www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Funções Homogêneas - Teorema de Euler

Seja f uma função de duas variáveis x e y. Dizemos que f é homogênea de grau m se, para toda constante positiva

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^m f(x, y)$$

O conceito de homogeneidade de uma função diz respeito ao que ocorre com f(x, y) quando x e y passam a valer λx e λy, respectivamente, isto é, sofrem uma variação porcentual igual a (λ – 1) 100%.

Assim, um valor de λ = 1,5 corresponde a uma variação porcentual de 50% ((1,5 – 1) · 100%). Se f for homogênea de grau zero, significa que qualquer variação porcentual sofrida por x e y não altera o valor de f(x, y).

Se f for homogênea de grau 1, significa que, toda vez que x e y forem multiplicados por um valor λ, a nova imagem de f será igual a λ vezes a imagem inicial. Se f for homogênea de grau 2, significa que, toda vez que x e y forem multiplicados por um valor λ, a nova imagem de f será igual a λ^2 vezes a imagem inicial.

Cumpre observar finalmente que nem toda função é homogênea; por exemplo, a função f(x, y) = 2x + y + 3 não é homogênea. As funções homogêneas gozam de uma importante propriedade, conhecida como Teorema de Euler:

Seja *f* uma função de duas variáveis *x* e *y*, homogênea de grau *m*. Então,

$$m \cdot f(x, y) = x \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + y \cdot \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$$

O teorema de Euler tem um importante papel em Economia, no que diz respeito à função de produção e à remuneração dos insumos.