



Data Science Academy

www.datascienceacademy.com.br

Matemática Para Machine Learning

Exercício

Classificação de Sistemas Lineares



Classifique os 3 sistemas lineares abaixo:

$$(I) \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

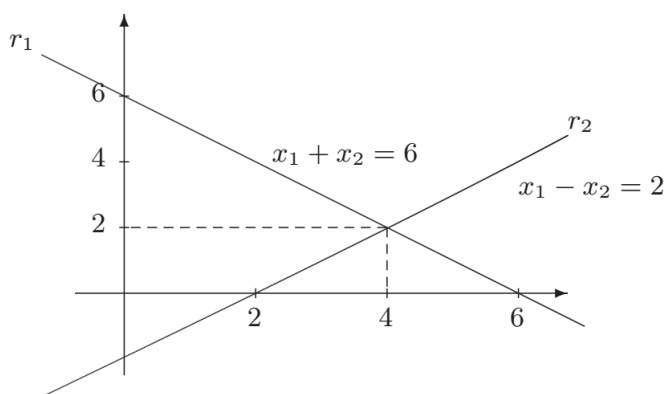
$$(II) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases}$$

$$(III) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

Use valores iniciais para as variáveis livres e crie gráficos que representem a solução, que será demonstrada nas páginas a seguir.

Sistema Linear I

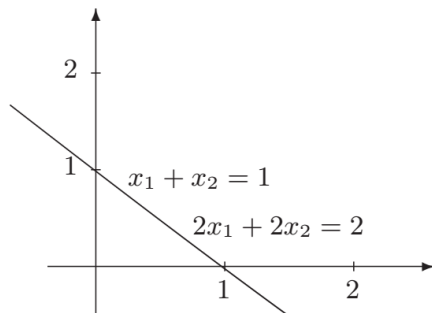
Consideremos o sistema linear (I). Colocando as duas retas no mesmo gráfico, obtemos a figura abaixo. Observe que, geometricamente, as retas $x_1 + x_2 = 6$ e $x_1 - x_2 = 2$ se interceptam no ponto $(4, 2)$ e, nenhum outro par de valores de x_1 e x_2 satisfaz ambas as equações. Qualquer ponto da reta r_1 tem coordenadas que satisfazem a primeira das equações em (I). Do mesmo modo, todos os pontos em r_2 satisfazem a segunda equação de (I). Os pontos que satisfazem ambas as equações devem localizar-se em ambas as retas. Há somente um ponto assim. As coordenadas deste ponto são a solução que procuramos. Logo, o sistema linear (I) admite como única solução o par $(4, 2)$. Portanto, (I) é um sistema linear possível e determinado.



Vemos facilmente que poderíamos traçar infinitos conjuntos de duas retas concorrentes cuja intersecção fosse o par $(4, 2)$. Cada um desses conjuntos formariam um sistema de duas equações lineares com duas variáveis que teriam, portanto, a mesma solução. Logo, podemos concluir que dois sistemas lineares são equivalentes quando admitem a mesma solução.

Sistema Linear II

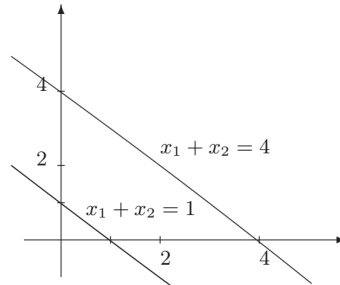
A figura abaixo mostra o gráfico das duas retas do sistema:



Observe que, geometricamente, as retas $x_1 + x_2 = 1$ e $2x_1 + 2x_2 = 2$ são coincidentes. Assim, para o sistema linear (II), temos que os pares $(0, 1)$; $(1, 0)$; $(0.5, 0.5)$;..., são soluções, isto é, o sistema linear admite infinitas soluções. Logo, (II) é um sistema linear possível e indeterminado.

Sistema Linear III

Novamente, colocando as duas retas no mesmo gráfico, obtemos a figura abaixo:



Observe que, geometricamente, as duas retas são paralelas. Assim, para o sistema linear (III), as duas equações são contraditórias, isto é, não é possível que se tenha simultaneamente $x_1 + x_2 = 1$ e $x_1 + x_2 = 4$. Logo, (III) é um sistema linear impossível.

Referências:

Álgebra Linear: Uma Abordagem Geométrica

https://www.amazon.com.br/%C3%81lgebra-Linear-Uma-Abordagem-Geom%C3%A9trica/dp/8521622147?mk_pt_BR=%C3%85M%C3%85%C5%BD%C3%95%C3%91&keywords=linear+algebra&qid=1538734251&sr=8-27&ref=sr_1_27