Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Operações com Transformações Lineares

Transformações Lineares são funções na forma:

$$v = F(u),$$

onde tanto a variável independente **u** como a variável dependente **v** são vetores.

Nosso objetivo aqui é estudar essa classe de funções vetoriais, chamada de transformações lineares, que tem aplicações importantes nas várias áreas das ciências exatas. Vamos começar com as operações.

$$T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

T : {vetores} → {vetores}

Em geral, pensamos em uma transformação linear como "transformando um vetor em outro" de forma linear, isto é, satisfazendo as propriedades de adição e multiplicação por escalar.

Por exemplo: a aplicação T : R3 → R3 dada por:

$$\mathbf{T(u) = 3u}$$

é a transformação linear que transforma um vetor de R3 em outro vetor de R3 que tem o triplo do comprimento.

Operação 1: Adição

Sejam T1 e T2 transformações lineares de U em V. A adição das transformações lineares T1 e T2 é a transformação linear: T1 + T2: U → V, dada por:

$$u \to (T_1 + T_2)(u) = T_1(u) + T_2(u), \ \forall u \in U$$

A soma de duas transformações lineares nada mais é do que a soma dos vetores que as representam.

Operação 2: Multiplicação por valor escalar

Sejam T: U → V uma transformação linear e α um escalar qualquer. O produto da transformação linear T pelo escalar α ∈ IR é a transformação linear αT: U → V, dada por:

$$u \to (\alpha T)(u) = \alpha T(u), \ \forall u \in U$$

O produto de uma transformação linear por um escalar nada mais é do que o produto do escalar pelo vetor que representa a transformação linear.

Operação 3: Aplicação Composta

Sejam T1: U → V e T2: V → W transformações lineares. A aplicação composta das transformações lineares T1 e T2, indicada por T2 o T1, é a transformação linear que leva U em W, dada por:

$$u \to (T_2 \text{ o } T_1)(u) = T_2(T_1(u)), \ \forall u \in U$$

Observe que, se as transformações T1 e T2 são lineares, então a aplicação composta T2 o T1 também é linear.