverge. Entre as sucessões divergentes, existem aquelas em que, à medida que n aumenta, os valores de f(n) conseguem superar qualquer valor fixado; dizemos que essas sucessões divergem para mais infinito; esse é o caso acima.

Pode ocorrer que, à medida que n aumenta, os valores de f(n) conseguem ficar abaixo de qualquer valor fixo, por menor que ele seja; dizemos que essas sucessões divergem para menos infinito; esse é o caso abaixo representado por f(n) = -(2n – 1):

$$(-1, -3, -5, -7, \ldots)$$

Existem ainda as sucessões divergentes que não divergem nem para mais nem para menos infinito: é o caso do exemplo abaixo representado por $f(n) = (-1)^n \cdot n.$.

$$(-1, 2, -3, 4, -5, \ldots)$$

Quando uma sucessão convergir para certo valor **a**, mas sempre por valores menores do que **a,** dizemos que a sucessão converge para **a** pela esquerda. Analogamente, temos sucessões que convergem para **a** pela direita e ainda aquelas que convergem para **a** oscilando, isto é, tanto pela esquerda como pela direita.

Dado um número a qualquer, é geralmente possível construir sucessões que convirjam para esse valor.

Referências:

Elements Of The Differential And Integral Calculus
por J. M. Taylor