

# Matemática para Machine Learning

A sua base começa aqui!



# Matemática para Machine Learning

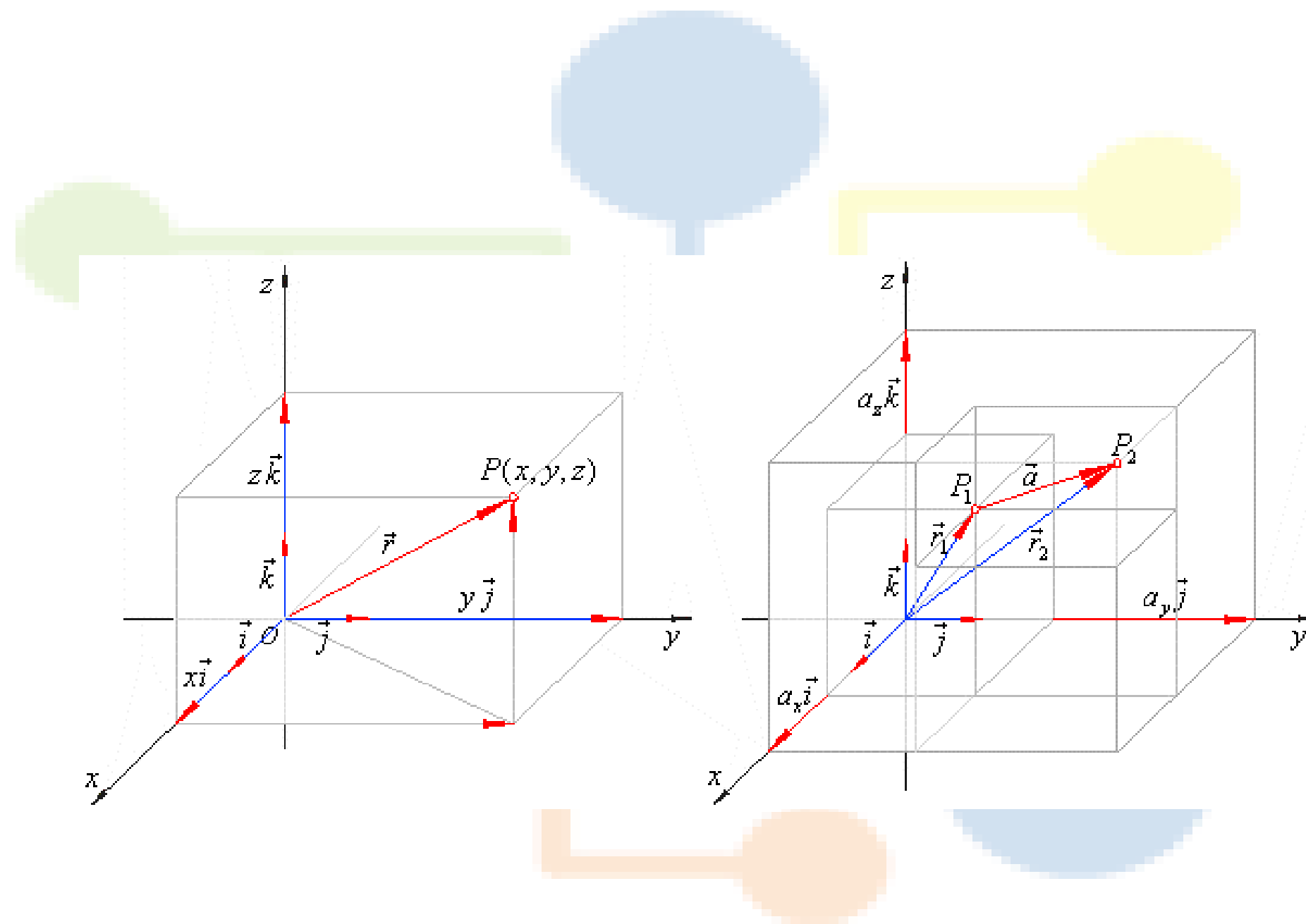


**Vetores e Espaço Vetorial em Data Science**



Data Science Academy

# Vetores e Espaço Vetorial em Data Science



# Matemática para Machine Learning



O Que São Vetores?



Data Science Academy



# O Que São Vetores?

Abstratamente, vetores são objetos que podem ser somados (para formar novos vetores) e que podem ser multiplicados por escalares (ou seja, números), também para formar novos vetores.

Concretamente (para nós), vetores são pontos em algum espaço de dimensão finita. Embora você possa não pensar em seus dados como vetores, eles são uma boa maneira de representar dados numéricos.



