Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Limites nos Extremos do Domínio

O estudo das funções é importante para conhecer o comportamento de uma função quando x é muito grande (tendendo para infinito) ou muito pequeno (tendendo para menos infinito). Na verdade, o que queremos é determinar os valores dos limites, chamados limites nos extremos:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) \quad \text{ou} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x)$$

A maneira de obtermos esses limites consiste em escolher uma sucessão que divirja para mais infinito, ou simplesmente para infinito (∞), ou menos infinito (– ∞), e determinar o comportamento da nova sucessão gerada por f(x). Por exemplo. Consideremos a função:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

e tomemos uma sequência que divirja para infinito, por exemplo (10, 100, 1.000, 10.000, ..., 10n, ...). As correspondentes imagens são:

$$f(10) = \frac{1}{10} = 0{,}1$$
$$f(100) = \frac{1}{100} = 0{,}01$$
$$f(1.000) = \frac{1}{1.000} = 0{,}001$$
$$f(10.000) = \frac{1}{10.000} = 0{,}0001, \ldots$$

Intuitivamente, percebemos que as correspondentes imagens convergem para 0. Dizemos que o limite de f(x), quando x tende para infinito, é 0 e escrevemos:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

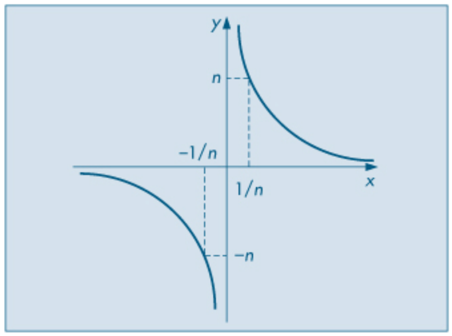
Analogamente, para determinarmos o limite de f(x) quando x tende para menos infinito, tomemos uma sequência que divirja para menos infinito, por exemplo (– 10, –100, –1.000, –10.000, ..., –(10) n, ...). As correspondentes imagens são:

$$f(-10) = \frac{1}{-10} = -0{,}1$$
$$f(-100) = \frac{1}{-100} = -0{,}01$$
$$f(-1.000) = \frac{1}{-1.000} = -0{,}001$$
$$f(-10.000) = \frac{1}{-10.000} = -0{,}0001, \ldots$$

Percebemos intuitivamente que as imagens também convergem para 0. Dizemos então que o limite de f(x) é 0, quando x tende a menos infinito, e escrevemos:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

O gráfico de f(x) é dado na figura abaixo, em que ficam evidentes os limites calculados.



Considerações:

Os limites nos extremos (x tendendo a mais ou menos infinito) podem ser um número real, ou ainda podem dar mais ou menos infinito, conforme os exemplos anteriores mostraram.

Há funções cujos limites nos extremos não existem, como a função f(x) = sen x, pois f(x) oscila entre –1 e 1 à medida que x tende para mais ou menos infinito.

O limite nos extremos de uma função polinomial é igual ao limite de seu termo de maior expoente, pois, colocando-se esse termo em evidência, todos os outros termos tendem a 0.

Como consequência da observação anterior, quando tivermos o limite nos extremos de um quociente de dois polinômios, ele será igual ao limite do quociente dos termos do maior expoente do numerador e do denominador.

Referências:

Elements Of The Differential And Integral Calculus
por J. M. Taylor