

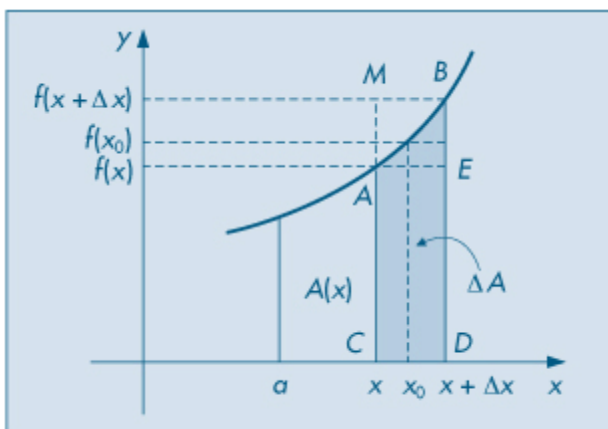
Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

A Integral Como Limite de Uma Soma

Consideremos a região destacada na figura abaixo. A área ΔA dessa região pode ser aproximada de três maneiras:



a) Pela área do retângulo ACDE: $\Delta A \approx f(x) \cdot \Delta x$

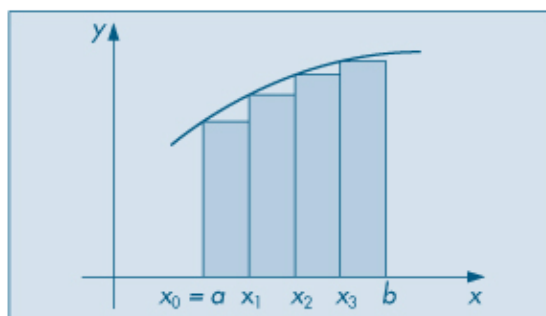
b) Pela área do retângulo MCDB: $\Delta A \approx f(x + \Delta x) \cdot \Delta x$

c) Pela área do retângulo de base CD e altura $f(x_0)$, em que x_0 é um ponto interior ao intervalo $[x, x + \Delta x]$: $\Delta A \approx f(x_0) \cdot \Delta x$

Vimos também que a área sob o gráfico de $f(x)$, desde a até x é dado por:

$$A(x) = \int_a^x f(x) dx$$

Podemos calcular a área da região limitada pelo gráfico de $f(x)$ e o eixo x , desde a até b , da seguinte forma: dividimos o intervalo $[a, b]$ em um certo número de subintervalos, de amplitude Δx , e obtemos a área desejada, aproximadamente, por meio da soma das áreas dos retângulos determinados. Para tanto, podemos usar o método descrito em (a). Consideremos, por exemplo, a região da figura abaixo:





Temos:

$$A \approx f(x_0) \Delta x + f(x_1) \Delta x + f(x_2) \Delta x + f(x_3) \Delta x$$

em que consideramos intervalos de amplitudes iguais, isto é, $\Delta x = (b - a) / 4$. Genericamente, podemos tomar n pontos $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ com $\Delta x = (b - a) / 4$, de modo que a área A é dada por:

$$A \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$

Se, à medida que n cresce (isto é, Δx tende a zero), existir o limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x$$

dizemos que tal limite é igual à integral definida de $f(x)$ entre os extremos a e b . Ou seja:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

Referências:

Elements Of The Differential And Integral Calculus
por J. M. Taylor

Pedro Alberto Morettin, Samuel Hazzan, Wilton Oliveira Bussab. Cálculo