# Matemática para Machine Learning



Formalizando a Notação de Vetores



Data Science Academy



# Matemática para Machine Learning



**Vetores no Espaço e Espaço Euclidiano**



Data Science Academy

# Matemática para Machine Learning



**Propriedades Algébricas dos Vetores**



Data Science Academy



# Matemática para Machine Learning



Operações com Vetores



Data Science Academy

# Matemática para Machine Learning



**Vetores e o Sistema de Coordenadas Cartesianas**



Data Science Academy



# Matemática para Machine Learning



Operações com Vetores no Plano



Data Science Academy

# Matemática para Machine Learning



**Vetores no Espaço**

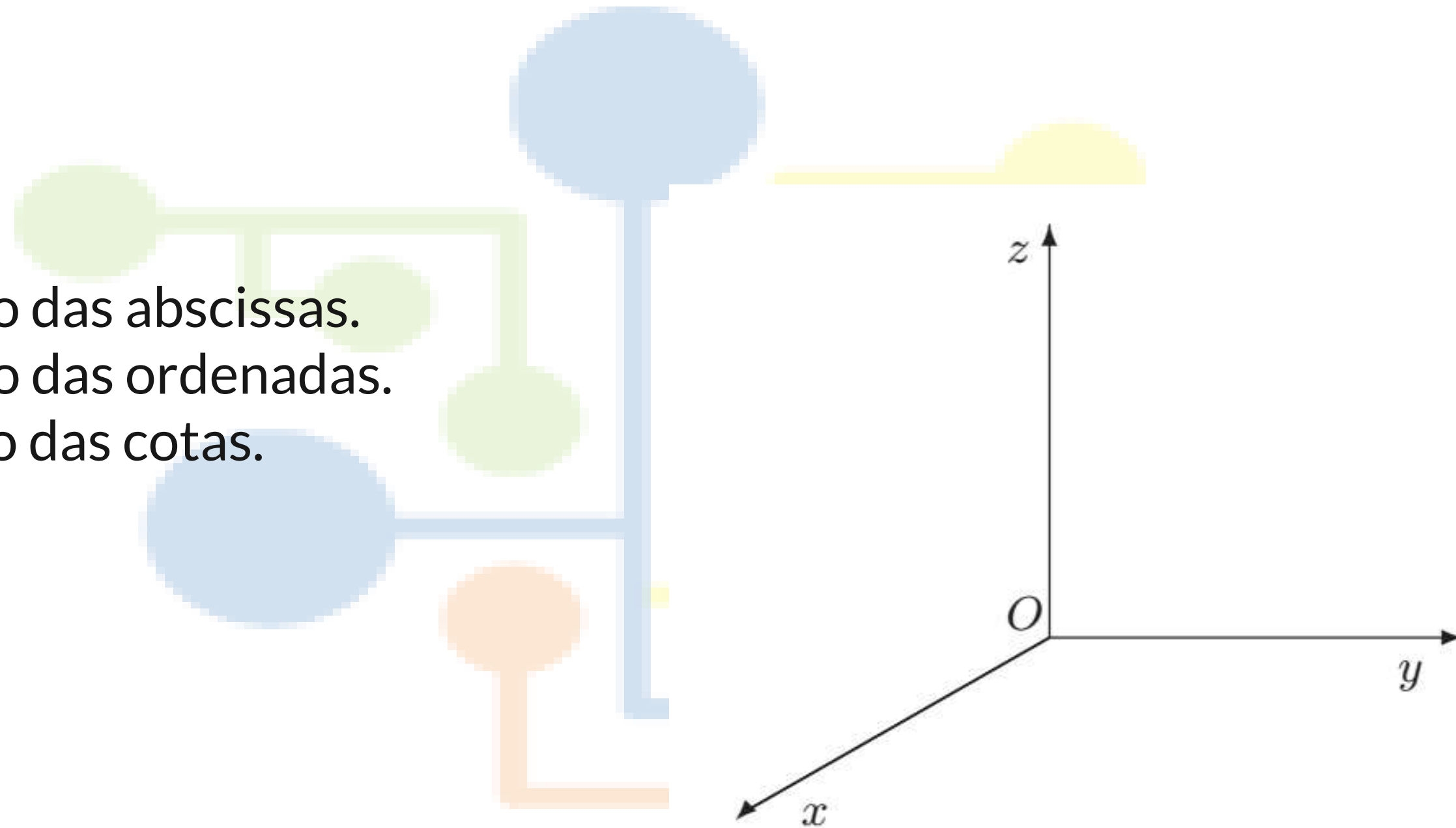


Data Science Academy



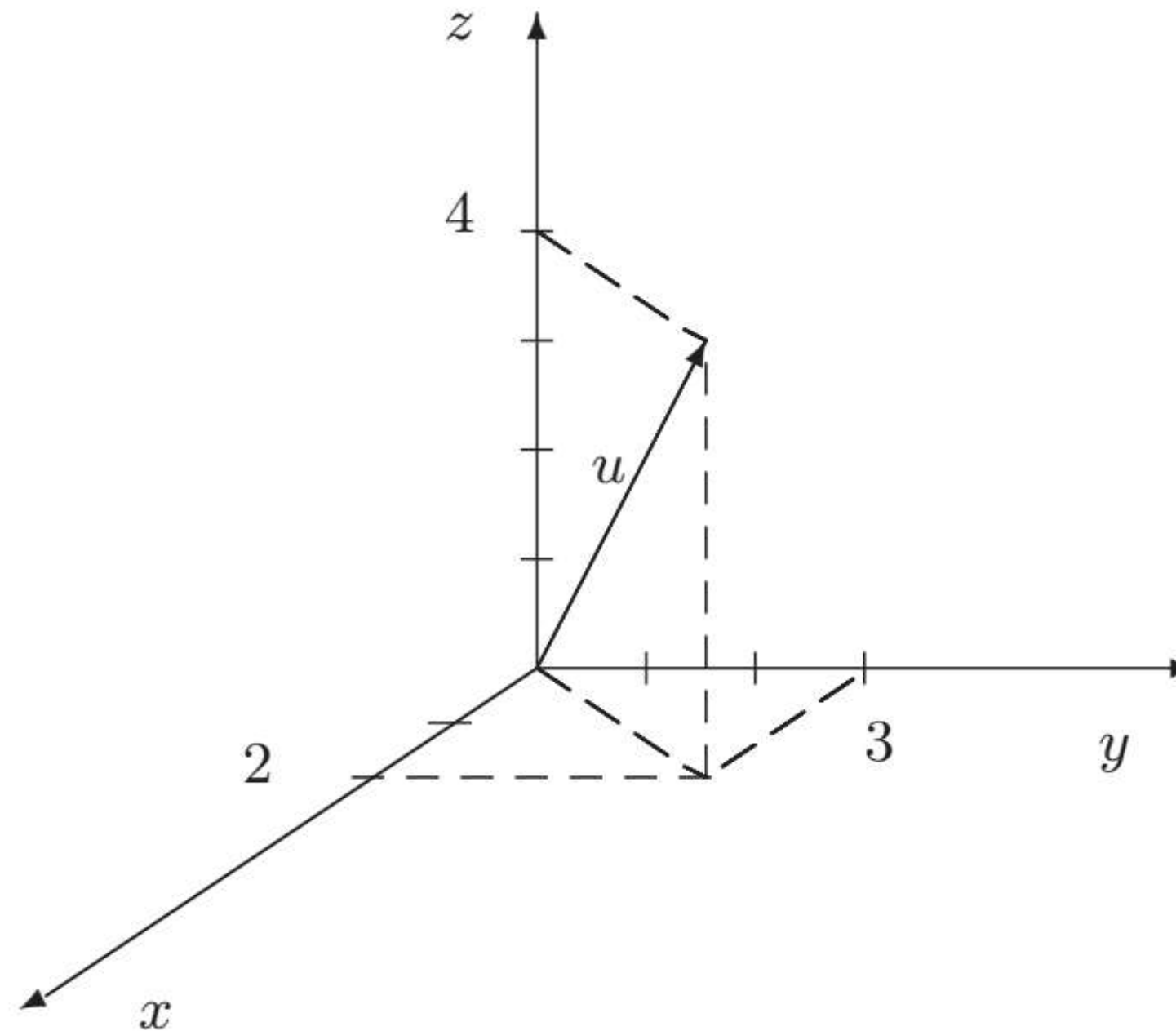
# Vetores no Espaço

Eixo  $x$  é o eixo das abscissas.  
Eixo  $y$  é o eixo das ordenadas.  
Eixo  $z$  é o eixo das cotas.



