www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Limites Infinitos

Consideremos a função abaixo definida para todos os reais diferentes de 3.

$$f(x) = \frac{5}{x-3}$$

Vejamos o que acontece com f(x) nas vizinhanças de 3. Calculemos o limite de f(x) quando x tende a 3 pela direita. Vamos atribuir a x os valores de uma sucessão que convirja para 3 pela direita, por exemplo:

$$(3{,}1; 3{,}01; 3{,}001; 3{,}0001; \ldots)$$

As correspondentes imagens são:

$$f(3{,}1) = \frac{5}{0{,}1} = 50$$
$$f(3{,}01) = \frac{5}{0{,}01} = 500$$
$$f(3{,}001) = \frac{5}{0{,}001} = 5.000$$
$$f(3{,}0001) = \frac{5}{0{,}0001} = 50.000$$

Observamos que as imagens vão ficando cada vez maiores, superando qualquer valor fixado. Dizemos, nesse caso, que o limite de f(x), quando x tende a 3 pela direita, é infinito, e escrevemos:

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{5}{x-3} = \infty$$

Analogamente, para calcularmos o limite de f(x) pela esquerda, vamos atribuir a x, por exemplo, os valores:

$$(2{,}9; 2{,}99; 2{,}999; 2{,}9999; \ldots)$$

As correspondentes imagens são:

$$f(2{,}9) = \frac{5}{-0{,}1} = -50$$

$$f(2{,}99) = \frac{5}{-0{,}01} = -500$$

$$f(2{,}999) = \frac{5}{-0{,}001} = -5.000$$

$$f(2{,}9999) = \frac{5}{-0{,}0001} = -50.000$$

Observamos que as imagens vão ficando cada vez menores, abaixo de qualquer valor fixado. Dizemos que o limite de f(x) é menos infinito, quando x tende a 3 pela esquerda, e escrevemos:

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} \frac{5}{x-3} = -\infty$$

De modo geral, o limite de uma função é infinito quando os valores de f(x) vão ficando cada vez maiores, superando qualquer valor fixado; da mesma forma, dizemos que o limite de uma função é menos infinito quando os valores de f(x) vão ficando cada vez menores, de maneira a se situarem abaixo de qualquer valor fixado.

Referências:

Elements Of The Differential And Integral Calculus
por J. M. Taylor