# Vetores no Espaço

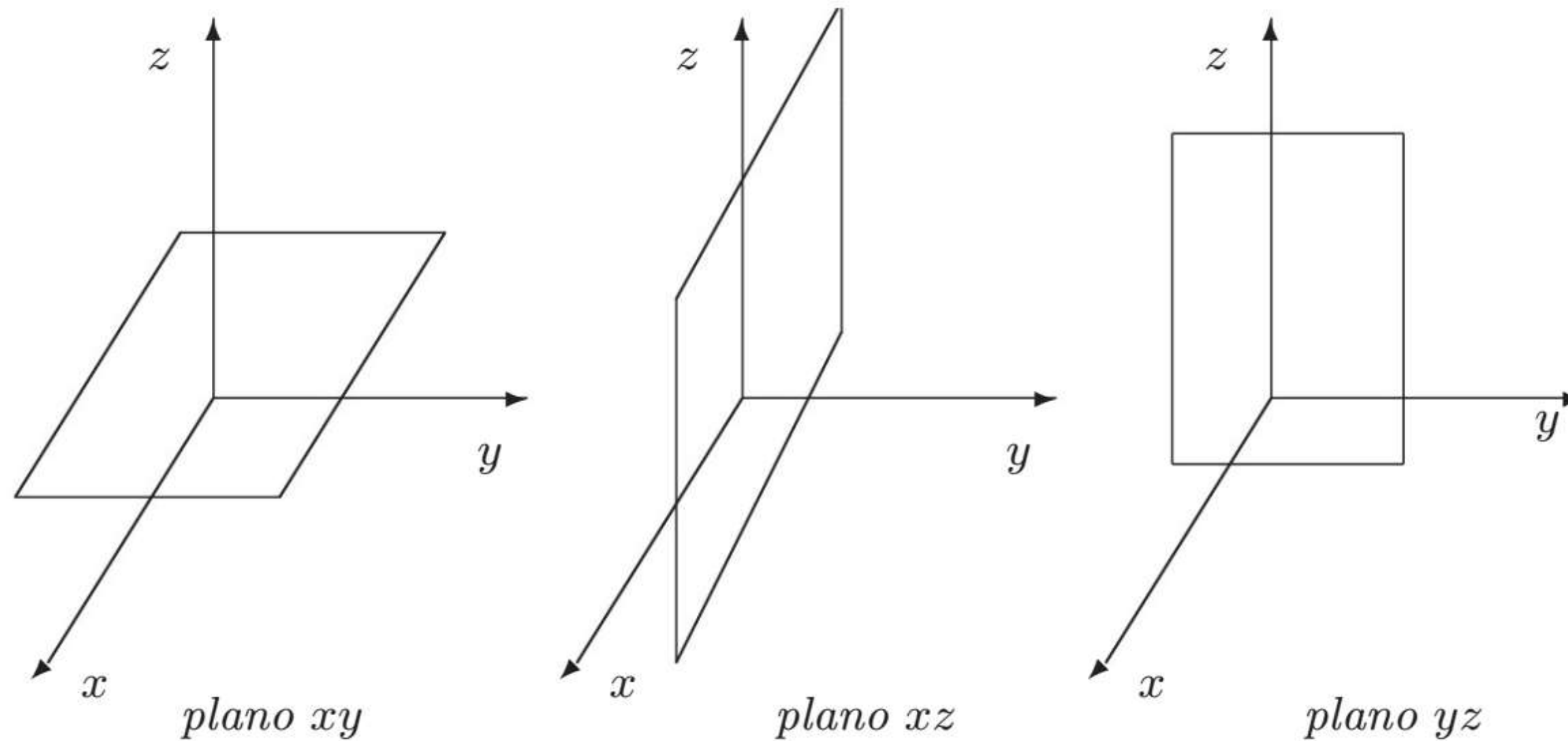
$$u = (2, 3, 4)$$





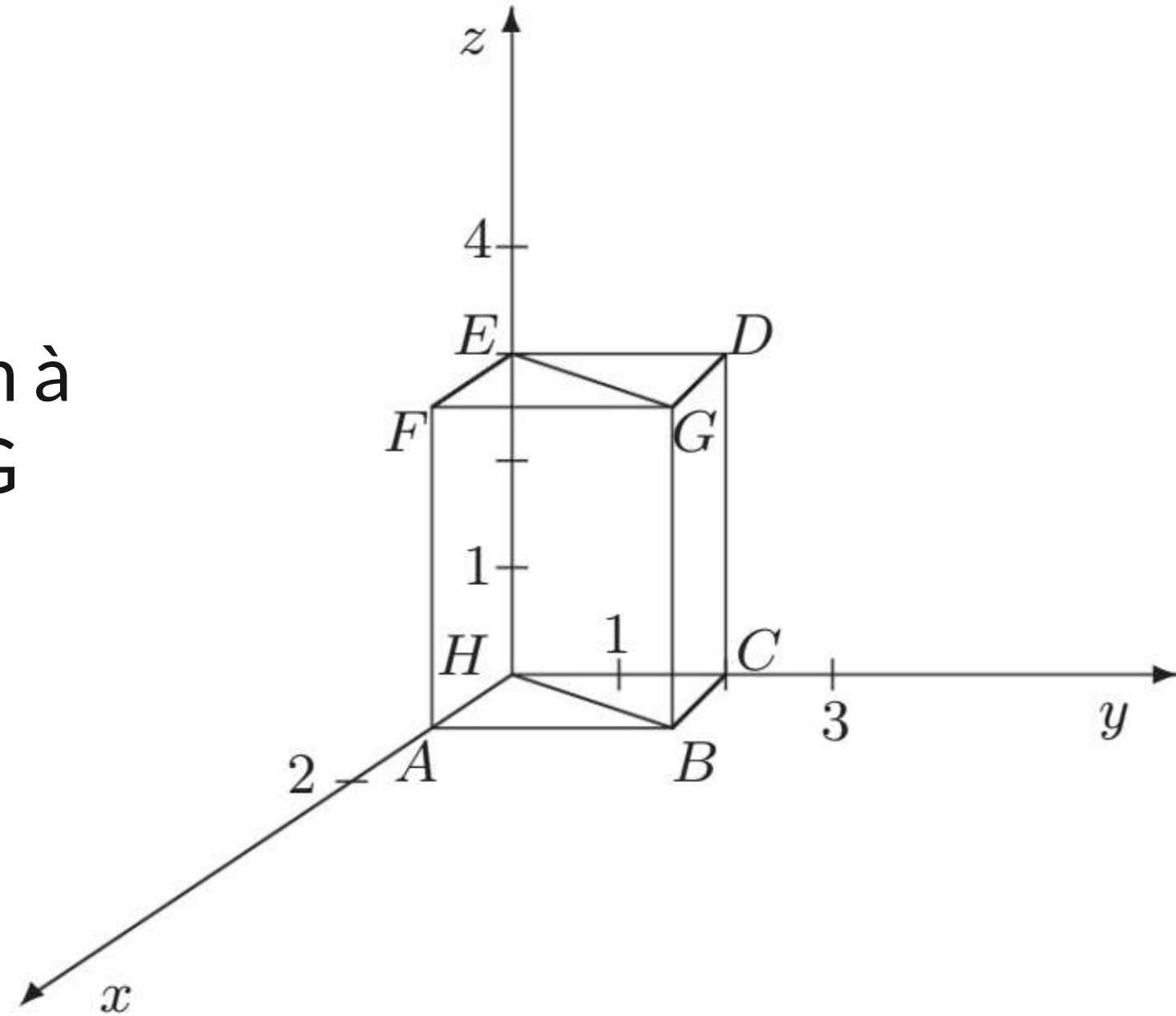
# Vetores no Espaço

Cada dupla de eixos corresponde a um plano:



# Vetores no Espaço

Os pontos B, D e F correspondem à **Projeção Ortogonal** do ponto G sobre os planos  $xy$ ,  $yz$  e  $xz$ .





# Matemática para Machine Learning



**Operações com Vetores no Espaço**



Data Science Academy

# Matemática para Machine Learning



**Operações com Vetores no Espaço de N Dimensões**



Data Science Academy



# Matemática para Machine Learning



Revisando O Que Já Vimos Até Aqui



Data Science Academy



# Matemática para Machine Learning



**Compreendendo o Que é e Como Funciona o Dot Product  
(Inner Product)**



Data Science Academy

# Produto Interno

Produto interno entre dois vetores é um número real que relaciona o comprimento desses dois vetores e o ângulo formado por eles.



# Produto Interno

Produto interno entre dois vetores é um número real que relaciona o comprimento desses dois vetores e o ângulo formado por eles.

Na Geometria Analítica, os pontos são responsáveis por representar localizações. Os vetores, por sua vez, são os elementos que distinguem, dentro do espaço onde estão, direção e sentido de movimentação de um ponto.





# Matemática para Machine Learning



Compreendendo o Que é e Como Funciona o Cross Product



Data Science Academy

# Matemática para Machine Learning



**Estudo de Caso 1**

**Como Vetores São Usados no Treinamento de Modelos de ML**

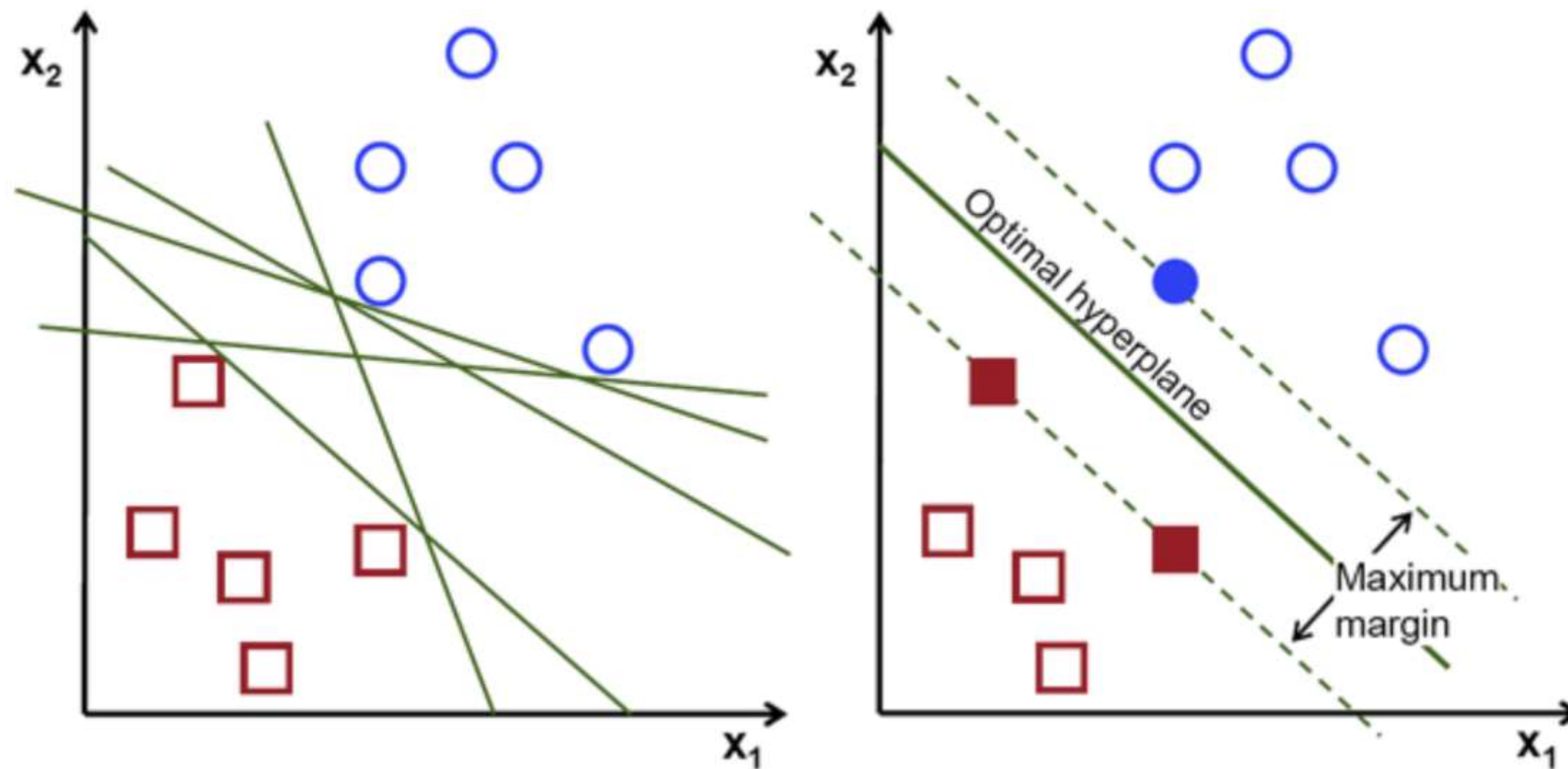


Data Science Academy



# Estudo de Caso 1

## Algoritmo Support Vector Machines

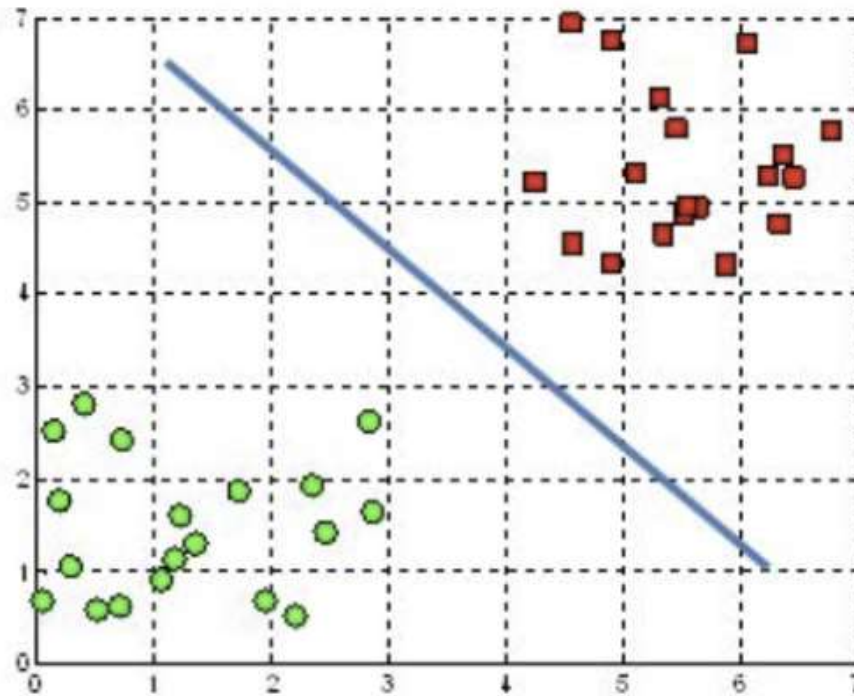




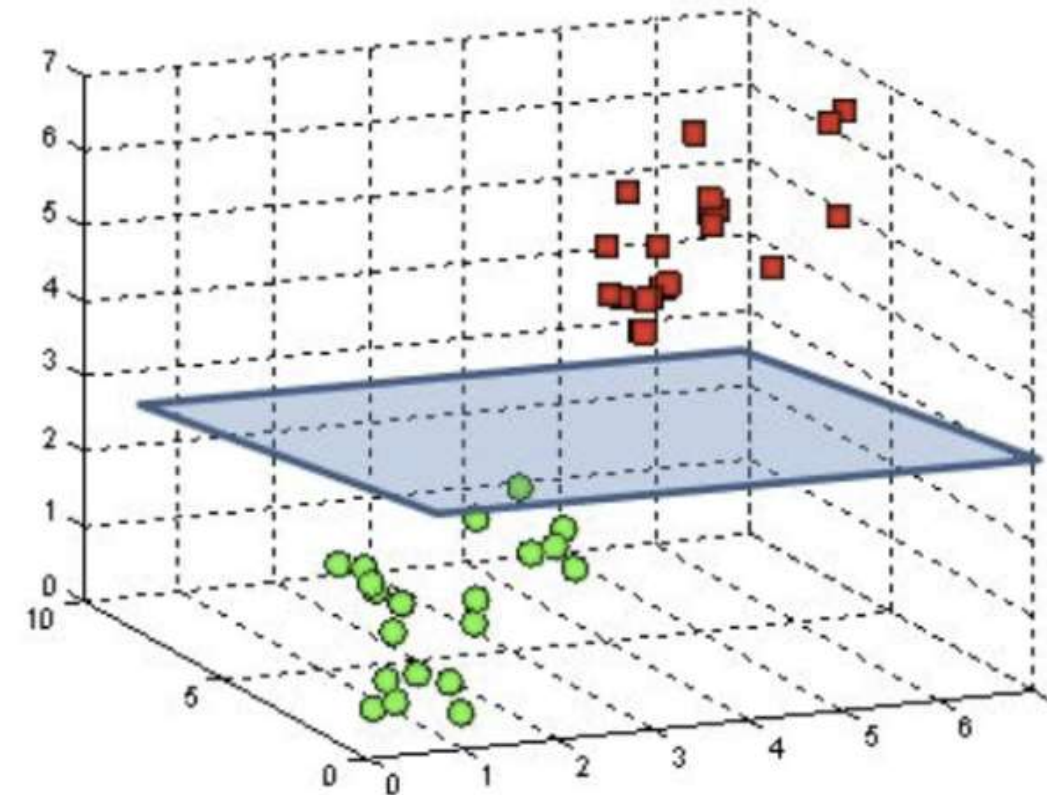
# Estudo de Caso 1



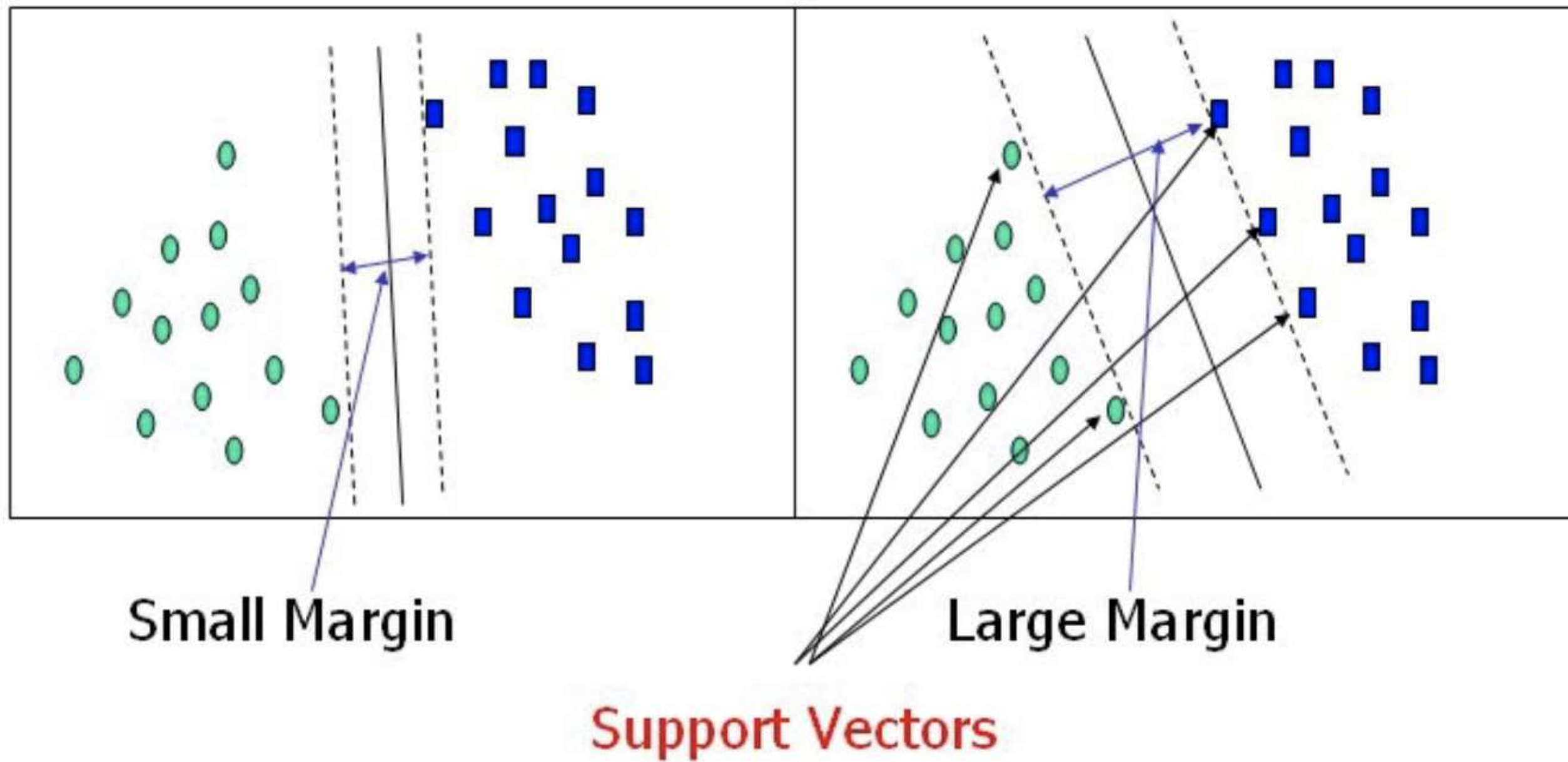
A hyperplane in  $\mathbb{R}^2$  is a line



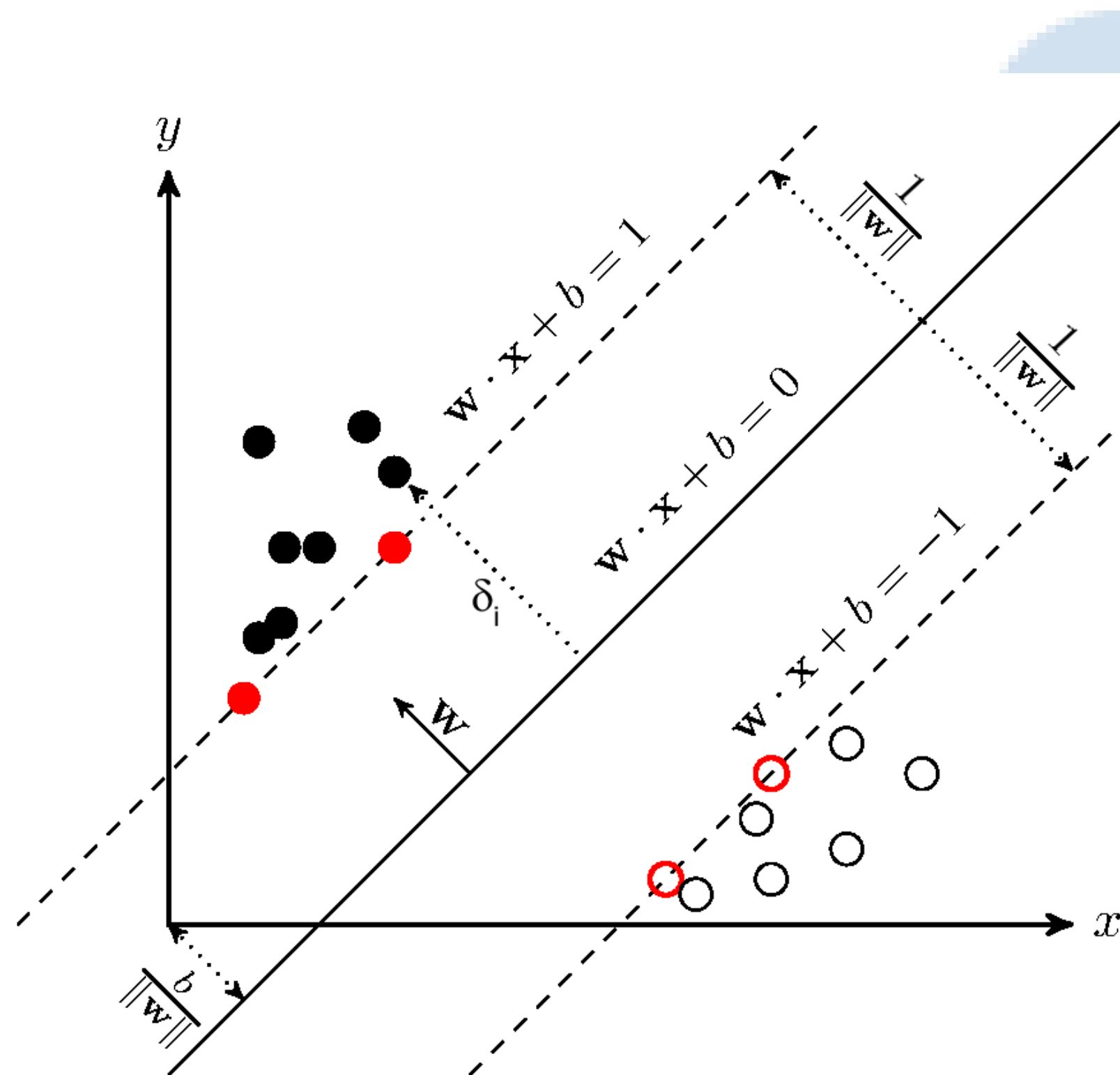
A hyperplane in  $\mathbb{R}^3$  is a plane



# Estudo de Caso 1



# Estudo de Caso 1



O objetivo do algoritmo é encontrar a linha (hyperplano) que melhor separa os pontos de dados, atribuindo pesos a cada entrada de dados e somando um valor de bias (viés).





# Estudo de Caso 1

## Função de Custo (Função de Perda)

No algoritmo SVM, procuramos maximizar a margem entre os pontos de dados e o hiperplano. A função de perda que ajuda a maximizar a margem é a hinge loss.

$$c(x, y, f(x)) = \begin{cases} 0, & \text{if } y * f(x) \geq 1 \\ 1 - y * f(x), & \text{else} \end{cases}$$



# Estudo de Caso 1

## Função de Custo (Função de Perda)

O custo é 0 se o valor previsto e o valor real forem do mesmo sinal. Se não forem, calculamos o valor da perda. Também adicionamos um parâmetro de regularização à função de custo. O objetivo do parâmetro de regularização é equilibrar a maximização e a perda de margem. Depois de adicionar o parâmetro de regularização, a função de custo é exibida abaixo.

$$\min_w \lambda \|w\|^2 + \sum_{i=1}^n (1 - y_i \langle x_i, w \rangle)_+$$



# Estudo de Caso 1

## Função de Custo (Função de Perda)

Agora que temos a função de perda, tomamos derivadas parciais em relação aos pesos para encontrar os gradientes. Usando os gradientes, podemos atualizar nossos pesos.

$$\frac{\delta}{\delta w_k} \lambda \|w\|^2 = 2\lambda w_k$$

$$\frac{\delta}{\delta w_k} (1 - y_i \langle x_i, w \rangle)_+ = \begin{cases} 0, & \text{if } y_i \langle x_i, w \rangle \geq 1 \\ -y_i x_{ik}, & \text{else} \end{cases}$$





# Estudo de Caso 1

Quando não há erro de classificação, ou seja, nosso modelo prevê corretamente a classe de nosso ponto de dado, precisamos apenas atualizar o gradiente do parâmetro de regularização.

$$w = w - \alpha \cdot (2\lambda w)$$

Quando há um erro de classificação, ou seja, nosso modelo comete um erro na previsão da classe do nosso ponto de dado, incluímos a perda juntamente com o parâmetro de regularização para executar a atualização do gradiente.

$$w = w + \alpha \cdot (y_i \cdot x_i - 2\lambda w)$$





É um prazer ter você aqui!

# Muito Obrigado!

Pela Confiança em Nosso Trabalho.

Continue Trilhando Uma Excelente Jornada de Aprendizagem!



Data Science Academy